

基于耦合梯度神经网络的光学层析图像重建

孟 静^{1,2}, 王加俊¹, 黄贤武¹

(1. 苏州大学电子信息学院, 江苏苏州 215021; 2. 曲阜师范大学计算机科学学院, 山东日照 276826)

摘要: 为克服光学层析图像重建的病态性, 通常在重建过程中加入先验信息。本文采用含有二值线过程的 Gibbs 分布作为图像的先验模型, 该模型具有保留清晰边缘的全局平滑特性。由于重建目标函数是连续变量和二值离散变量的混合体, 常规的优化算法无法实现。为此, 提出了一种基于耦合梯度神经网络的优化方法。优化过程中, 能量函数关于光学参数的梯度计算是关键, 本文提出一种基于梯度树的梯度求解方法。对吸收系数和散射系数的重建结果表明: 该方法可高效地重建光学层析图像; 线过程的引入可以改善重建的病态特性, 提高图像的重建质量。

关键词: 光学层析成像; 线过程; 贝叶斯方法; 辐射传输方程

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2006)05-0892-05

Optical Tomography Reconstruction Based on Coupled Gradient Neural Network

MENG Jing^{1,2}, WANG Jia-jun¹, HUANG Xian-wu¹

(1. School of Electronics & Information Engineering, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215021, China;

2. School of Computer Science, Qufu Normal University, Rizhao, Shandong 276826, China)

Abstract In order to fix the problem of ill-posedness, some a priori information should be incorporated in the process of optical tomography reconstruction. In this paper, a Gibbs distribution with binary line process is introduced as a prior image model which can result in a global smoothness with sharp edges. Because of the coexistence of the binary and continuous variables in the objective function, traditional optimization algorithms are not valid. Therefore, a coupled gradient neural network is proposed. In the process of optimization, the gradient computation of the energy function with respect to optical parameters is critical for which, an algorithm based on the gradient tree is put forward. The reconstruction images corresponding to both the absorption and scattering coefficients proved that the proposed algorithm can be implemented effectively with high quality results by the introduction of the binary line process.

Keywords optical tomography, line process, Bayesian method, radiative transfer equation

1 引言

光学层析成像(optical tomography, OT)是近年来广为关注的一种新型成像技术。它利用波长近似为 $650\text{nm} < \lambda < 900\text{nm}$ 的近红外光对介质进行照射, 通过对受照体表面的透射光和散射光的测量对受照体内部的光学参数(吸收系数 μ_a 和散射系数 μ_s)进行成像。OT 技术起步于上世纪 80 年代, 我国在上世纪 90 年代中期才涉足该项研究。目前, 大多数的重建方法都是基于传输方程的近似形式—扩散方程的重建^[1~3], 然而, 当散射系数不远大于吸收系数或两者都较小时, 基于扩散方程的重建会失败^[4]。因此, 有必要实

现直接基于传输方程的重建^[5,6]。另外, OT 重建问题是一个不稳定的病态问题^[7], 测量数据中的误差会在重建过程中被放大。所以, 合适的先验信息的选择对于重建结果非常关键。文中采用的是带有二值线过程的 Gibbs 分布, 它具有保留清晰边缘的全局平滑特性。线过程理论首先由 German 和 Geran 提出^[8], 后广泛用于信号处理领域^[9,10]。本文通过贝叶斯框架将先验信息加入, 利用最大后验概率理论形成重建目标函数。由于线过程是二值的, 目标函数成为二值离散变量和连续变量的混合函数, 常规的优化方法不能适用, 这使得目标函数的优化变得非常困难。本文提出了一种基于神经网络的优化方法, 定义了带

惩罚项的能量函数, 通过给定的网络拓扑结构, 实现了基于辐射传输方程光学层析图像的重建。实验证明: 该方法可有效地重建光学层析图像, 改善 OT 重建的病态特性, 得到更理想的重建结果。

2 前向模型

光子在散射介质中传播的与时间无关的辐射传输方程为:

$$\omega \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}, \omega) + (\mu_a + \mu_s) \psi(\mathbf{r}, \omega) = S(\mathbf{r}, \omega) + \mu_s \int_0^{\omega} p(\omega, \omega') \psi(\mathbf{r}, \omega') d\omega' \quad (1)$$

