

一种逆迭代互关系子空间 SMO 信道盲辨识方法

王丹, 蒋铃鸽, 何晨

(上海交通大学电子工程系信息传输与处理实验室, 上海 200240)

摘要: 基于 SMO 系统互关系模型提出了逆迭代辨识时间色散信道子空间方法, 基于一阶扰动理论分析了提出方法的 MSE 性能。为增强算法稳定性, 基于扰动理论和泰勒级数展开给出了一种迭代计算协方差 CR 矩阵逆的方法。理论分析和实验表明: 和现有的自适应信道盲辨识方法相比, 本文方法提高了信道估计精度, 迭代计算 CR 矩阵逆的方法简单有效, 实验结果和扰动分析得到的理论值有很高的一致性。

关键词: 信道估计; 子空间迭代; 单输入多输出系统; 互关系; 扰动分析

中图分类号: TN 911 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2006) 07-1226-05

An Inverse Iterative Method Based on the CR Subspace for the Blind Identification of SMO Channels

WANG Dan, JIANG Ling-ge, HE Chen

(Information Transmission and Processing Lab, Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240 China)

Abstract An inverse iterative subspace method for SMO blind identification is proposed based on the cross relations over the time dispersive channel. A first order perturbation analysis is conducted on the proposed estimator. In order to intensify the stability of the proposed estimator, an iterative inverse CR matrix is also presented by using the perturbation theory and Taylor's expansion up to the first order. Theoretical analysis and experimental results demonstrate that the proposed estimator has a better performance over the existing blindly adaptive algorithm, the method of iterative inverse CR matrix is not only simple but also valid, and there exists a high consistency between the perturbation analysis and the experimental results.

Key words channel estimation, subspace iteration, single-input multiple-output system, cross relations, perturbation analysis

1 引言

单输入多输出(SMO)系统盲辨识在通信系统和信号处理系统中有许多潜在的应用。基于系统输出二阶统计量(SOS)的盲辨识算法已被提出^[3,4]。然而, 传统批处理盲辨识算法中需要进行SVD分解, 不仅计算量大, 而且不易自适应执行, 难以跟踪时变信道变化。最近, 文献[1]基于SMO系统互关系(Cross Relations CR)模型提出了盲自适应多信道LMS(MCLMS)和多信道牛顿(MCN)辨识算法。为克服MCLMS算法对信道零点位置敏感的缺点, 变步长无约束自适应LMS盲辨识方法被提出^[8]。此外, 文献[2]在ZP-OFDM系统中将信道估计问题归纳为明确的两个子空间问题, 采用数值分析方法对噪声子空间方法进行改进。

本文的主要工作是: 基于 SMO 系统提出了一种简单的互关系子空间迭代盲辨识方法, 即 Cross Relations Subspace Iterations 简称 CRSI。

方法将 SMO 信道盲辨识的两个子空间问题简化成一个子空间问题进行处理, 避免了误差传播。为避免直接的 SVD 分解, 采用逆乘幂法迭代计算信道矢量(CRSI-INV); 为增强算法稳定性, 提出了迭代计算 CR 矩阵逆的方法(CRSI-II); 最后, 基于一阶扰动理论分析了小噪声和大样本数对信道估计误差的影响, 给出了 MSE 性能界。

本文中, 列向量用小写黑体字母表示, 矩阵用大写黑体字母表示。E{·}表示数学期望, “T”、“||·||”、“⟨·⟩”和“trace(·)”分别表示矩阵或向量的转置、2范数、内积和迹, “(·)⁻¹”表示矩阵的逆, I_K 表示 K × K 的单位矩阵, “⊗”表示线性卷积, “⊙”表示 Kronecker 积。

2 SMO 系统模型

考虑一个 BPSK 信号经过 SMO 信道的离散时间通信系统, 输出端的实基带接收信号模型可以用(1)式来表示.

