

# 考虑衬底涡旋电流的 CMOS 射频电路电感元件的快速提取算法及实现

高 巍<sup>1</sup>, 潘 桃<sup>2</sup>, 刘佳扬<sup>3</sup>, 叶佐昌<sup>1</sup>, 余志平<sup>1</sup>

(1 清华大学微电子学研究所, 北京 100084; 2 麻省理工学院, 美国剑桥 02139-4307; 3 清华大学电子工程系, 北京 100084)

**摘 要:** 本文描述了一个采用复镜像方法来解析计算 CMOS 射频电路中衬底涡旋电流对螺旋电感元件的影响. 其基本思路是将衬底里分布着的涡旋电流等效为电感金属绕组的一个镜像, 但是这个镜像所处的位置是一个复数. 通过把计算出的部分电感和部分电容矩阵组装成一个 PEEC (部分元件等效电路) 的办法, 能够进一步算出螺旋电感的交流小信号参数. 基于该算法实现的程序 (称为 SCAPE) 的正确性已经通过大量的例子测试, 并跟一些广泛使用的软件 (如 UC Berkeley 的 ASTIC 和 Agilent 的 ADS Momentum) 进行了比较, 结果证明了 SCAPE 具有精度高、运算速度快的优势.

**关键词:** 射频集成电路; 螺旋电感; 涡旋电流; 复镜像法; 电磁场解法器

**中图分类号:** TP211+.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 08-1361-06

## Efficient Impedance Calculation for RF CMOS Spiral Inductors Incorporating Eddy Currents Effect

GAO Wei<sup>1</sup>, PAN Tao<sup>2</sup>, LIU Jiayang<sup>3</sup>, YE Zuo-chang<sup>1</sup>, YU Zhi-ping<sup>1</sup>

(1 Institute of Microelectronics, Tsinghua University, Beijing 100084 China;

2 Massachusetts Institute of Technology, Cambridge 02139-4307, USA;

3 Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract** An algorithm using the complex imaging method is presented in this paper to calculate the effective impedances of RF CMOS spiral inductors with the effect of eddy currents inside the conductive substrate taken into consideration. The basic idea is to view the distributed eddy currents as a lumped image of the source current flowing in the inductor's windings, except that the position of the image is a complex number. After constructing a PEEC (partial equivalent element circuit) with the partial capacitance and inductance matrices extracted, the AC port parameters of the inductor can then be computed. The accuracy of the completed program based on the above algorithm, called SCAPE, has been verified through a number of examples and comparison with popular softwares such as ASTIC from UC Berkeley and Momentum in Agilent's ADS. There is an apparent speed advantage with our program.

**Key words** RFIC; spiral inductor; eddy currents; complex imaging method; electromagnetic field solver

### 1 引言

随着射频 CMOS 集成电路的广泛应用, 人们对射频元件的建模工作提出了更高的要求. 跟传统混合信号电路里的情形不大一样的是, 除了像电阻、电容这些常用无源元件之外, 电感、变压器、传输线这类感性的无源元件也被大量地应用于射频电路上, 例如窄带阻抗匹配、谐振迴路、源极反馈元件、滤波器及平衡变压器等等. 然而, 这类感性元

件在射频频段的参数提取和建模工作远比电阻、电容复杂的多. 除了高频时候必须考虑导体自身的趋肤效应以及导体间的临近效应以外, CMOS 电路中导电的衬底会和元件之间相互耦合, 带来一系列寄生问题. 总的来说, 高频时候的衬底耦合可以分成两大类, 一类是容性耦合, 是由于时变的电力线透过氧化层渗透到衬底中从而引起了传导电流, 这种衬底电流的方向基本上是垂直于衬底表面的; 另一类是感性耦合, 是由于时变的磁力线在衬底中感应出了

和电感元件上的电流方向相反的涡旋电流, 电流所处的平面和衬底表面平行, 且一般呈闭路状, 因此感性耦合也叫涡流效应. 上述两种耦合都会引入损耗, 降低元件的 Q 值, 并且都呈现出随着频率升高或者衬底电导率增大而愈加严重的趋势. 此外, 涡旋电流的存在会使得有效的电感值有所降低.

对于容性耦合, 目前已经有了比较快速的提取算法, 例如 ASTIC<sup>[1]</sup>; 但是对于感性耦合也即涡流效应, 却一直没有很好的算法, 要么就是计算时间太慢, 如 ADS Momentum Micro wave 运行模式<sup>[2]</sup> (以下简称 Momentum). 本文利用复镜像这样一种解析的方法, 能够迅速地给出涡流效应的影响. 同时我们把结果和 Momentum 进行了比较, 精度也令人满意.

