最佳及几乎最佳高斯整数ZCZ序列集的构造

刘 凯,陈盼盼
(燕山大学信息科学与工程学院,河北秦皇岛 066004)

摘 要: 高斯整数零相关区(ZCZ)序列集作为准同步码分多址(QS-CDMA)系统的地址序列不仅能抑制系统的多径干扰(MAI)和多址干扰(MPI),而且为系统提供高传输码率和高的频谱利用率,但目前这种地址序列的构造结果还较少,针对此问题本文提出了一种利用过滤操作构造高斯整数ZCZ序列集和完美高斯整数序列的方法.基于完美序列和周期ZCZ序列集本文获得了最佳或几乎最佳的高斯整数ZCZ序列集,同时基于完美序列构造了周期为奇数和偶数的完美高斯整数序列.本文的构造结果为高速QS-CDMA系统提供了更多的地址选择空间.

关键词: 高斯整数序列;零相关区;过滤操作;完美序列;正交幅度调制(QAM)序列

中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2018)03-0755-06

电子学报URL: http://www.ejournal.org.cn **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.03.034

Construction of Optimal and Almost Optimal Gaussian Integer Sequence Sets with Zero Correlation Zone

LIU Kai, CHEN Pan-pan
(*School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei* 066004, *China*)

Abstract: In quasi-synchronous code-division multiple-access (QS-CDMA) system, Gaussian integer sequences with zero correlation zone (ZCZ) used as address sequences can not only suppress the multiple access interference (MAI) and the multipath interference (MPI), but also possess higher spectrum efficiency and transmission bit rate. However, the construction of the sequences is limited at present. In order to solve the problem, this paper presents a method of constructing Gaussian integer sequence sets with ZCZ and perfect Gaussian integer sequences by filtering operation. Based on perfect sequences and periodic sequence sets with ZCZ, the optimal or almost optimal Gaussian integer ZCZ sequence sets can be obtained. Meanwhile, based on perfect sequences, a class of perfect Gaussian integer sequences with odd or even period is constructed. The achieved results of this paper provide more address selection space for high-speed QS-CDMA system.

Key words: Gaussian integer sequence; zero correlation zone (ZCZ); filtering operation; perfect sequence; quadrature amplitude modulation (QAM) sequence

1 引言

高斯整数序列在通信传输中相比相移键控(PSK)调制形式具有更高的频谱效率和数据传输速率,因此近年来受到国内外学者的广泛关注,已经应用于码分多址(CDMA)系统[1]、正交频分复用(OFDM)系统[2]和空时编码[3]等方面.高斯整数序列是一类实部和虚部都为整数的复数序列,并包含四元序列和QAM序列等特殊情况,具有良好相关性能的高斯整数序列已经获得了一些构造结果.例如文献[2]利用有限域$\mathbb{F}_{2^m}$上的Legendre序列、m-序列、GMW序列和Hall六次剩余序列的迹函数构造了周期为2^m-1的完美高斯整数序列.文献[4]基于Hu, Wang等提出的基序列,利用上采样技术构造了一类周期为mp或2^n完美高斯整数序列,其中p为奇素数,$m,n\geq 2$.文献[8]基于循环差集和复数变换构造了具有4种非零元素即degree-4的完美高斯整

收稿日期:2016-12-01;修回日期:2017-04-11;责任编辑:覃怀银
基金项目:国家自然科学基金青年基金(No.61201263;No.61601399);燕山大学基础研究专项(No.16LGA009)

数序列。ZCZ 序列在相对几个码片区间内的异相自相关函数和互相关函数均为零,因此使用 ZCZ 序列能有效消除 QS-CDMA 系统中的多址干扰和多径干扰.高斯整数序列与 ZCZ 序列的结合可兼具高斯整数序列和 ZCZ 序列的优点.利用移位和映射变换,文献[9]、[10]和[11]分别构造了最佳的 8-QAM + ZCZ 序列集、16-QAM ZCZ 序列集和高斯整数 ZCZ 序列集.文献[13]基于完美高斯整数序列和移位序列,利用移位交织技术构造了最佳或几乎最佳的高斯整数 ZCZ 序列集.文献[12]基于二元伪随机序列的特征集和移位序列,构造了 degree-4 的最佳或几乎最佳的高斯整数 ZCZ 序列集,为我们提供出一种构造新思路.由现有文献可见,高斯整数 ZCZ 序列集的构造方法中较多地使用了映射变换和移位交织等方法,本文借助于过滤操作给出一种构造高斯整数 ZCZ 序列集的新方法.