其中 $\psi(\mathbf{r}, \omega)$ 为在空间位置 \mathbf{r} 处, 方向角为 ω 时的辐射, $S(\mathbf{r}, \omega)$ 是光源的强度分布, $p(\omega, \omega')$ 称为散射相函数, 一般用 Henyey-Greenstein 散射相函数表示, 即: $p(\cos\theta) = \frac{1-g^2}{2p(1+g^2-2g\cos\theta)^{3/2}}$ 其中, θ 为 ω, ω' 的角度差, g 为各向异性系数, 表征角度的散射分布。有多种方法可以求解这个传输方程, 本文中采用的是有限差分, 离散坐标法。下面首先引入该方法用到的数学符号和含义: 设图像为 A , 将图像所在区域离散化为 $N \times N$ 的网格, 设在 X 轴的网格点间距为 Δx , 在 Y 轴的网格点间距为 Δy , 离散方向为 ω_k ($k=1, 2, \dots, K$) 共 K 个方向, 其在 X 方向和 Y 方向的分量用 ξ 和 η 表示, $\xi_k = \cos(\omega_k)$, $\eta_k = \sin(\omega_k) \cdot \phi_{k,ij}$ 表示在网格点 (i,j) 处方向为 ω_k 时的角辐射率。当用迎风差分方法求解方程(1)时, 角方向 ω_k 被分成四个部分, 分别为:

$$(1) \xi_k > 0 \quad \eta_k > 0 \quad (2) \xi_k < 0 \quad \eta_k > 0 \\ (3) \xi_k > 0 \quad \eta_k < 0 \quad (4) \xi_k < 0 \quad \eta_k < 0$$

为了便于问题的阐述, 方程(2)给出当 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$ 时的前向模型计算公式(其他情况参见文献[11])。

$$\begin{aligned} \Phi_{k,ij}^z = & S_{k,ij} + \mu_s \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} p_{k,k'} \Phi_{k',ij}^{z-1} + (\xi_k / \Delta x) \Phi_{k,i-1,j}^z + (\eta_k / \Delta y) \Phi_{k,i,j-1}^z \\ & \xi_k / \Delta x + \eta_k / \Delta y + (\mu_a)_{ij} + (\mu_s)_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

3 贝叶斯重建算法

3.1 贝叶斯重建模型

设 \mathbf{Y} 表示测量数据向量, $\boldsymbol{\mu}$ 为光学参数分布向量($N \times N$ 维), 下面给出用于 OT 重建的贝叶斯后验概率模型:

$$\ln P(\boldsymbol{\mu} | \mathbf{Y}) = \ln P(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\mu}) + \ln P(\boldsymbol{\mu}) - \ln P(\mathbf{Y}) \quad (3)$$

其中, 最后一项是常数可以略去。设预测数据为向量 \mathbf{P} , 测量点数为 M , 根据光子噪声一般为泊松噪声的事实, 且由于在大量光子的条件下泊松分布趋于高斯分布, 所以在给定光学参数分布的条件下, 测量数据 \mathbf{Y} 的条件概率可写为:

$$\ln P(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\mu}) = - \sum_{i=1}^M \frac{(Y_i - P_i)^2}{2Y_i^2} \quad (4)$$

方程(3)中的第二项为先验项, 可以加入光学参数分布的先验信息, 文中采用的是带有二值线过程的 Gibbs 先验模型, 它可以使得区域整体平滑的同时, 还能保持清晰的边缘, 数学表达式如下:

$$P(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{Z} \exp[-E_p(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I})]$$

这里 Z 是配分函数, 而

$$E_p(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) = \left[\sum_j \mu_v^2(i,j) (1 - l_{ij}^v) + \alpha l_{ij}^v \right] + \left[\sum_j \mu_h^2(i,j) (1 - l_{ij}^h) + \alpha l_{ij}^h \right] \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} \mu_v(i,j) = \mu_{ij} - \mu_{i,j-1} \\ \mu_h(i,j) = \mu_{ij} - \mu_{i,j+1} \end{cases}$$