## 2 复镜像方法简介

### 2.1 部分电感

一般地, 金属段 i 和 j 间的互感  $L_{ij}$  可用下式来计算:

$$L_{ij} = \frac{\mu}{4\pi a_i a_j} \iint_{a_i} \iint_{a_j} \frac{dl_i \cdot dl_j}{r_{ij}} da_i da_j \quad (1)$$

其中  $l_{ij}$ ,  $a_{ij}$  分别是线段 i, j 的长度与截面积;  $r_{ij}$  是两个体积元之间的距离. 当  $i = j$  时, 上式就变成了单根导线的自感公式; 只是这时会出现  $r_{ij} = 0$  的情况, 上式变成了奇异的积分. 一个由 N 个导体的组成的系统, 由式 (1) 可以给出一个  $N \times N$  的部分电感矩阵 L, 其对角线上的元素是每个导体的自感, 其他元素是导体间的互感.

此外, 式 (1) 计算出来的电感值只和几何形状有关, 而与流经导体的电流的绝对大小无关, 这实际上假定了电流在两个导体内的分布都是均匀的. 在高频情况下, 由于导体本身的趋肤效应以及导体之间的临近效应的影响, 导体里的电流分布不再是均匀的, 因此必须将导体横截面沿着电流方向划分出很多的细丝 (filaments), 然后引入复杂的数值计算, 才能得到阻抗同频率的依赖关系.

如果进一步考虑到上面提到的涡旋电流, 则式 (1) 的结果还需要进行修正. 准确地模拟衬底的涡流效应需要复杂的数值运算, 例如<sup>[3]</sup>. 但是本文介绍的复镜像方法可以解析地计算涡流效应的影响.

### 2.2 导电衬底上的磁势

图 1 是导电衬底上的一个无限长金属细线, 并通以幅

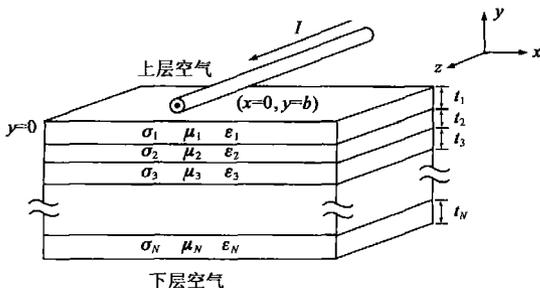


图 1 导电衬底上的一根无限长金属细线

度为 I 的一个交变电流. 衬底可以有好多层构成, 每层的厚度分别为  $t_k$ , 电导率为  $\sigma_k$ , 导磁率为  $\mu_k$  和介电常数为  $\epsilon_k$  (注: 实际上, 介电常数和电感的计算无关, 它只影响到电容的计算), 并按从上往下的顺序  $k = 1, 2, \dots, N$  叠放. 设金属细线位于  $x = 0$  距离衬底  $y = b$  的上方. 金属与衬底之间的介质区域由于导磁率为 1, 可以当作空气看待.

由于金属细线无限长, 因此磁势 A 只有 z 方向一个分量, 并且只是 (x, y) 的函数, 可记为  $A = A_z(x, y) \hat{z}$ . 根据 Maxwell 方程组并应用库仑规范, 再由磁准静态假设忽略位移电流和辐射项, 可得到下面有关磁势的方程. 在金属细线所在的区域 ( $y > 0$ ), 有:

$$\nabla^2 A_z(x, y) = -\mu_0 J_{src} \quad (2)$$

式中,  $J_{src} = I \delta(x) \delta(y-b)$  是线电流密度的表达式; 在每一层介质 k 中:

$$\nabla^2 A_{z,k} = j\omega \mu_k \sigma_k A_{z,k} \quad (3)$$

不同区域之间的界面条件是: 磁势  $A_z$ 、磁场强度 H 在界面上的切线分量均连续. 考虑到 x 方向上的无限性和对称性,  $A_z$  的表达式可以由下式给出<sup>[4]</sup>:

$$\begin{aligned} A_z(x, y) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-m|y-b|}}{m} + \frac{p(m) - m}{p(m) + m} \frac{e^{-m(y+b)}}{m} \right] \cos(mx) \, dn \\ &= \int_0^\infty \tilde{A}_z(m, y) \cos(mx) \, dn \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $A_z(x, y)$  是  $\tilde{A}_z(m, y)$  的傅立叶余弦积分, m 是一个积分变量. 上式积分方括号中的两项, 分别代表线电流源在自由空间产生的磁势和衬底里涡旋电流产生的磁势. 式中

$$p(m) = \frac{j\omega \mu_0}{z_{s,0}(m)} \quad (5)$$

而

$$z_{s,0}(m) \equiv z_s(m) \Big|_{y=0} \equiv \frac{-\frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial y}}{-\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial y}} \Bigg|_{y=0} = \frac{j\omega \mu_0 \tilde{A}_z}{\frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial y}} \Bigg|_{y=0} \quad (6)$$

是衬底表面  $y = 0$  处的表面阻抗.