本文利用完美序列对周期 ZCZ 序列集进行过滤操作构造出一类最佳或几乎最佳的高斯整数 ZCZ 序列集.利用过滤法还构造出一类新的完美高斯整数序列,适用于高斯整数 ZCZ 序列集的构造,可获得数量更丰富的地址信号,为高速 QS-CDMA 通信系统提供更多的地址选择.

2 基本概念

定义 1 设复数序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$,$u_t=a_t+b_tj$,$0\leqslant t<L$,$a_t,b_t\in\mathbb{Z}$,$\mathbb{Z}$为整数集,则称序列 $\boldsymbol{u}$ 为高斯整数序列.对于 $0\leqslant t<L$,u_t 存在的非零不同高斯整数个数称为高斯整数序列 $\boldsymbol{u}$ 的 degree[7].

定义 2 设 U 是一个复数序列集,包含的序列个数为 M,每个序列周期为 L,表示为 $U=\{\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_{M-1}\}$,其中 $\boldsymbol{u}_l=(u_{l,0},u_{l,1},\cdots,u_{l,L-1})$,$0\leqslant l<M$.取序列集 U 中的任意两个序列 $\boldsymbol{u}_l$ 和 $\boldsymbol{u}_r$,周期互相关函数表示为

$$R_{u_l,u_r}(\tau)=\sum_{t=0}^{L-1}u_{l,t}u_{r,t+\tau}^{*}\tag{1}$$

其中 $0\leqslant\tau<L$, $t+\tau=t+\tau(\bmod L)$.当 $l=r$ 时,称为序列的周期自相关函数,简记为 $R_{u_l}(\tau)$.若对于任意 $0\leqslant l$,$r<M$,有

$$R_{u_l,u_r}(\tau)=\sum_{l=0}^{L-1}u_{l,t}u_{r,t+\tau}^{*}=\begin{cases}E_{u_l},l=r,\tau=0\\0,l=r,0<|\tau|<Z\\0,l\neq r,|\tau|<Z\end{cases}\tag{2}$$

则称序列集 U 是 ZCZ 序列集,记为 ZCZ(L,M,Z),其中 Z 为零相关区长度,$E_{u_l}=\sum_{t=0}^{L-1}|u_{l,t}|^2$.

定义 3 设复数序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$,周期为 L,如果序列 $\boldsymbol{u}$ 的周期自相关函数满足

$$R_u(\tau)=\begin{cases}E_u, & \tau\equiv0(\bmod L)\\0, & \tau\not\equiv0(\bmod L)\end{cases}\tag{3}$$

其中 $E_u=\sum_{t=0}^{L-1}|u_t|^2$,$E_u$ 是一个正实数,则称序列 $\boldsymbol{u}$ 为完美序列.

定义 4[14] 设序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$ 和 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$,周期为 L,定义序列 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{v}$ 经过滤操作生成的序列 $\boldsymbol{s}$ 表示为

$$s_q=u_t{}^\circ v_{t+q}=R_{u,v}(q),0\leqslant t,q<L\tag{4}$$

其中,°表示过滤操作,序列 v 称为过滤序列.

引理 1[15] 设序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$ 和 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$,周期为 L,DFT 和 IDFT 分别表示离散傅里叶变换和离散傅里叶反变换,令 $\{U(k)\}=\mathrm{DFT}\{u_t\}$,$\{V(k)\}=\mathrm{DFT}\{v_t\}$,$0\leqslant t,k<L$,那么

$$\mathrm{DFT}\{R_{u,v}(\tau)\}=U(k)V^*(k)\tag{5}$$

$$\mathrm{DFT}\{R_u(\tau\}=|U(k)|^2,\mathrm{DFT}\{R_v(\tau)\}=|V(k)|^2\tag{6}$$

推论 1[15] 设序列 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$ 是一个完美序列,当且仅当 $|V(k)|^2$ 对于任意 k 都是一个常数.

引理 2 设过滤序列 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$ 是一个完美序列,序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$ 经过 $\boldsymbol{v}$ 的过滤操作得到序列 $\boldsymbol{s}$,那么序列 $\boldsymbol{s}$ 和序列 $\boldsymbol{u}$ 具有同样的相关性.