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n) \quad (1)$$

其中,

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}_1^T(n), \mathbf{x}_2^T(n), \dots, \mathbf{x}_M^T(n)]^T$$

$$\mathbf{x}_i(n) = [x_i(n), x_i(n-1), \dots, x_i(n-N+1)]^T,$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T, \mathbf{H}_2^T, \dots, \mathbf{H}_M^T]^T,$$

$$\mathbf{s}(n) = [s(n), \dots, s(n-L+1), \dots, s(n-N-L+2)]^T$$

$$\mathbf{b}(n) = [\mathbf{b}_1^T(n), \mathbf{b}_2^T(n), \dots, \mathbf{b}_M^T(n)]^T,$$

$$\mathbf{b}_i(n) = [b_i(n), b_i(n-1), \dots, b_i(n-N+1)]^T,$$

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} h_{i,0} & h_{i,1} & \dots & h_{i,L-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{i,0} & h_{i,1} & \dots & h_{i,L-1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_{i,0} & h_{i,1} & \dots & h_{i,L-1} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{h}_i = [h_{i,0}, h_{i,1}, \dots, h_{i,L-1}]^T$, \mathbf{h}_i 为第 i 子信道线性时不变 FIR 冲激响应, M 是 SMO 子信道数, L 是 M 个子信道冲激响应长度最大值, $i=1, \dots, M$, 设 $N=L$ 已知, 此时即为文献[2]模型. 设噪声和发送序列不相关, 且假设噪声 $\mathbf{b}(n)$ 是时间和空间上独立零均值高斯白噪声. \mathbf{H} 为维数 $MN \times (N+L-1)$ 的信道参数矩阵. 为确保信道可辨识, 假定系统满足文献[1, 9]中的可辨识条件.

3 本文提出的算法(CRSI)

3.1 有噪时 CR 系统方程

若信道噪声存在, 无噪时互关系^[1]不再成立, 而有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i \odot \mathbf{h}_j &= (\mathbf{s} \odot \mathbf{h}_i + \mathbf{b}_i) \odot \mathbf{h}_j \\ &= (\mathbf{x}_j - \mathbf{b}_j) \odot \mathbf{h}_i + \mathbf{b}_i \odot \mathbf{h}_j \\ &= \mathbf{x}_j \odot \mathbf{h}_i + \mathbf{b}_i \odot \mathbf{h}_j - \mathbf{b}_j \odot \mathbf{h}_i \end{aligned} \quad (2)$$

成立. 类似文献[1]中 CR 方程推导方法, 整理可得含噪 CR 系统方程, 如式(3)所示:

$$\mathbf{R}_b \mathbf{h} = (M-1) \sigma_b^2 \mathbf{h} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{R}_b = \mathbf{R} + (M-1) \sigma_b^2 \mathbf{I}_{ML}$, σ_b^2 是噪声功率, 即 $E\{\mathbf{b}_i(n)\mathbf{b}_i^T(n)\} = \sigma_b^2 \mathbf{I}$, \mathbf{R}, \mathbf{h} 如式(4)所示.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \mathbf{R}_{xx,i} & -\mathbf{R}_{x_{12}} & \dots & -\mathbf{R}_{x_{1M}} \\ -\mathbf{R}_{x_{12}} & \sum_{i=2}^M \mathbf{R}_{xx,i} & \dots & -\mathbf{R}_{x_{2M}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{R}_{x_{1M}} & -\mathbf{R}_{x_{2M}} & \dots & \sum_{i=1}^M \mathbf{R}_{xx,i} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1^T, \mathbf{h}_2^T, \dots, \mathbf{h}_M^T]^T \quad (4)$$

其中, $\mathbf{R}_{xx,i}(n) = E\{\mathbf{x}_i(n)\mathbf{x}_j^T(n)\}$. 无噪时, 式(3)可退化成文献[1]中 CR 系统方程. 矩阵 \mathbf{R}_b 大小为 $ML \times ML$, 且含有关于信道矢量 \mathbf{h} 的重要信息. 由于文中假设系统满足可辨识条件, 无噪时, \mathbf{R} 秩为 $ML-1$ ^[1, 9], 信道矢量 \mathbf{h} 对应 \mathbf{R} 唯一零特征值的矢量; 有噪声时, \mathbf{h} 对应 \mathbf{R}_b 最小特征值 $(M-1) \sigma_b^2 \mathbf{I}_{ML}$ 的特征矢量, 即

$$\mathbf{h}_{opt} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|_F=1} \mathbf{h}^T \mathbf{R}_b \mathbf{h} \quad (5)$$

因此, 信道矢量可在标量因子模糊度^[4]意义上辨识出来.