诚然, 只要求得了磁势  $\tilde{A}$  就可以计算一个环路的电感:

$$L = \frac{\Phi}{I_{src}} = \frac{\oint \tilde{A} \cdot dI}{I_{src}} \quad (7)$$

但是数值计算式 (4) 是一项非常耗时的工作. 下面介绍的复镜像方法可以巧妙地避开上述数值计算问题.

### 2.3 复镜像方法

引入一个参数距离 d, 式 (4) 可改写为:

$$\begin{aligned} A_z(x, y) &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{e^{-m|y+b|}}{m} + \frac{p(m) - m}{p(m) + m} e^{-md} \frac{e^{-m(y+b+d)}}{m} \right] \\ &\quad \cdot \cos(mx) \, dn \end{aligned} \quad (8)$$

进一步记

$$g(m) = \frac{p(m) - m}{p(m) + m} e^{-md} \quad (9)$$

把  $g(m)$  在  $m = 0$  处进行泰勒展开

$$g(m) = 1 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3 + \dots \quad (10)$$

如果取

$$d \equiv \frac{2}{p(0)} = 2 \frac{Z_{s,0}(0)}{j\omega\mu_0} \quad (11)$$

则可以使得式 (10) 中  $a_1 = a_2 = 0$  如果进一步忽略式 (10) 中三阶及以上的项,那么可以有  $g(m) \approx 1$  代入式 (8),得

$$A_z(x, y) \approx \frac{\mu_0 I}{2p} \iint_0^p \left[ \frac{e^{m|y-b|}}{m} + \frac{e^{m(y+b+d)}}{m} \right] \cdot \cos(mx) \, dn \quad (12)$$

不难发现,上式中方括号里的第二项,刚好是一个位于  $y = -(b+d)$  处的镜像线电流在自由空间产生的磁势;也就是说,衬底里所有涡旋电流的贡献,跟处于某个适当位置的一个镜像电流近似等价,如图 2 所示.由于距离  $d$  是一个复数,因此这个方法叫做复镜像方法<sup>[4]</sup>.

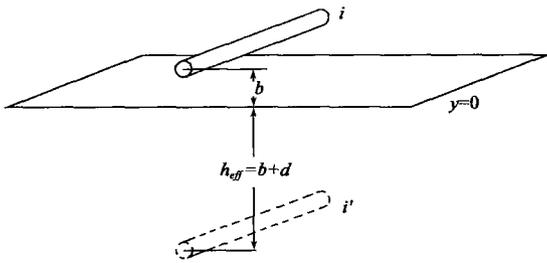


图 2 导线和它的复镜像

要得到复距离  $d$ ,需要计算  $y = 0$  处的表面阻抗在  $m = 0$  时的值  $Z_{s,0}(0)$ . 以下总是令  $m = 0$  并简记  $Z_{s,0}(0)$  为  $Z_{s,0}$ . 文献 [4] 中给出了计算表面阻抗的递推公式

$$Z_{s,k} = Z_{0,k} \frac{Z_{s,k+1} + Z_{0,k} \tanh(\gamma_k t_k)}{Z_{0,k} + Z_{s,k+1} \tanh(\gamma_k t_k)} \quad (13)$$

式中,  $t_k$  是第  $k$  层的厚度,  $Z_{s,k}$  是第  $k$  层在其下表面上的表面阻抗,  $Z_{0,k}$  是第  $k$  层的本征阻抗:

$$Z_{0,k} = \frac{j\omega\mu_k}{\gamma_k} = \frac{\gamma_k}{\alpha_k}, \quad \gamma_k = \sqrt{j\omega\mu_k \alpha_k} = \frac{1+j}{\xi_k} \quad (14)$$

如果整个衬底的最下表面是一层理想导电层的话,那么  $Z_{s,k+1} = 0 (A_z = 0)$ ; 如果整个衬底下面是一个理想导磁介质的话,那么  $Z_{s,k+1} = \infty (dA_z/dy = 0)$ . 然后从最下面一层衬底开始,对于  $k=N, N-1, \dots, 1, 0$  不断运用式 (13) 便可求得  $Z_{s,0}$ .