证明 令 $\{S(k)\}=\mathrm{DFT}\{s_q\}$,$\{U(k)\}=\mathrm{DFT}\{u_t\}$,$\{V(k)\}=\mathrm{DFT}\{v_t\}$,$0\leqslant t,q,k<L$,由于

$$s_q=u_t{}^\circ v_{t+q}=R_{u,v}(q)\tag{7}$$

$$\mathrm{DFT}\{R_s(\tau)\}=S(k)S^*(k),0\leqslant\tau<L\tag{8}$$

$$S(k)=\mathrm{DFT}\{R_{u,v}(q)\}=U(k)V^*(k)\tag{9}$$

将式(9)代入式(8)得:

$$\mathrm{DFT}\{R_s(\tau)\}=|U(k)|^2|V(k)|^2\tag{10}$$

由推论 1 可知,对于任意 k 值,$|V(k)|^2=C$,C 为正整数,因此

$$\mathrm{DFT}\{R_s(\tau)\}=C\cdot\mathrm{DFT}\{R_u(\tau)\}\tag{11}$$

将式(11)取 IDFT,得:

$$R_s(\tau)=C\cdot R_u(\tau)\tag{12}$$

其中 · 表示数乘,由式(12)可知,序列 $\boldsymbol{s}$ 和序列 $\boldsymbol{u}$ 具有同样的相关性.

由引理 2 可知,如果过滤序列是完美序列,基序列与过滤序列经过滤操作后,得到的序列和基序列具有相同的相关性.基序列与不同的过滤序列构造出不同的高斯整数 ZCZ 序列集,从而影响序列集的 degree 值.

3 高斯整数 ZCZ 周期序列集的构造

本节提出一种新的高斯整数 ZCZ 序列集构造方法,序列集 S 包含 M 个序列,每个序列周期为 L,构造的条件参数见表 1.

表 1　构造法中序列(集)需要满足的要求和参数

条件	基序列集	参数	条件	过滤序列	周期
①	二元 ZCZ 序列集	ZCZ(L,M,Z)	③	二元/三元/多电平完美序列	L
②	四元/QAM/高斯整数 ZCZ 序列集	ZCZ(L,M,Z)	④	四元/QAM 完美序列/完美高斯整数序列	L

步骤 1　选取基序列集. 选取一个满足条件①的 ZCZ 序列集,包含 M 个序列,每个序列周期为 L,表示为 $U=\{\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\cdots,\boldsymbol{u}_{M-1}\}$,其中 $\boldsymbol{u}_l=(u_{l,0},u_{l,1},\cdots,u_{l,L-1})$,$0\leqslant l<M$.

步骤 2　选取过滤序列. 选取满足条件④的过滤序列 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$.

步骤 3　过滤构造. 序列集 U 和过滤序列 $\boldsymbol{v}$ 经过滤操作构造的序列集 S 如下:

$$\left.\begin{aligned}&S=\{\boldsymbol{s}_0,\boldsymbol{s}_1,\cdots,\boldsymbol{s}_{M-1}\}\\&s_{l,q}=u_{l,t}\circ v_{t+q}=R_{u_l,v}(q),0\leqslant t,q<L\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

定理 1　由上述方法构造得到的序列集 S 为高斯整数 ZCZ 序列集.

证明　(1) 任取序列 $\boldsymbol{s}_l,\boldsymbol{s}_r\subset S$,设完美序列 $\boldsymbol{v}$ 的周期相关函数为$(C,0_{L-1})$,其中 C 表示正整数,0_{L-1}表示 $L-1$ 个 0. 令 $S_l(k)=\mathrm{DFT}\{s_{l,q}\}$,$U_l(k)=\mathrm{DFT}\{u_{l,t}\}$,$V(k)=\mathrm{DFT}\{v_t\}$,$0\leqslant t,q,k<L$.

当 $l=r$ 时,自相关函数由引理 2 可知,得

$$R_{s_l}(\tau)=C\cdot R_{u_l}(\tau),0\leqslant\tau<L\tag{14}$$

当 $l\neq r$ 时,由于

$$\mathrm{DFT}\{s_{l,q}\}=\mathrm{DFT}\{R_{u_l,v}(q)\}=U_l(k)V^*(k)\tag{15}$$

$$\mathrm{DFT}\{R_{s_l,s_r}(\tau)\}=S_l(k)S_r^*(k)\tag{16}$$

将式(15)代入式(16),并根据推论 1 可得:

$$\mathrm{DFT}\{R_{s_l,s_r}(\tau)\}=C\cdot\mathrm{DFT}\{R_{u_l,u_r}(\tau)\}\tag{17}$$

对式(17)取 IDFT,得到互相关函数为

$$R_{s_l,s_r}(\tau)=C\cdot R_{u_l,u_r}(\tau)\tag{18}$$

因此序列集 S 为 ZCZ 序列集.