分别表示在垂直和平面上相邻象素的差, l_{ij} 和 l_{ij}^v 是二值(0/1)线过程, \mathbf{I} 是与平滑程度相关的权重因子。

根据贝叶斯重建思想, 可以通过使贝叶斯后验概率的最大化实现对光学层析图像的重建。由方程(3)到(5), 重建目标函数可描述如下:

$$\boldsymbol{\mu} = \arg \max_{\boldsymbol{\mu} > 0} \{ \ln P(\boldsymbol{\mu} | \mathbf{Y}) = \ln P(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\mu}) + \ln P(\boldsymbol{\mu}) \}$$

或等价地写成:

$$\boldsymbol{\mu} = \arg \min_{\boldsymbol{\mu} > 0} \{ E(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) = E_D(\boldsymbol{\mu}) + E_P(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{I}) \} \quad (6)$$

其中: $E_D(\boldsymbol{\mu}) = -\ln P(\mathbf{Y} | \boldsymbol{\mu}) = \sum_{i=1}^M \frac{(Y_i - P_i)^2}{2Y_i^2}$, 由式(5)可知为了使得先验能量函数的取值尽可能小, t 和 I 的取值必须满足如下关系:

$$l_{ij}^v = \begin{cases} 0 & \mu_x^2(i,j) \leq \alpha \\ 1 & \mu_x^2(i,j) > \alpha \end{cases} \quad x = h \text{ 或 } v$$

显然, α 本质上是一个阈值参数, 当象素点 (i,j) 在垂直(水平)方向上的灰度值差大于阈值 α 则表明在水平(垂直)方向上存在边沿, $l_{ij}^v(l_{ij}^h)$ 取值为 1, 此时的先验能量函数退化为一个常数, 其对重建过程不产生影响; 相反, 当象素点 (i,j) 在垂直(水平)方向上的灰度值差小于阈值 α 则表明在水平(垂直)方向上不存在边沿, $l_{ij}^v(l_{ij}^h)$ 取值为 0, 此时的先验能量函数退化为一个 Laplace 算子, 通过对极小化, 达到平滑图像的目的。

由式(6)可以看出, 目标函数为一个包含连续变量和二值变量的混合变量函数, 通常的优化算法将不能对上述问题进行求解。为此, 提出一种基于耦合梯度神经网络的

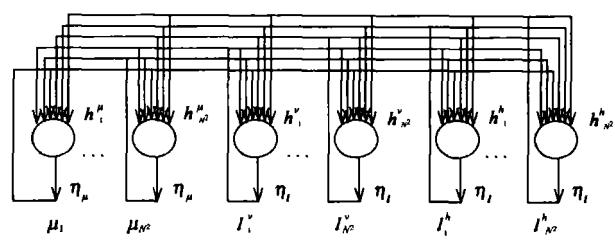


图 1 网络拓扑结构示意图

优化方法。该网络是一种反馈型神经网络，它包含两个相互作用的递归部分，一部分为连续变量，另一部分为二值变量。网络的输入为由动力学方程所定义的变量 h_j^{μ} ($j=1 \dots, N^2$) 和 h_j^v , h_j^h ($j=1 \dots, N^2$)，输出为光学参数分布 μ_j ($j=1 \dots, N^2$) 和二值线过程 l_j^v , l_j^h ($j=1 \dots, N^2$)。为了便于问题的求解，首先将二值线过程 {0, 1} 的取值范围延拓到 [0, 1] 区间，网络拓扑结构如图 1 所示。

设人体组织光学参数的最大值和最小值分别为： μ_{\max} , μ_{\min} ，为保证网络的输出 $\mu \in [\mu_{\min}, \mu_{\max}]$, $l \in [0, 1]$ ，采用如下激活函数：

$$\begin{cases} \mu_j = f_j^{\mu}(h_j^{\mu}) = \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{1 + \exp(-h_j^{\mu})} + \mu_{\min} \\ l_j = f_j^l(h_j^x) = \frac{1}{1 + \exp(-h_j^x)}, x = h \text{ 或 } v \end{cases} \quad (7)$$