### 2.4 利用复距离计算部分电感矩阵

根据上述复镜像的概念,可计算某个频率下一个导体的总的电感  $L^*$ ,它等于导体本身的电感减去其镜像对它的互感  $L_{ij}$ ,即:

$$L^* = L_i - L_{ij} \quad (15)$$

$L^*$  是一个复数,其实部代表的是实际的电感,而虚部则代表了涡旋电流引入的损耗,它应该可以用一个等效的串联电阻来表示,例如:

$$L^* = L_s + \frac{R_s}{j\omega} = L_s - j \frac{R_s}{\omega} \quad (16)$$

一个元素都是两部分相减而成的,

$$[L^*] = \begin{bmatrix} L_{11}^* & L_{12}^* & \dots & L_{1N}^* \\ L_{21}^* & L_{22}^* & \dots & L_{2N}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1}^* & L_{N2}^* & \dots & L_{NN}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} - L_{11'} & L_{12} - L_{12'} & \dots & L_{1N} - L_{1N'} \\ L_{21} - L_{21'} & L_{22} - L_{22'} & \dots & L_{2N} - L_{2N'} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} - L_{N1'} & L_{N2} - L_{N2'} & \dots & L_{NN} - L_{NN'} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中  $L_{ii}$  是导体  $i$  在自由空间中的自感,  $L_{ij}$  是导体和它的镜像之间的互感,  $L_{ij}$  ( $i \neq j$ ) 是导体  $i$  和  $j$  在自由空间中的互感,  $L_{ij}$  是导体  $i$  和导体  $j$  的镜像之间的互感. (注:上述矩阵是对称的.)

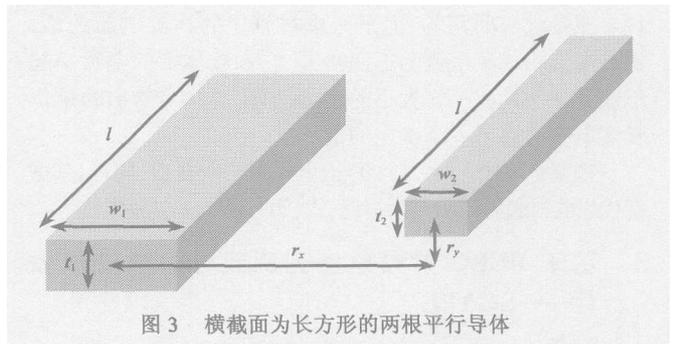


图 3 横截面为长方形的两根平行导体

### 2.5 计算导体自感和互感的解析公式

为了实现上述复镜像方法,我们还需要寻找能够计算导体之间自感和互感的解析公式. 假设有横截面为长方形的两根导体平行放置,如图 3 所示. Hoer 和 Love 在文 [5] 中给出了一个计算这两个导体间互感的准确公式. 然而不幸的是,这个由 64 项组成的公式在数值上并不稳定,当导线非常细长时,式中正负项抵消的情况非常严重. Mohan 在文 [6] 中给出了一个的近似公式,但是要求两个导体 的大小必须一样,并且垂直距离  $r_y = 0$  不过, Mohan 的公式很容易推广到一般情形:

$$M_{2w-cl} \approx \frac{\mu I}{2p} \left[ \ln \left[ \frac{\sqrt{l^2 + r_2^2} + l}{r} \right] - \frac{\sqrt{l^2 + r^2}}{l} + \frac{r}{l} + \frac{w_1 w_2 r_x l}{12r^3 \sqrt{l^2 + r^2}} - \frac{w_1 w_2 r_y l}{12r^3 (r_y + \sqrt{l^2 + r^2})} + \frac{t_1 t_2 r_y l}{12r^3 \sqrt{l^2 + r^2}} - \frac{t_1 t_2 r_x l}{12r^3 (r_x + \sqrt{l^2 + r^2})} \right] \quad (18)$$

其中  $r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}$ . 式 (18) 还是假定了两个导体的长度是一样的;如果长度不一样,那么可以采用 GreenHouse 在文 [7] 中采用的技巧. 当应用复镜像方法时候,只要将垂直距离用复距离  $r_y = d + 2b$  代入上式即可.