(2) 高斯整数环为交换环,由式(13)可知序列 $\boldsymbol{u}_l$ 和 $\boldsymbol{v}$ 的过滤操作是高斯整数环上的加减及乘法运算,因此运算结果 $s_{l,q}$ 也在高斯整数环上,因此序列集 S 是高斯整数序列集.

综上所述,序列集 S 是一个高斯整数 ZCZ 序列集.

上述构造法还可以选择满足条件②的基序列集和满足条件③或④的过滤序列,得到的序列集也是高斯整数 ZCZ 序列集,证明过程类似,不再赘述. 如果基序列集选择条件①,过滤序列选择条件③,那么构造得出的是多电平 ZCZ 序列集,而非高斯整数 ZCZ 序列集,但是这种序列集同样可以作为基序列集与满足条件④的过滤序列进行二次过滤产生高斯整数 ZCZ 序列集,本文构造的序列集可兼具奇偶两种周期长度.

根据表 1 可知,作为过滤序列的完美序列可以选择完美高斯整数序列,文献[5]利用分圆构造了奇素数长的完美高斯整数序列,文献[6]利用多电平完美序列构造了偶数周期的完美高斯整数序列,下面给出一种具有奇数和偶数周期的新的完美高斯整数序列的构造方法.

4　完美高斯整数序列的构造

本节对具有相同周期的完美序列

进行过滤操作,构造出新的完美高斯整数序列,参数条件见表 2.

条件①:周期为 L 的二元/三元/多电平完美序列.

条件②:周期为 L 的四元/QAM/完美高斯整数序列.

表 2　构造中序列需要满足的要求和参数

组合 \ 序列	基序列 $\boldsymbol{u}$	过滤序列 $\boldsymbol{v}$
构造 1	条件①	条件②
构造 2	条件②	条件①
构造 3	条件②	条件②

以构造 3 为例,具体构造方法如下:

步骤 1　按表 2 中的三种构造组合条件选取基序列 $\boldsymbol{u}=(u_0,u_1,\cdots,u_{L-1})$ 和过滤序列 $\boldsymbol{v}=(v_0,v_1,\cdots,v_{L-1})$.

步骤 2　按照定义 4 的式(4),对基序列 $\boldsymbol{u}$ 经序列 $\boldsymbol{v}$ 过滤操作后得到序列 $\boldsymbol{s}$.

定理 2　由上述方法构造得到的序列 $\boldsymbol{s}$ 为完美高斯整数序列.

证明　(1) 由引理 2 可知,序列 $\boldsymbol{s}$ 和序列 $\boldsymbol{u}$ 具有同样的相关性,那么序列 $\boldsymbol{s}$ 是一个完美序列.

(2) 由式(4)可知,$s_q=u_t\circ v_{t+q}$ 是在高斯整数环上的加、减和乘法运算,根据高斯整数环为交换环,因此序列 $\boldsymbol{s}$ 中的元素在高斯整数环上,所以序列 $\boldsymbol{s}$ 为高斯整数序列.

综上所述,序列 $\boldsymbol{s}$ 是周期为 L 的完美高斯整数序列.

5　高斯整数 ZCZ 序列集的性能分析

根据定理 1 可知,当过滤序列为完美序列时,过滤得到的高斯整数 ZCZ 序列集 S 和基序列集 U 具有相同的相关性,本文所使用的基序列集若满足 Tang-Fan-

Matsufuji 界，序列集 S 中各序列的能量是基序列集 U 的 C 倍，因此本文构造的序列集 S 也满足 Tang-Fan-Matsufuji 界.

引理3[16] 对于参数满足 ZCZ(L,M,Z) 的 ZCZ 序列集 S，有

$$M\leqslant L/Z \tag{19}$$

当 $M=\lfloor L/Z\rfloor$ 时，称序列集 S 是最佳的，当 $M=\lfloor L/Z\rfloor-1$ 时，则称序列集 S 是几乎最佳的，其中 $\lfloor\ \rfloor$ 表示向下取整.