3.2 CRSI 算法的提出

由式(5)知, 信道冲激响应估计问题已变成求一次最小奇异值(特征值)问题, 所以基于 CR 系统模型, 传统方法中的两个子空间问题^[4]已简化成一个子空间问题. 为求解最小奇异值对应的奇异矢量, 一种简单的方法就是用数值分析的方法迭代求信道矢量估计值^[2, 7]. 由于本文只需求一个最小特征值对应的特征矢量, 所以迭代公式为:

$$\mathbf{h}(k) = \frac{\mathbf{R}_b^{-1} \mathbf{h}(k-1)}{\|\mathbf{R}_b^{-1} \mathbf{h}(k-1)\|} \quad (6)$$

这是 ZP-OFDM^[2]噪声子空间正交迭代方法的特例. 若信道矢量初值和真值不正交, 则 $\mathbf{h}(k) \rightarrow$ 信道矢量真值, 当 $k \rightarrow \infty$ 时. 我们将式(6)称为 CRSI_NV 方法, 即需求逆的 CRSI 方法, 其证明见附录 a 但算法中含有矩阵求逆项, 所以其稳定性和收敛速率相互矛盾. 这是因为矩阵 \mathbf{R}_b 的特征值越分散(附录 a), 算法收敛越快, 但矩阵条件数变大, 则矩阵逆的扰动界限^[10]也会越大, 所以算法不稳定, 且不利于自适应实现. 为此, 本文又提出了迭代求 CR 矩阵逆的方法.

假设在慢时变信道下 CR 矩阵更新值足够小, 将每次更新信息 $\Delta \mathbf{R}$ 看成扰动项, 则可以应用扰动理论和泰勒级数展开直到一阶^[11, 12], 即

$$(\mathbf{R} + \Delta \mathbf{R})^{-1} \approx \mathbf{R}^{-1} - \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{R} \mathbf{R}^{-1} \quad (7)$$

所以, 若采用式(8)、(9)估计信号的自相关和互相关,

$$\mathbf{R}_{xx,i}(n) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbf{x}_i(l) \mathbf{x}_i^T(l), i=1, \dots, M \quad (8)$$

$$\mathbf{R}_{x_ix_j}(n) = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \mathbf{x}_i(l) \mathbf{x}_j^T(l), i \neq j, i, j=1, \dots, M \quad (9)$$

则递推 CR 矩阵估计式为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(n) &= \mathbf{R}(n-1) + \widetilde{\mathbf{R}}(n), \\ \mathbf{R}(0) &= \mathbf{I}_M \otimes \left(\sum_{i=1}^M \frac{\mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i}{L} \right), n \geq 1 \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\beta > 0$ 和 $\varepsilon > 0$ 且 $\beta \rightarrow 1, \varepsilon \rightarrow 0$

$$\widetilde{\mathbf{R}}(n) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \widetilde{\mathbf{R}}_{xx,i}(n) & -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{12}}(n) & \dots & -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{1M}}(n) \\ -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{12}}(n) & \sum_{i=2}^M \widetilde{\mathbf{R}}_{xx,i}(n) & \dots & -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{2M}}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{1M}}(n) & -\widetilde{\mathbf{R}}_{x_{2M}}(n) & \dots & \sum_{i=1}^M -\widetilde{\mathbf{R}}_{xx,i}(n) \end{bmatrix}$$

$$= - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{xx_1}(n) & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_1}(n) & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_1}(n) \\ \tilde{\mathbf{R}}_{xx_2}(n) & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_2}(n) & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_2}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{R}}_{xx_M}(n) & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_M}(n) & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{xx_M}(n) \end{bmatrix} + \mathbf{I}_M \otimes \sum_{i=1}^M \tilde{\mathbf{R}}_{xx_i}(n) \quad (11)$$

式(11)是CR矩阵瞬时估计值,其中 $\tilde{\mathbf{R}}_{xx_j}(n) = \mathbf{x}_j(n) \cdot \mathbf{x}_j^T(n)$, $j = 1, 2, \dots, M$.则应用式(7)有

$$\mathbf{P}(n) \approx \frac{1}{\beta} [\mathbf{P}(n-1) - \frac{\varepsilon}{\beta} \mathbf{P}(n-1) \tilde{\mathbf{R}}(n) \mathbf{P}(n-1)] \quad (12)$$

其中, $\mathbf{P}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)$,将其带入式(6)中即得迭代求逆的CRSI方法,文中称为CRSI II