为了完整性起见,我们把 Mohan 给出的自感公式也列在下面:

$$L_{rect} \approx \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{2l}{w+t} \right) + 0.5 + \frac{\sqrt{w^2+t^2+0.46wt} - w^2+t^2}{3l} - \frac{w^2+t^2}{24l^2} \right] \quad (19)$$

### 2.6 计算无限长导体(传输线)的单位长度串连阻抗

以上方法可以用来计算无限长导体(传输线)的单位长度的串连阻抗,这只要把式(18)和式(19)除以长度L再取极限就可以了。但是有个重要问题值得注意,就是这两个式子都是超线性的,因此极限  $\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{L_{rect}}{l}$  和  $\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{M_{2rect}}{l}$  都是不存在的。但是下面这个极限却是存在的:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \frac{L_{rect} - M_{2rect}}{l} \approx \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{r}{w+t} \right) + 1.5 - \frac{(w_1 w_2 - t_1 t_2)(r_x - r_y)}{12r^3} \right] \quad (20)$$

这个现象有个很好的物理解释就是:对于单根导体来说电流是没有回路的;但是考虑衬底里的涡旋电流的话,涡旋电流构成了电流的返回路径,它和导体上的电流一起形成了一个具有一定大小的回路,因此式(20)给出的单位长度电感必然是一个确定的值。

把复距离代入后,式(20)给出的是一个复数,同样,其虚部代表着衬底涡流引入的损耗;式(20)乘以  $j\omega$  就是阻抗。

## 3 基于 PEEC 射频电路无源元件参数提取软件——SCAPE

### 3.1 把复镜像方法引入 PEEC 求解端口参数

在射频电路设计中用到的电感模型,通常要求提供元件的端口的小信号参数,例如  $y$  参数。要得到这些参数,光是根据复镜像方法计算出的部分电感矩阵还不够,还要知道分布的部分电容矩阵。在文[1]中,利用分层格林函数方法可求得电容矩阵,这部分程序我们已经实现<sup>[8]</sup>。将这两部分信息结合起来,采用 PEEC 方法就可得到平面螺旋电感的端口参数,完整的程序叫做 SCAPE。我们现在来讨论一下如图4所示螺旋电感的  $y$ -

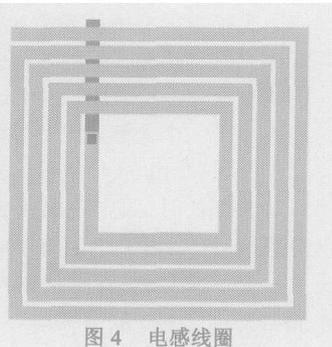


图4 电感线圈

参数。其 PEEC 等效电路如图5所示。图5中的自感、互感及串联电阻都可以用上述复镜像方法快速计算出来。

### 3.2 SCAPE 程序

在理论推导的基础上,本节给出了作者开发的电磁场求解程序 SCAPE 提取电感元件二端口参数的算法。SCAPE 完成的功能包括工艺文件读入、预处理、离散化、计算部分电感、电容矩阵,然后根据 PEEC 方法组装出电路方程,最后求解出端口参数。整个程序的流程框图如下:

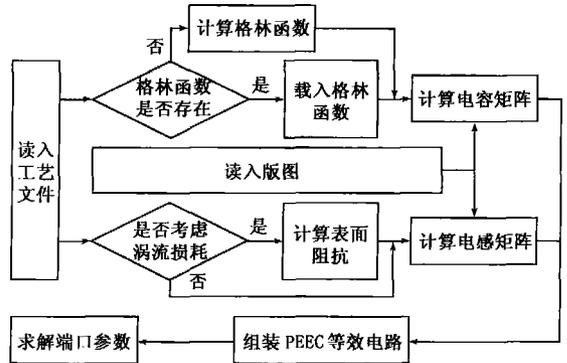


图6 SCAPE程序框图

## 4 结果比较

本章给出了 SCAPE 计算的结果和其他软件比较的结果,分析了涡旋电流对电感参数的影响,比较了各种软件的时间效率。

### 4.1 和解析公式结果的比较

对螺旋电感中涡旋电流引入的电阻损耗, Mohan 在文[6]中给出了下面的近似公式

$$R_{eddy} \approx \frac{\sigma_{sub}}{4e} (\ln f)^2 d_{avg}^3 \rho_n^{0.7} z_{n,ins}^{0.55} z_{n,sub}^{0.1} \quad (21)$$