定义7 对于参数满足 ZCZ(L,M,Z) 的 ZCZ 序列集，定义序列集的性能参数 η：

$$\eta=\frac{M}{\lfloor L/Z\rfloor} \tag{20}$$

由引理 3 可知，$\eta\leqslant 1$，当 $\eta=1$ 时，称序列集是最佳的.

根据式(20)，表 3 列出了本文构造结果与已有文献的比较，说明构造的序列集是否达到理论界.

表3 高斯整数 ZCZ 序列集的构造参数比较

构造方法	构造基础	序列集 S 的参数	η	Degree
文献[11]的定理3	完美高斯整数序列 移位序列集	ZCZ$(MZ+r,M,Z)$，$0\leqslant r<Z$，M 为奇数 ZCZ$(MZ+r,M,Z)$，$0<r<Z$	1	不确定
文献[11]的定理4	完美高斯整数序列 移位序列集	ZCZ$(2MZ,2M-1,Z)$	$\eta<1$	不确定
文献[11]的定理5	完美高斯整数序列 移位序列集	ZCZ$(2(MZ+r),2M,Z)$，$0\leqslant r<Z$，M 为奇数 ZCZ$(2(MZ+r),2M,Z)$，$0<r<Z$	$\eta\leqslant 1$	不确定
文献[12]的定理1	二元伪随机序列 移位序列	ZCZ$(2N,2M,Z)$，$N=2^n-1$	$\eta\leqslant 1$	4
文献[13]的定理1	完美高斯整数序列 移位序列	ZCZ$(2N,2M,Z)$	$\eta\leqslant 1$	与完美高斯 整数序列相同
本文的定理1	多元或高斯整数 ZCZ 序列集 ZCZ(L,M,Z)完美序列	ZCZ(L,M,Z)	$\eta\leqslant 1$	详见表4

通过表 3 可以看出，本文得到的高斯整数 ZCZ 序列集的参数和基序列集的参数相同，所以若基序列集选取最佳的或几乎最佳的，那么得到的高斯整数 ZCZ 序列集就是最佳的或几乎最佳的，即 $\eta\leqslant 1$，说明本文构造的序列集可以达到 Tang-Fan-Matsufuji 界限. 与表中其他几类构造结果相比，本文方法可得到奇长度和偶长度的构造结果，而文献[11]的定理 4 和 5、文献[12]以及[13]只能构造偶数长度的高斯整数 ZCZ 序列集，所以本文方法得到的构造结果更加丰富. 在表示序列电平组成的 degree 值比较一栏中，本文的构造结果可依据表 1 的基序列与过滤序列的不同选择方式获得不同但确定的 degree 值，具体构造实例见表 4.

由表 4 列出的若干构造实例可知，说明高斯整数 ZCZ 序列集中的序列 degree 不是无限而是有限的，最小 degree 为 2，序列元素中零的个数最少可以为 0，最大 degree 与基序列和过滤序列的选取有关系，但目前没有得到相应的上限参数，仍需进一步探寻和证明. 下面列举序列长度为 13 的完美高斯整数序列及高斯整数 ZCZ 序列集的构造过程及结果.

例1 选取周期为 13 的三元完美序列 $\boldsymbol{u}$ 作为基序列，$\boldsymbol{u}=(1,0,1,0,0,1,-1,1,0,-1,-1,1,1)$，选取相同周期的完美高斯整数序列作为过滤序列 $\boldsymbol{v}$，如下：

$$\boldsymbol{v}=(-3-2\mathrm{j},2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2\mathrm{j},2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2\mathrm{j},2\mathrm{j},2-2\mathrm{j},2\mathrm{j})$$

构造得到的序列 $\boldsymbol{s}$ 如下：

$$\boldsymbol{s}=(3-10\mathrm{j},-3+2\mathrm{j},-3+2\mathrm{j},9-2\mathrm{j},9-2\mathrm{j},6\mathrm{j},3-10\mathrm{j},9-2\mathrm{j},3-10\mathrm{j},6\mathrm{j},6\mathrm{j},-3+2\mathrm{j},6\mathrm{j})$$

计算序列 $\boldsymbol{s}$ 的相关函数为：

$$R_s(\tau)=\begin{cases}765, & \tau=0\\ 0, & \tau\neq 0\end{cases}$$

由此可见，序列 $\boldsymbol{s}$ 是周期为 13 的完美高斯整数序列.