3.3 CRSI算法 MSE 性能分析

文献[12]基于一阶扰动理论分析了高信噪比时噪声和接收有限样本数S(S足够大)对DS-CDMA系统中POR信道估计器性能的影响.本文采用类似方法来分析CRSI信道估计器MSE性能.首先对 \mathbf{R}_b 进行特征值分解有

$$\mathbf{R}_b = [\mathbf{U}_s \ \mathbf{V}_n] \begin{bmatrix} \Lambda_s + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{M-1} & 0 \\ 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_s^H \\ \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $\sigma_v^2 = (M-1)\sigma_b^2$,令 $\mathbf{R}_s = \mathbf{U}_s \Lambda_s \mathbf{U}_s^H$.定义 $\Delta\mathbf{R} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}_b$, $\hat{\mathbf{R}}$ 是采用有限数据采样数的互相关(CR)矩阵估计值.

定理1 如果信噪比足够高,有限样本数足够大时,从式(5)得到信道矢量的MSE为:

$$\begin{aligned} \mathbf{MSE} &= E\{\|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|^2\} \\ &\approx \|\sigma_v^2 \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{h} / \|\mathbf{h}\|\|^2 + \|(\mathbf{R}_b - \mathbf{I}_{m \times n} \mathbf{I})^\dagger \Delta\mathbf{R} \mathbf{h}_{opt}\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

(•)[†]表示广义逆, $\mathbf{I}_{m \times n} = \sigma_v^2$ 是 \mathbf{R}_b 的最小特征值,证明见附录h

由定理1知:信道估计均方误差由两部分组成:第一部分是小噪声假设下得到的信道估计均方误差;第二部分是大样本数时引入的信道估计均方误差.随着噪声功率的减小,MSE也会越小;随着样本数的增加,MSE会随之减少.实验结果也证明了理论分析的正确性.

4 实验结果与分析

为验证提出CRSI盲估计器的性能,仿真中考虑了基于CR模型的MCN^[1]和MCLMS辨识方法^[1],其参数设置、信道矢量初值及CR矩阵估计同文献[1].CRSI算法(CRSI INV和CRSI II)CR矩阵估计如式(10)所示,其参数 $\beta = \frac{S-1}{S}$, $\varepsilon = \frac{1}{S}$,S为样本数.一两信道($M = 2$)FIR系统被考虑在仿真环境中,子信道的冲激响应如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_1 &= [1 \ -2\cos(\theta)]^T \\ \mathbf{h}_2 &= [1 \ -2\cos(\theta+\delta)]^T \end{aligned} \quad (15)$$

仿真中假设真实信道是具有单位范数的实信道,幅度

和相位模糊性可被消除.以下是独立进行 $N = 500$ 次Monte Carlo仿真的平均结果.

实验1 好信道条件下算法性能比较($\theta = p/10$, $\delta = p/10$)

此时子信道零点位置相距较远,信道易于辨识^[1].图1表明:在SNR = 20dB时,MCN和MCLMS算法存在严重的误差底板效应,而CRSI算法克服了误差底板效应的缺陷,并获得了更低的归一化均方根误差NRMSE值.当采样数S = 350时,和MCN相比,CRSI的NRMSE值降低大约8.8dB,和MCLMS相比,CRSI的NRMSE值降低大约11.8dB.图2表明:当S = 250时,CRSI算法比两种盲自适应算法获得了更高的估计精度.当NRMSE大于30dB时,和MCN算法相比,CRSI算法信噪比改善大约8dB;和MCLMS算法相比,CRSI算法信噪比改善10dB.

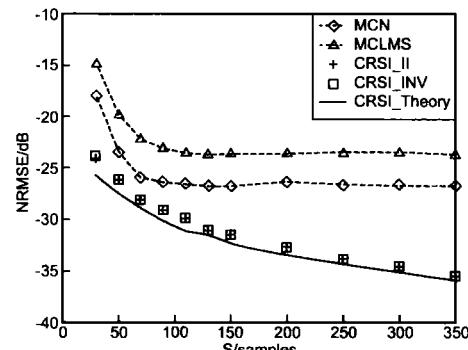


图1 样本数和NRMSE的关系(SNR=20dB)