$\sigma_{sub}$  是衬底的电导率,  $n$  是电感的圈数,  $f$  是频率,  $d_{out}$  是电感最外圈的尺寸,  $d_{in}$  是电感最内圈的尺寸,  $d_{avg} = \frac{d_{in} + d_{out}}{2}$ ,  $\rho_n = \frac{d_{out} - d_{in}}{d_{out} + d_{in}}$ ,  $z_{n,ins}$  是导体到衬底的距离同  $d_{avg}$  的比值,  $z_{n,sub}$  是衬底趋附深度同  $d_{avg}$  的比值。

分别利用解析公式、SCAPE 和电磁模拟软件 Momentum

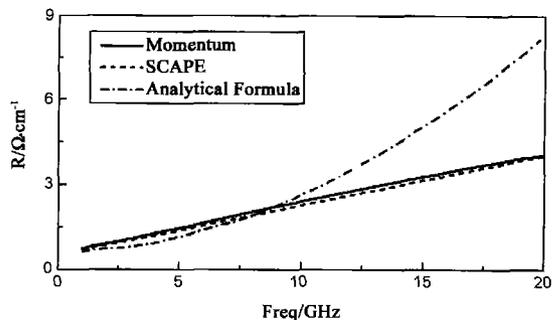


图7 涡流电阻的曲线

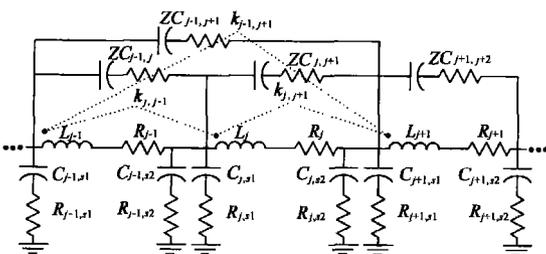


图5 电感线圈的等效电路

计算一个长  $250\mu\text{m}$ 、宽  $10\mu\text{m}$ 、距离衬底  $4\mu\text{m}$  的金属导体的涡流电阻  $R_{\text{eddy}}$  如图 7 所示; 其中衬底厚度为  $500\mu\text{m}$ 、电导率为  $10000\text{S/m}$ 。由图 7 可见, 频率升高, 涡流效应更加明显, 损耗增大, 等效为涡流电阻变大。但是解析公式给出的涡流电阻随频率成二次方变化, 而 SCAPE 和 Momentum 的结果却和频率几乎成线性关系。

#### 4.2 一根传输线的例子

这个例子中采用了三层衬底的结构, 从下往上依次为: 体硅层:  $500\mu\text{m}$ ,  $10000\text{S/m}$ ; 外延层:  $10\mu\text{m}$ ,  $10\text{S/m}$ ; 阻挡层:  $1\mu\text{m}$ ,  $40000\text{S/m}$ 。取金属导线长度  $400\mu\text{m}$ , 宽度  $4\mu\text{m}$ , 距离衬底  $2\mu\text{m}$ 。用 Momentum 和 SCAPE 分别计算该导线的电阻和电感, 并除以长度得到单位长度电阻和电感, 得到下面的曲线:

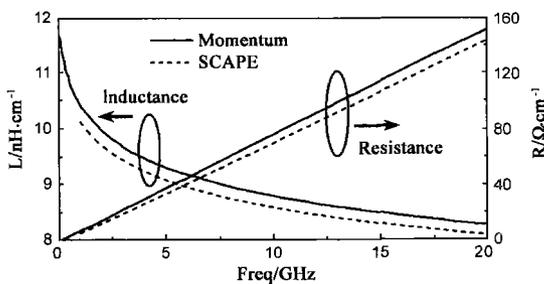


图 8 单根传输线单位长度的电感、电阻

可见对于一根导体的情况, SCAPE 和 Momentum 的计算结果吻合的很好, 误差最大不超过 5%。

#### 4.3 两根传输线的例子

这里计算相距  $2\mu\text{m}$  的两根平行导线的情况, 其他的设置同上一个例子一样。计算得到的它们单位长度的自电阻 ( $R_{11}$ )、互电阻 ( $R_{12}$ )、自感 ( $L_{11}$ ) 和互感 ( $L_{12}$ ) 结果如下:

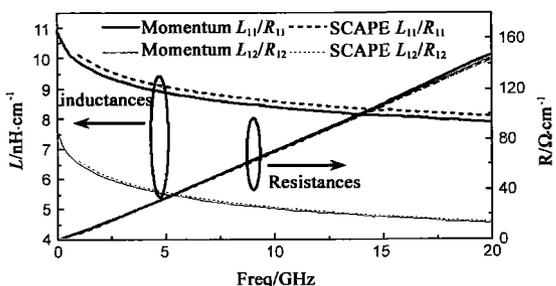


图 9 两根平行传输线单位长度的自电阻 ( $R_{11}$ )、互电阻 ( $R_{12}$ ) 和自感 ( $L_{11}$ )、互感 ( $L_{12}$ )