例2 选取参数满足 ZCZ$(13,3,4)$ 的高斯整数序列集 $U=\{\boldsymbol{u}_0,\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2\}$ 作为基序列集，如下：

$$\begin{cases}\boldsymbol{u}_0=(-1-9\mathrm{j},4\mathrm{j},6+2\mathrm{j},-2-2\mathrm{j},4\mathrm{j},-1+\mathrm{j},6+2\mathrm{j},\\ \quad 4-4\mathrm{j},6+2\mathrm{j},4\mathrm{j},-2-2\mathrm{j},4-4\mathrm{j},-2-2\mathrm{j})\\ \boldsymbol{u}_1=(4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},4\mathrm{j},4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},\\ \quad 4\mathrm{j},-6-4\mathrm{j},4\mathrm{j},4-4\mathrm{j},4\mathrm{j})\\ \boldsymbol{u}_2=(-1+\mathrm{j},4\mathrm{j},-2-2\mathrm{j},6+2\mathrm{j},4\mathrm{j},-1-9\mathrm{j},-2-2\mathrm{j},\\ \quad 4-4\mathrm{j},-2-2\mathrm{j},4\mathrm{j},6+2\mathrm{j},4-4\mathrm{j},6+2\mathrm{j})\end{cases}$$

选取例 1 中的三元完美序列作为过滤序列 $\boldsymbol{v}$，即 $\boldsymbol{v}=(1,0,1,0,0,1,-1,1,0,-1,-1,1,1)$，那么构造得到的序列集 $S=\{\boldsymbol{s}_0,\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_2\}$，如下：