为将上述耦合梯度神经网络用于光学层析图像重建中，定义神经网络能量函数为：

$$\mathcal{E}(\mu, l) = E(\mu, l) + \beta \left[\sum_{j=1}^{N^2} l_j^v (1 - l_j^h) + \sum_{j=1}^{N^2} l_j^h (1 - l_j^v) \right] \quad (8)$$

可以看出：神经网络的能量函数包含两部分，一部分为目标函数 $E(\mu, l)$ ，另一部分为线过程的惩罚项， β 称为惩罚参数。分析方程 (8) 可知，能量函数在 $l_j^v, l_j^h = 0$ 或 1 时取得最小值，因此，在迭代循环过程中会迫使实值线过程的取值趋向于二值化。

根据给定的能量函数，下面给出神经网络的动力系统方程：

$$\begin{cases} \dot{h}_j^{\mu} = -\eta_{\mu} \frac{\partial \mathcal{E}(\mu, l)}{\partial \mu_j}, \mu_j = f_j^{\mu}(h_j^{\mu}) \\ \dot{h}_j^v = -\eta_v \frac{\partial \mathcal{E}(\mu, l)}{\partial l_j^v}, l_j^v = f_j^l(h_j^v), x = h \text{ 或 } v \end{cases} \quad (9)$$

η_{μ}, η_v 是网络中两个正的尺度因子，它决定着网络的动态演化，不会影响到重建数据的平滑性。

为了证明网络的稳定性，下面考虑能量函数随时间变化的过程：

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= \sum_{j=1}^{N^2} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \mu_j} \dot{\mu}_j + \sum_{j=1}^{N^2} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial l_j^v} \dot{l}_j^v + \sum_{j=1}^{N^2} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial l_j^h} \dot{l}_j^h = -\sum_{j=1}^{N^2} \eta_{\mu}^{-1} (h_j^{\mu})^2 [f_j^{\mu}(h_j^{\mu})']' \\ &\quad - \sum_{j=1}^{N^2} \eta_v^{-1} (h_j^v)^2 [f_j^l(h_j^v)]' - \sum_{j=1}^{N^2} \eta_v^{-1} (h_j^h)^2 [f_j^l(h_j^h)]' \leq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

由式 (10) 可知能量函数随着时间的变化不断下降，所以神经网络是稳定的。本文利用计算机来模拟该神经网络的演化过程，从而实现对光学层析图像的重建。

3.2 梯度计算方法

由式 (8) 和 (9) 可知，能量函数关于光学参数的梯度计算是算法中的难点，其中， $E_D(\mu)$ 关于光学参数的导数计算是关键。针对这个问题，给出一种具体的基于梯度树的梯度计算方法。

联合差分方法是利用前向计算中得到的中间结果进

行梯度计算的方法。若前向计算中得到的中间数据记为： $\phi^1, \phi^2, \dots, \phi^z$ ，则函数 $E_D(\mu)$ 关于光学参数的导数计算公式为：

$$\nabla_{\mu} E_D = \left(\sum_z \left(\frac{\partial E_D}{\partial \phi^z} \right)^T \frac{\partial \phi^z}{\partial \mu} \right) + \left(\frac{\partial E_D}{\partial \mu} \right)^T \quad (11)$$

方程 (11) 中，由于 E_D 不是 μ 的显式函数，因此最后一项的值为零。 $\left(\frac{\partial E_D}{\partial \phi^z} \right)^T$ 反映的仅仅是边界点之间的关系（测量值只能在边界处得到），真正与内部光学参数发生联系的是 $\frac{\partial \phi^z}{\partial \mu}$ 的计算，因此它是梯度计算中的最关键部分。通过对方程 (2) 的观察可知，它是一个关于光学参数的多元函数，其中 $\phi_{k,i-1,j}^z$ 和 $\phi_{k,i,j-1}^z$ 也是关于光学参数的函数。因此方程 (2) 可以改写为光学参数的多元函数的形式。数学表达式如下：

$$F(\mu) = F(f_1(\mu), f_2(\mu), \dots, f_p(\mu)) \quad (12)$$

其中， f_i ($i=1, 2, \dots, p$) 也是关于光学参数的多元函数。因此， $\frac{\partial \phi^z}{\partial \mu}$ 可通过对方程 (2) 递归求微分得到。计算方程式写为：

$$\frac{dF}{d\mu} = \frac{\partial F}{\partial f_1} \frac{df_1}{d\mu} + \frac{\partial F}{\partial f_2} \frac{df_2}{d\mu} + \dots + \frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{df_p}{d\mu} \quad (13)$$