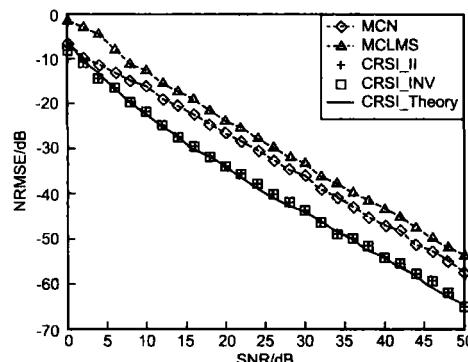


图2 信噪比和NRMSE的关系(S=250)

图1和图2同时表明:CRSI II方法可以逼近CRSI INV方法性能;CRSI算法逼近CRSI Theory性能,即由扰动理论得到的MSE值和实验值有着高度的一致性,证明扰动分析是有效的.

实验2 坏信道条件下算法性能比较($\theta = p/10$, $\delta = p/10$)

如果 δ 值比较小,也即两子信道单位圆上的零点相距很近,则信道不易辨识^[1].图3为SNR = 30dB时不同有限样本数下NRMSE性能比较.图4为不同算法的SNR和NRMSE在样本数为S = 300时的关系.图3和图4表明:由于信道条件变差,MCLMS算法性能急剧下降,无法正确辨识信道;MCN算法虽然对信道零点位置不敏感,但误差

底板效应仍然存在; 和盲自适应辨识方法相比, CRSI 算法获得了更低的 NRMSE; CRSI II 样本数大于 200 之后可以逼近 CRSI NV 的性能; 在 SNR 25dB 后, 扰动理论得到的 M SE 理论值和实验值仍有很好的一致性; CRSI 算法复杂度和 MCN 比并未增加, 但可使用更少的采样点数得到更好的估计准确度, 且对信道零点位置不敏感, 更适合于宽带通信。

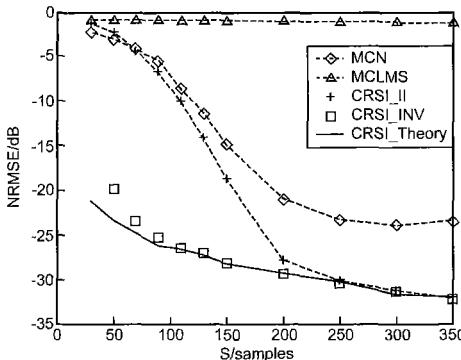


图 3 样本数和 NRMSE 的关系 ($SNR=30dB$)

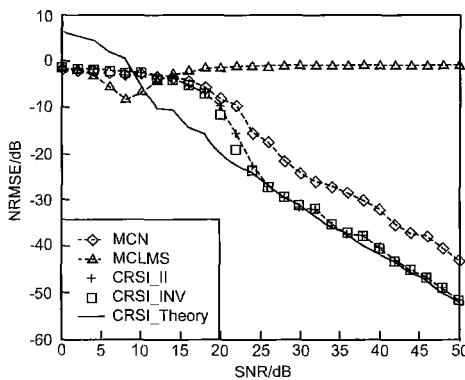


图 4 信噪比和 NRMSE 的关系 ($S=300$)

5 结论

本文基于 SMO 互关系模型提出了一种逆迭代估计信道矢量子空间盲辨识方法, 提出了一种迭代求 CR 矩阵逆的方法, 并进行了理论分析。仿真证明 CRSI 算法简单有效, 基于一阶扰动理论的 M SE 理论值逼近实验值; 和盲自适应方法相比, CRSI 具有更高的估计准确度, 克服了误差底板效应的缺陷, 所需样本数更少, 对信道零点位置不敏感, 使它们在时不变信道下成为宽带通信系统一种理想备选方案。

附录 a

式(6)的证明:

证明 由于 \mathbf{R}_b 是对称正定的, 其特征值为 $l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_{ML-1} > l_{ML} > 0$ 相对应的特征矢量为 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{ML-1}, \mathbf{e}_{ML}$, 任意取和最小特征矢量不正交的初始向量 $\mathbf{h}(0)$, 并设 $\alpha_{ML} \neq 0, j = 1, \dots, ML-1$ 为常系数, 则由文献 [6] 有:

$$\mathbf{h}(0) = \sum_{j=1}^{ML-1} \alpha_j \mathbf{e}_j + \alpha_{ML} \mathbf{e}_{ML} \quad (1a)$$