表 4　高斯整数 ZCZ 序列集的构造实例及其参数表

<table>
<tr><th>基序列集 U 及其参数</th><th>过滤序列 $\boldsymbol{v}$ 及其参数</th><th>Degree</th><th>高斯整数序列集 S 的电平组成</th></tr>
<tr><td rowspan="2">二元 ZCZ 序列集 ZCZ (16,4,3)
{1,1,−1,1,1,1,−1,1,−1,−1,−1,
1,−1,−1,−1,1;
−1,−1,1,−1,1,1,−1,1,1,1,1,−1,
−1,−1,−1,1;
1,−1,−1,−1,1,−1,−1,−1,−1,1,
−1,−1,−1,1,−1,−1;
−1,1,1,1,1,−1,−1,−1,1,−1,1,1,
−1,1,−1,−1}</td><td>16 长 四元 完美序列
(1,1,1,1,j,1,−j,−1,−1,
1,−1,1,−j,1,j,−1)</td><td>8</td><td>2−2j,−2−2j,2+2j,−2+2j,
6−2j,−6−2j,−6+2j,6+2j</td></tr>
<tr><td>16 长 16-QAM 完美序列
(1+3j,1−3j,1+3j,−1+3j,
−1−3j,3+j,1+3j,3+j,
1+3j,−1+3j,1+3j,1−3j,
−1−3j,−3−j,1+3j,−3−j)</td><td>12</td><td>−4j,4j,−12+8j,12−8j,4+16j,
−4−16j,−8−4j,8+4j,−4+8j,
4−8j,−8+20j,8−20j</td></tr>
<tr><td>四元 ZCZ 序列集 ZCZ (16,4,4)
{1,−1,−1,−j,−1,j,−1,1,1,1,
−1,j,−1,−j,−1,−1;
1,1,−1,j,−1,−j,−1,−1,1,−1,
−1,−j,−1,j,−1,1;
1,−1,1,j,−1,j,1,−1,1,1,1,−j,
−1,−j,1,1;
1,1,1,−j,−1,−j,1,1,1,−1,1,j,
−1,j,1,−1}</td><td>16 长 16-QAM 完美序列
(1+3j,1−3j,1+3j,−1+3j,
−1−3j,3+j,1+3j,3+j,
1+3j,−1+3j,1+3j,1−3j,
−1−3j,−3−j,1+3j,−3−j)</td><td>6</td><td>24−8j,−8+24j,−24+8j,
8−24j,−8−24j,8+24j</td></tr>
<tr><td rowspan="3">8-QAM + ZCZ 序列集[9] ZCZ(21,3,7)
{−1−j,1−j,1,−1−j,j,1,0,
1−j,−1+j,1+j,1−j,1,
1+j,1,−1+j,−1−j,j,
−1+j,1+j,j,j;
1+j,−1−j,1+j,1+j,1+j,
1+j,1+j,−1−j,−1−j,0,
−1−j,1+j,0,0,−1−j,1+j,
1+j,−1−j,0,1+j,0;
−1−j,−1+j,j,−1−j,1,j,
0,−1+j,1−j,1+j,−1+j,
j,1+j,j,1−j,−1−j,1,1−j,
1+j,1,1}</td><td>21 长 三元 完美序列
(1,1,1,1,1,−1,1,0,1,0,
−1,1,1,−1,0,0,1,−1,
0,−1,−1)</td><td>11</td><td>−1−j,5−j,1+4j,4+j,5+5j,
1+j,−1+5j,−11−11j,4+4j,
−11,−11j</td></tr>
<tr><td>21 长 五电平 完美序列
(1,−2,2,−2,4,−2,−2,−2,−2,
−1,4,4,1,4,−2,1,2,4,−2,−2,4)</td><td>6</td><td>3+3j,6+6j,−43+5j,
5−43j,−43−43j,5+5j</td></tr>
<tr><td>28 长 完美高斯 整数序列
(−2+j,0,0,−1+2j,−2+j,
1−2j,0,1−2j,0,0,−2+j,
1−2j,−2+j,0,2−j,0,0,
−1+2j,2−j,1−2j,0,1−2j,
0,0,2−j,1−2j,2−j,0)</td><td>12</td><td>2+4j,−2−4j,4+8j,−4−8j,
12−8j,−12+8j,6−20j,−6+20j,
−10+12j,10−12j,4−24j,−4+24j</td></tr>
<tr><td rowspan="2">高斯整数 ZCZ 序列集[11] ZCZ (13,3,4)
{−1−9j,4j,6+2j,−2−2j,4j,
−1+j,6+2j,4−4j,6+2j,
4j,−2−2j,4−4j,−2−2j;
4j,4−4j,4−4j,4−4j,4−4j,
4j,4j,4−4j,4j,−6−4j,4j,
4−4j,4j;
−1+j,4j,−2−2j,6+2j,4j,
−1−9j,−2−2j,4−4j,−2−2j,
4j,6+2j,4−4j,6+2j}</td><td>13 长 三元 完美 序列
(1,0,1,0,0,1,−1,1,0,−1,−1,1,1)</td><td>18</td><td>6−20j,1+5j,10+12j,17+13j,
−13−7j,12−2j,20−18j,1−5j,
12j,−12−14j,18−4j,−6+4j,
−7+11j,2−12j,19−j,−12−14j,
4−6j,17+13j</td></tr>
<tr><td>13 长 完美高斯 整数序列
(3−10j,−3+2j,−3+2j,
9−2j,9−2j,6j,3−10j,
9−2j,3−10j,6j,6j,
−3+2j,6j)</td><td>8</td><td>85+85j,−85+85j,85−85j,
−85−85j,170j,−170j,170,−170</td></tr>
</table>

$$
\begin{cases}
s_0=(6-20\mathrm{j},1+5\mathrm{j},1+5\mathrm{j},10+12\mathrm{j},17+13\mathrm{j},-13-7\mathrm{j},\\
\quad 12-2\mathrm{j},10+12\mathrm{j},20-18\mathrm{j},1-5\mathrm{j},12\mathrm{j},-12-14\mathrm{j},1-5\mathrm{j})\\
s_1=(18-4\mathrm{j},12\mathrm{j},6-20\mathrm{j},18-4\mathrm{j},6-20\mathrm{j},12\mathrm{j},12\mathrm{j},-6+4\mathrm{j},\\
\quad 12\mathrm{j},6-20\mathrm{j},-6+4\mathrm{j},-6+4\mathrm{j},18-4\mathrm{j})\\
s_2=(6-20\mathrm{j},-7+11\mathrm{j},-7+11\mathrm{j},2-12\mathrm{j},1-5\mathrm{j},19-\mathrm{j},-12\\
\quad -14\mathrm{j},2-12\mathrm{j},4-6\mathrm{j},17+13\mathrm{j},12\mathrm{j},12-2\mathrm{j},17+13\mathrm{j})
\end{cases}
$$

计算序列集 S 的相关函数为:

$$
R_{s_l,s_r}(\tau)=\begin{cases}3060, & l=r,\tau=0\\ 0, & l=r,0<|\tau|<4\\ 0, & l\neq r,|\tau|<4\end{cases}
$$

由此可见,序列集 S 是满足参数 ZCZ(13,3,4)的高斯整数 ZCZ 序列集,而且是最佳的. 同样地,例 2 中

的过滤序列也可以选取例 1 构造的完美高斯整数序列,构造出的序列集也是参数为 ZCZ(13,3,4)的高斯整数 ZCZ 序列集.