由图上可见, 对于两根平行传输线, SCAPE 程序给出的结果仍然很精确。另外,  $R_{11}$  和  $R_{12}$  非常接近, 这说明两根导线在衬底里激发的涡旋电流几乎完全重合。

#### 4.4 计算一个平面螺旋电感的特性

这里我们计算一个 2.25 圈的平面螺旋电感的各个参数。衬底的设置同上面两个例子。为了比较, 我们还分别设置了五种情况来考察——考虑涡旋电流的 SCAPE, 不考虑涡旋电流的 SCAPE, 考虑涡旋电流的 ASITIC, 不考虑涡旋电流的 ASITIC 和 Momentum, 最后计算得到电感的  $L_{11}$ 、

$L_{12}$ 、 $Q_{11}$  和  $Q_{12}$  分别如图 10、图 11 和图 12 所示。

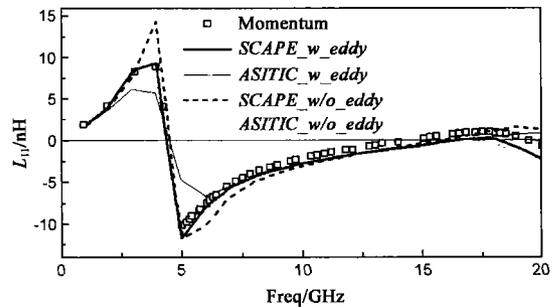


图 10 一个 2.5 圈平面螺旋电感的  $L_{11}$

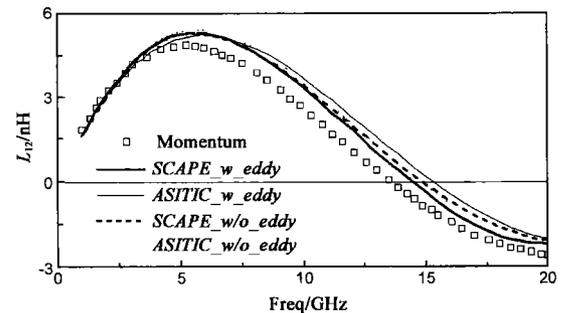


图 11 一个 2.5 圈平面螺旋电感的  $L_{12}$

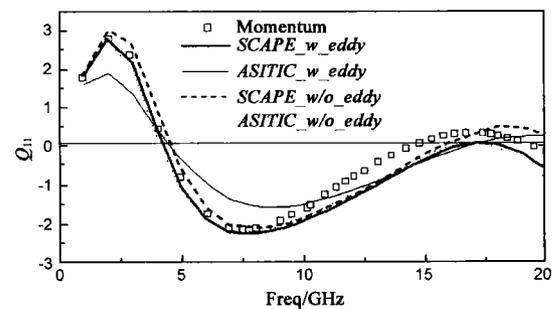


图 12 一个 2.5 圈平面螺旋电感的  $Q_{11}$

从上面 3 张图看出, 涡旋电流对电感的影响并不大, 但是对于 SCAPE 程序, 当考虑了涡旋电流的影响的时候, SCAPE 和 Momentum 的结果更加接近了。说明 SCAPE 对于涡旋电流的计算是正确的。

#### 4.5 涡旋电流对电感的影响

开发 SCAPE 工具的一个直接的用处就是可以估计涡

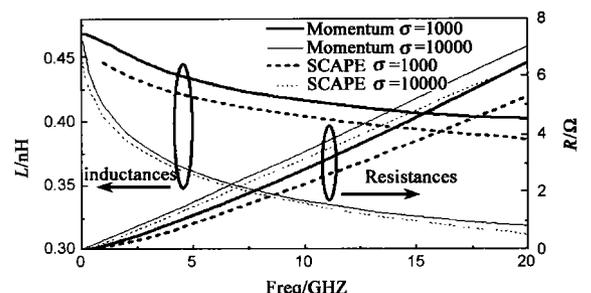


图 13 衬底导电率不同时候的电阻、电感电感

旋电流对射频电路影响的程度. 考虑一根导线在一个一层衬底上的情况, 如果衬底电导率分别取  $10000\text{S/m}$  和  $1000\text{S/m}$  时, 则电阻和电感值如图 13

由图可见, 衬底的电导率越高, 涡旋电流的影响越明显. 例如,  $20\text{GHz}$  时, 电导率  $10000\text{S/m}$  的衬底将使电感减小近 30%, 而  $1000\text{S/m}$  的衬底只使电感降低了 10%. 同时, 由于高导电的衬底更像一块金属, 复镜像方法也因此更加准确.