方程两边左乘 \mathbf{R}^{-1} 次, 则有

$$(\mathbf{R}^{-1})^k \mathbf{h}(0) / l_{ML}^k = \sum_{j=1}^{ML-1} \alpha_j \left(\frac{l_{ML}}{l_j} \right)^k \mathbf{e}_j + \alpha_{ML} \mathbf{e}_{ML} \quad (2a)$$

而 $0 < l_{ML} / l_j < 1, j = 1, \dots, ML-1$ 则 CRSI 接收速率 $\alpha(l_{ML} / l_j)^k$ 趋近于真值 α_{ML} , 而且随着 k 的增加迭代精度越高, 估计信道越准确, 而且特征值越分散算法收敛越快。值得注意的是, 由于多次左乘 \mathbf{R}^{-1} , 容易使计算产生溢出, 为此每次左乘应对矢量做一次规范化调整, 所以式 (6) 成立。

附录 b

CRSI 信道估计器的 M SE 推导:

对于高信噪比、大采样数时信道估计的 M SE 可以基于一阶扰动理论^[13-14]获得。

引理 1 假设矩阵 \mathbf{X} 可进行 SVD 分解, 即

$$\mathbf{X} = [\mathbf{U}_s \ \mathbf{U}_n] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_s^H \\ \mathbf{V}_n^H \end{bmatrix} \quad (1b)$$

如果 N 是 \mathbf{X} 的加性扰动, 则子空间 \mathbf{U}_n 的一阶扰动约化为

$$\Delta \mathbf{U}_n = -\mathbf{U}_s \sum_s \mathbf{V}_s^H \mathbf{N}^H \mathbf{U}_n = -\mathbf{X}^+ \mathbf{N}^H \mathbf{U}_n \quad (2b)$$

由引理 1 知, CR 矩阵的扰动会导致式 (13) 中噪声空间 \mathbf{V}_n 的扰动, 从而得到信道估计矢量的约化 M SE 因为估计器不仅受噪声的影响, 而且受数据采样数的扰动, 它会导致信道的估计误差^[12]:

(1) 噪声的影响

信道的估计误差 $\Delta \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_{opt} - \mathbf{h} / \| \mathbf{h} \|$, 由 $\mathbf{R}_b = \mathbf{R} + (M-1) \sigma_b^2 \mathbf{I}_{ML} = \mathbf{R} + \sigma_v^2 \mathbf{I}_{ML}$, 若噪声足够小, 利用引理 1 和文献 [12] 有

$$\Delta \mathbf{h}_1 \approx -\sigma_v^2 \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{h} / \| \mathbf{h} \| \quad (3a)$$

由噪声引起的信道估计误差为

$$MSE_1 = E \{ \| \Delta \mathbf{h}_1 \|^2 \} \approx \| \sigma_v^2 \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{h} / \| \mathbf{h} \| \|^2 \quad (4a)$$

(2) 有限数据采样数的影响

从式 (5) 知, 被估计的信道矢量 \mathbf{h}_{opt} 取决于 \mathbf{R}_b , 而 \mathbf{R}_b 只能从有限数据采样获得, 如果 CR 矩阵受扰动, 则信道矢量也会受扰动, 由 $\Delta \mathbf{R} = \hat{\mathbf{R}} - \mathbf{R}_b$, 而 $\hat{\mathbf{R}}$ 是由 S 个数据矢量采用式 (8)、(9) 估计出来的 CR 矩阵, 值得注意的是 $\Delta \mathbf{R}$ 也是一个对称矩阵, 尽管 $S \rightarrow \infty$ 时, $\hat{\mathbf{R}} \rightarrow \mathbf{R}_b$, 但由于有限的采样数会产生 $\Delta \mathbf{R}$, 最后导致 \mathbf{h}_{opt} 受扰动。定义 $\Delta \mathbf{h}_2 = \hat{\mathbf{R}} \mathbf{h} - \mathbf{h}_{opt}$ 在小扰动的假设 (即大 S) 下^[12] 再次应用引理 1 有:

$$\Delta \mathbf{h}_2 \approx -(\mathbf{R}_b - \mathbf{I}_{ML} \mathbf{I})^\dagger \Delta \mathbf{R} \mathbf{h}_{opt} \quad (5a)$$