6　结论

本文提出的利用过滤操作构造高斯整数 ZCZ 序列集和完美高斯整数序列的方法,可通过选择不同的基序列集和过滤序列构造出大量参数接近甚至达到理论上界的序列集,扩大了最佳和几乎最佳的高斯整数 ZCZ 序列集的存在范围,同时构造结果的 degree 值也较丰富. 完美高斯整数序列的构造结果表明,序列周期的选择较灵活,可为奇周期和偶周期,增加了现有完美高斯整数序列的存在数量. 高斯整数序列与 ZCZ 序列的结合可有效提升高速 QS-CDMA 系统的传输速率和频谱效率,本文的构造结果扩展了系统地址码的存在范围,对工程应用有一定的实际意义.

参考文献

[1] HUBER Klaus. Codes over Gaussian integer[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(1): 207 – 216.

[2] LEE C D. Perfect Gaussian integer sequences of odd period [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(7): 881 – 885.

[3] LUSINA P, SHAVGULIDZE S, BOSSERT M. Space-time block factorization codes over Gaussian integers[J]. IEE Proceedings-Communications, 2004, 151(5): 415 – 421.

[4] CHANG H H, LI C P, LEE C D, et al. Perfect Gaussian integer sequences of arbitrary composite length[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(7): 4107 – 4115.

[5] YANG Yang, TANG Xiao-hu, ZHOU Zheng-chun. Perfect Gaussian integer sequences of odd prime length[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(19): 615 – 618.

[6] 陈晓玉,许成谦,李玉博. 新的完备高斯整数序列的构造方法[J]. 电子与信息学报,2014,36(9):2081 – 2085.
CHEN Xiao-yu, XU Cheng-qian, LI Yu-bo. New constructions of perfect Gaussian integer sequences[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(9): 2081 – 2085. (in Chinese)

[7] LEE C D, LI C P, CHANG H H, et al. Further results on degree-2 perfect Gaussian integer sequences[J]. LET Communications, 2016, 10(12): 1542 – 1552.

[8] PENG Xiu-peng, REN Jia-dong, XU Cheng-qian, et al. Perfect Gaussian integer sequences of degree-4 using difference sets[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2016, E99-A(12): 2604 – 2608.

[9] LI Yu-bo, XU Cheng-qian. Zero correlation zone sequence sets over the 8-QAM + constellation[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(11): 1844 – 1847.

[10] ZENG Fan-xin, ZHANG Zhen-yu. 16-QAM sequences with zero correlation zone from the known quadriphase ZCZ sequences[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2011, 94 – A(11): 2466 – 2471.

[11] CHEN Xiao-yu, KONG De-ming, XU Cheng-qian, et al. Construction of Gaussian integer sequences with zero correlation zone[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Scieences, 2016, E99-A(6): 1260 – 1263.

[12] LI Yu-bo, XU Cheng-qian. A new construction of zero correlation zone Gaussian integer sequence sets[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(12): 2418 – 2421.

[13] 刘凯,姜昆. 交织法构造高斯整数零相关区序列集[J]. 电子与信息学报,2017,39(2):328 – 334.
LIU Kai, JIANG Kun. Construction of Gaussian integer sequence sets with zero correlation zone based on interleaving technique[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(2): 328 – 334. (in Chinese)

[14] LIU Y C, CHEN C W, Su Y T. New constructions of zero-correlation zone sequences[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(8): 4994 – 5007.

[15] TSAI L S, SU Y T. Transform domain approach for sequence design and its applications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(1): 75 – 83.

[16] TANG Xiao-hu, FAN Ping-zhi, MATSUFUJI S. Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low or zero correlation zone[J]. Electronics Letters, 2000, 36(6): 551 – 552.

作者简介

刘　凯　女,1977 年生于黑龙江齐齐哈尔. 现为燕山大学信息科学与工程学院副教授、硕士生导师. 研究方向为无线通信编码理论.
E-mail:liukai@ysu.edu.cn

陈盼盼　女,1991 年生于河北省衡水市. 现为燕山大学信息科学与工程学院硕士研究生. 研究方向为扩频序列设计.
E-mail:ppchen0@163.com