上述梯度求解思想可用一个树形图来形象地描述 ($\xi > 0$, $\eta_k > 0$ 的情况)，如图 2 所示。

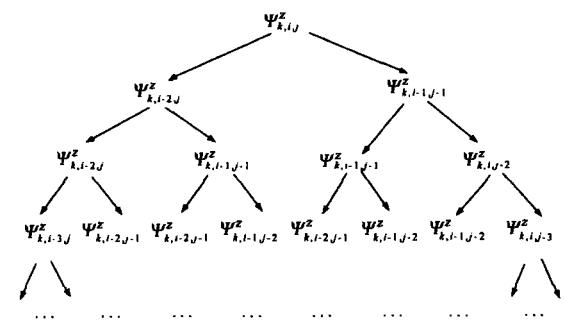


图 2 梯度求解树形结构示意图

4 实验结果

实验模型为两个 21×21 的正方形网格，网格间距为 0.05cm ；光源放在每条边的中间位置，对应每个光源在其余三条边（除去光源所在边）的第 2 至 20 个网格点上放置探测器，探测器间的间距为 0.05cm ，这样总共构成了 $4 \times 3 \times 19$ 对探测器对；图 3 给出光源在底边时的仿真模型，箭头表示光源位置，小黑色矩形表示探测器的位置。模型 3(a) 是吸收系数的分布图，光学参数设置如下：模型散射系数均为 2.0cm^{-1} ，左上角白色区域为高吸收区，吸收系数： 0.015cm^{-1} ，背景吸收系数为 0.01cm^{-1} 。模型 3(b) 是散射系数的分布图，光学参数设置如下：背景散射系数为 10cm^{-1} ，右下角白色区域为高散射区，散射系数： 12cm^{-1} ，左上角黑色区域为低散射。

区, 散射系数: 8cm^{-1} . 模型中吸收系数保持不变均为 0.01cm^{-1} . 两个模型中各向异性散射系数 g 均取值 0.7

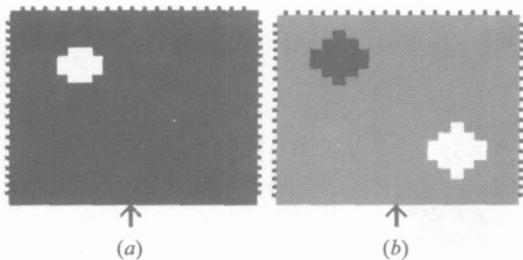


图 3 仿真模型

图 4 分别给出对应于模型 3(a) 和 3(b) 在不同 λ 取值下的重建结果。实验过程中加入了 10dB 的高斯噪声。其中, 4(a) 和 4(b) 是对应模型 3(a) 的重建结果, 4(c) 和 4(d) 是对应模型 3(b) 的重建结果。 $\lambda=0$ 对应不带有线过程的重建结果, 其余的未知参数是通过实验确定的, 实验中, 通过多次试探得到下面一组比较好的参数取值:

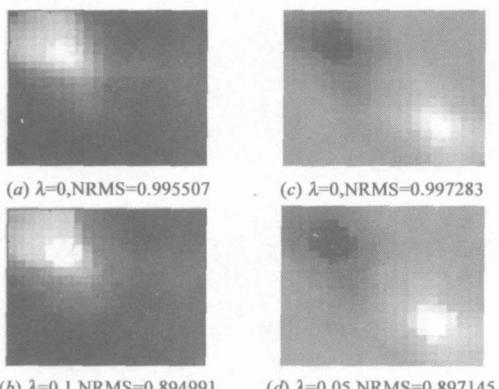


图 4 重建结果

模型 3(a):

$$\eta_u = 1, \eta_t = 100, \beta = 2, \alpha = 4e-4$$

模型 3(b):

$$\eta_u = 10, \eta_t = 100, \beta = 2, \alpha = 2e-4$$

为了进一步分析实验结果, 引入一个衡量图像重建效果的量: 归一化根平均平方误差 (Normalized Root Mean Squared error NRM S)^[12], 它能直接反映图像的重建质量, 数学公式为 (14). 其中 μ_{ij}^0 是原始图像在 (i, j) 点的值, μ_{ij} 是每次迭代产生的重建图像值, $\bar{\mu}$ 是原始图像的平均值. 对于不同重建算法下重建图像的 NRM S 值在图 4 中给出.