由有限数据采样引起的信道估计误差为

$$MSE_2 = E \{ \| \Delta \mathbf{h}_2 \|^2 \} \approx \| (\mathbf{R}_b - \mathbf{I}_{ML} \mathbf{I})^\dagger \Delta \mathbf{R} \mathbf{h}_{opt} \|^2 \quad (6a)$$

且注意到 $E(\Delta \mathbf{R}) = 0$, 所以 $E(\Delta \mathbf{h}_2) = 0$

(3) 由噪声和有限采样数产生的信道估计误差

由 $\Delta \mathbf{h}_2$ 的估计是无偏的, 可得小噪声、大采样时信道的估计误差^[12]

$$\text{MSE} = E\{\|\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|^2\} \approx \|\mathbf{h}_{\text{opt}} - \mathbf{h}\|^2 + \|\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{h}_{\text{opt}}\|^2 \quad (7b)$$

由(4b)和(6b)得

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \text{MSE}_1 + \text{MSE}_2 \\ &\approx \|\sigma_s^2 \mathbf{R}_s^{-1} \mathbf{h}\| \|\mathbf{h}\|^2 + \|(\mathbf{R}_b - I_{m \times m})^\dagger \Delta \mathbf{R} \mathbf{h}_{\text{opt}}\|^2 \end{aligned} \quad (8b)$$

定理1得证.

参考文献:

- [1] Y Huang, J Benesty. Adaptive multi-channel least mean square and newton algorithms for blind channel identification [J]. Signal Processing, 2002, 82(8): 1127–1138.
- [2] X G Doukopoulos, G V Moustakides. Adaptive algorithms for blind channel estimation in OFDM systems [A]. In Proc IEEE ICC 04[C]. Paris: IEEE CS Press, 2004: 2377–2381.
- [3] L Tong, G Xu, T Kailath. Blind identification and equalization based on second-order statistics a time domain approach [J]. IEEE Trans On Information Theory, 1994, 40(2): 340–349.
- [4] E Moulines, P Duhamel. Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters [J]. IEEE Trans On Signal Processing, 1995, 43(2): 516–525.
- [5] Y Huang, J Benesty, G W Elko. Adaptive eigenvalue decomposition algorithm for real-time acoustic source localization system [A]. In Proc IEEE ICASSP 99[C]. Phoenix, Arizona USA: IEEE Press, 1999: 937–940.
- [6] 李有明, 保铮. 基于子空间迭代的快速高分辨技术 [J]. 电子学报, 1994, 22(2): 47–52.
Li Youming, Bao Zheng. A fast high resolution technique based on the subspace iteration [J]. Acta Electronica Sinica, 1994, 22(2): 47–52 (in Chinese).
- [7] B N Parlett. The Symmetric Eigenvalue Problem [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980.
- [8] Y Huang, J Benesty, J D Chen. Optimal step size of the adaptive multichannel LMS algorithm for blind SMO identification [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(3): 173–176.
- [9] G Xu, L Tong. A least squares approach to blind channel identification [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(12): 2982–2993.
- [10] 孙继广. 矩阵扰动分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2001: 115–117.
- [11] Z Y Xu. Perturbation study on MOE-based multiuser detection [A]. In Proc 35th Annual Conf Signals Syst Comput[C]. Pacific Grove, CA: IEEE Press, 2001: 1733–1737.
- [12] Z Y Xu, P Liu, X D Wang. Blind multiuser detection from MOE to subspace methods [J]. IEEE Trans On Signal Processing, 2004, 52(2): 510–521.
- [13] S Roy, C Y Li. A subspace blind channel estimation method for OFDM systems without cyclic prefix [J]. IEEE Trans On Wireless Communications, 2002, 1(4): 572–579.
- [14] F Li, H Liu, R JVaccaro. Performance analysis for DOA estimation algorithms further unification simplification and observations [J]. IEEE Trans Aerospace and Electronics Systems, 1993, 29(3): 1170–1184.

作者简介:



王丹 女, 1979年6月出生于辽宁省大石桥, 博士, 主要研究方向为信道估计和信号检测.
E-mail: wangdan2004@sjtu.edu.cn



蒋铃鸽 女, 教授, 博导, 主要研究方向为通信信号处理, 移动通信, 数字水印等.
E-mail: lgjiang@sjtu.edu.cn