#### 4.6 运算时间的比较

SCAPE 相对于其他几个软件的一个优点是速度比较快. 对于一个 7.75 圈电感的例子, 比较 SCAPE, ASTIC 和 Momentum 三种软件的总运行时间及不考虑预处理的运行时间, 如表 1 所示:

表 1 运行时间的比较

程序运行事件	总运行时间 (秒)	不考虑预处理的运行时间 (秒)
SCAPE (s)	95	30
ASTIC (s)	200	135
Momentum (s)	2040	1848

SCAPE 的时间优势来自于复镜像法是一种解析的方法, 几乎不消耗时间; 实际上, SCAPE 大量的时间是消耗在计算电容的那一部分上.

#### 5 结论

本文介绍的复镜像方法是一个用来计算射频 CMOS 电路中衬底涡流效应的解析方法. 它的基本思想是把衬底里感应出的涡旋电流等效为处于某个特定位置的镜像电流, 只是镜像所处的位置是一个复数. 然后就可以使用现有的互感公式来解析的计算衬底涡流对元件本身的影响.

用复镜像方法来提取电路元件 (如平面螺旋电感) 的感性参数 (等效串联电感和电阻), 速度快, 精度高, 在此基础上, 我们把复镜像方法同已经开发好的电容提取工具结合起来, 完成了一个能够快速提取射频电路元件的工具——SCAPE. 经过和商业化的电磁场数值模拟软件 Momentum 的比较发现, 我们的方法能够给出正确的结果, 并且速度能够提高几十倍.

计算表明, 高掺杂的衬底在高频情况下衬底涡流的损耗相当严重. 当衬底电导率达到  $10000\text{S/m}$ , 频率达到  $20\text{GHz}$  的时候, 总的电感下降了约 30%; 单位长度的涡流电阻约为 100 多  $\Omega/\text{cm}$ , 这大约是到导线直流电阻的几倍到几十倍.

#### 参考文献:

- [1] N. Knežd A. M., et al Numerically stable green function for modeling and analysis of substrate coupling in integrated circuits [J]. IEEE Trans Computer Aided Design of Integrated Circuits and Systems 1998, 17(4): 305–315
- [2] Agilent EEsof EDA [CP]. Santa Rosa, U. S., 2003
- [3] N. Knežd A. M., et al Analysis of eddy-current losses over conductive substrates with applications to monolithic inductors and transformers [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech 2001, 49(1): 166–176
- [4] Weisshaar A., et al Closed-form expressions for the series impedance parameters of on-chip interconnects on multilayer silicon substrate [J]. IEEE Trans Advanced Packaging 2004, 27(1): 126–134
- [5] Hoer C., et al Exact inductance equations for rectangular conductors with applications to more complicated geometries [S]. J Res Nat Bureau of Standards 1965, 69C (2): 127–137
- [6] Mohan S. S. The design, modeling and optimization of on-chip inductor and transformer circuits [D]. Ph.D dissertation, Stanford University, Stanford U. S. 1999
- [7] Greenhouse H. M. Design of planar rectangular microelectronic inductors [J]. IEEE Trans Parts Hyb Packag 1974, 1Q 101–109
- [8] Ye Z., et al Efficient 3D capacitance extraction considering lossy substrate with multi-layered green's function [J]. IEEE Trans Microwave Theory Tech 2006, 54(5): 2128–2137

#### 作者简介:

高巍 男, 1979 年出生. 清华大学微电子学研究所博士生, 主要研究方向为射频 CMOS 电路中无源元件的等效电路模型.

E-mail: gaoweid@ mails. tsinghua. edu. cn

潘桃 女, 清华大学电子工程系 2005 年本科毕业, 美国麻省理工学院博士研究生.

刘佳扬 女, 清华大学电子工程系本科生.

叶佐昌 男, 1979 年出生. 清华大学微电子学研究所博士生, 主要研究方向为射频无源元件的建模及电磁场的数值算法.

余志平 男, 清华大学微电子学研究所教授, 博士生导师. 主要研究方向为纳米尺度 MOSFET 的器件模拟、纳电子器件中的量子输运、射频 CMOS 电路有源和无源元件的等效电路模型以及相应的数值技术. E-mail: yuzhiq@ tsinghua. edu. cn