$$NRM S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\mu_{ij}^0 - \mu_{ij})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\bar{\mu} - \mu_{ij})^2}} \quad (14)$$

5 总结

本文实现了以二值线过程为先验信息, 以耦合梯度神经网络为优化方式的光学层析图像重建, 并提出一种基于梯度树的梯度求解方法. 实验证明: 该方法可高效地重建

光学层析图像, 相对于不带有先验信息的重建结果, 图像的重建效果得到很大的提高. 但该方法中参数的确定是一个难点, 目前, 还不能在理论上确定参数的取值. 本文是通过多次试探的方法确定的, 在以后的工作中, 将会对此做较深入的研究.

参考文献:

- [1] 赵慧娟, 高峰, 山田幸生. 基于多通道时间分辨光学层析成像系统的差分图像重建 [J]. 光学学报, 2001, 21(12): 1437–1443.
- [2] Zhao Huijuan, Gao Feng Yamada Y. Differential image reconstruction based on multi-channel time resolved optical tomographic imaging experiment [J]. Acta Optica Sinica 2001, 21(12): 1437–1443 (in Chinese)
- [3] Lee JH, Kim S, Kim T. Finite element method for diffuse light propagation in index mismatched media [J]. Optics Express 2004, 12(8): 1727–1740.
- [4] Dehghan H, Brooksby B, Vishwanath K, et al. The effects of internal refractive index variation in near infrared optical tomography: a finite element modeling approach [J]. Physics in Medicine and Biology, 2003, 48(16): 2713–2727.
- [5] Klose A D, Helscher A H. Iterative reconstruction scheme for optical tomography based on the equation of radiative transfer [J]. Am Assoc Phys Med, 1999, 26(8): 1698–1707.
- [6] Dom O. A transport-backtransport method for optical tomography [J]. Inverse Problems, 1998, 14(5): 1107–1130.
- [7] Klose A D, Helscher A H. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer—Part 2: inverse model [J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 2002, 72(5): 715–732.
- [8] Helscher A H, Bartel S. Use of penalty terms in gradient-based iterative reconstruction schemes for optical tomography [J]. Journal of Biomedical Optics, 2001, 6(2): 183–192.
- [9] Geman S, Geman D. Stochastic relaxation, Gibbs distribution and bayesian restoration of images [J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 1984, PAMI-6(6): 721–741.
- [10] Bedini L, Del Corso G M, Tonazzini A. Preconditioned edge-preserving image deblurring and denoising [J]. Pattern Recognition Letters, 2002, 22(10): 1083–1101.
- [11] Lee M, Rangarajan A, Zubal I G, et al. A continuation method for emission tomography [J]. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1993, 40(6): 2049–2058.
- [12] Klose A D, Netz U, Beuthan J, et al. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer [J]. Optics Express, 2004, 12(8): 1727–1740.

- Part I: forward model[J]. Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer 2002 72(5): 691- 713
- [12] Wang Y, Cheng J H eng PA. Vector entropy in aging theory with application to computerized tomography[J]. Phys Med Biol 2002 47(13): 2301- 2310

作者简介:



孟 静 女, 1977年出生于山东齐河. 博士研究生, 研究方向为医学图像重建、图像处理. E-mail qfn@163.com



王加俊 男, 1969年出生于江苏南通. 苏州大学电子信息学院教授、硕士生导师, 研究方向为图像重建、信号处理.



黄贤武 男, 1941年出生于江苏扬中. 苏州大学电子信息学院教授、博士生导师, 研究方向为多媒体技术、信号处理.