

MQHOA 优化算法能级稳定过程及判据研究

周 岩¹, 王 鹏¹, 辛 罡^{2,3}, 李 波^{2,3}, 王德志¹

(1. 西南民族大学计算机科学与技术学院, 四川成都 610225; 2. 中国科学院成都计算机应用研究所, 四川成都 610041;
3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 多尺度量子谐振子算法(MQHOA)的能级稳定过程是算法的核心部分, 对于避免算法陷入局部最优、提高算法求解精度具有重要作用. 对算法能级稳定过程进行研究, 发现不同的能级稳定判据, 会造成算法在同一能级下不同的表现. 相对宽松的判据使算法在能级稳定过程中迭代不充分, 容易陷入早熟. 而更严格的判据能使波函数在同一能级下达到稳定状态, 提高算法的全局搜索能力, 但会增加算法的计算代价. 通过实验证明, 相对宽松的能级稳定判据对单峰简单函数具有良好的求解效果, 严格的能级稳定判据适用于算法对多峰复杂函数的求解. 算法在资源优化、自适应控制及能耗优化管理等方面已取得有效应用.

关键词: 优化算法; 多尺度量子谐振子算法; 能级稳定; 量子计算; 量子谐振子; 波函数; 量子退火

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2019)06-1337-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.06.022

Research on Energy Level Stability Process and Criterion of MQHOA Optimization Algorithm

ZHOU Yan¹, WANG Peng¹, XIN Gang^{2,3}, LI Bo^{2,3}, WANG De-zhi¹

(1. School of Computer Science and Technology, Southwest Minzu University, Chengdu, Sichuan 610225, China;

2. Chengdu Institute of Computer Application, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610041, China;

3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The energy level stabilization process of the multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm (MQHOA) is the core part of the algorithm, which plays an important role in avoiding the algorithm falling into local optimum and improving the accuracy of the algorithm. In the studying of the energy level stabilization process of the algorithm, it is found that different energy level stabilization criteria will result in different performance of the algorithm at the same energy level. The relatively loose criterion makes the iteration of the algorithm inadequate in the process of energy level stabilization and easy to fall into premature. The more stringent criterion can make the wave function reach a stable state at the same energy level, improve the global search ability of the algorithm, but meanwhile the computing cost will also rise. Experiments show that loose energy level stability criterion of the algorithm has good effect on solving unimodal simple functions, and strict energy level stability criterion of it is suitable for solving multimodal complex functions. The algorithm has been effectively applied in resource optimization, adaptive control and energy consumption optimization management.

Key words: optimization algorithm; multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm; energy level stability; quantum computation; quantum harmonic oscillator; wave function; quantum annealing

1 引言

量子退火算法(Quantum Annealing, QA)是量子系列优化算法的典型代表之一, 它利用量子理论中高能

态向基态逐步收敛的演化原理, 达到搜索全局最优解的目的^[1,2]. 受量子退火算法的启发, 文献[3]于2013年提出多尺度量子谐振子算法(Multi-scale Quantum Harmonic Oscillator Algorithm, MQHOA), 这是一种模仿

收稿日期: 2018-08-07; 修回日期: 2018-11-30; 责任编辑: 覃怀银

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60702075); 国家自然科学基金面上项目(No. 71673032); 四川省教育厅2018一般项目(No. 18ZB0623); 西南民族大学中央高校基本科研业务费专项资金资助(No. 2019NYB22)

量子谐振子波函数能级模型的优化算法,与其相似的有具备良好收敛特性的量子粒子群算法(QPSO)^[4,5]. QPSO采用 δ 势阱得到的量子波函数来构造算法^[6], MQHOA类比谐振子势阱在不同能级下的量子波函数来构造算法,利用多个正态采样的迭加作为算法波函数描述当前最优解的概率分布^[7,8]. 文献[9]研究算法对应的物理模型,文献[10]分析算法的收敛特性,以2的倍数逐步减小算法尺度以提高搜索精度. 文献[11]实现了算法对具有多个全局最优问题的求解,文献[12]中,算法能以较少的迭代次数准确获取全局最优解. 算法在雷达工程的干扰资源分配^[13]、雷达功率自适应管控^[14]、识别防范 RoQ 网络攻击^[15]、矿业电缆寿命预测^[16]等领域,均得到实际有效的应用.

文献[17]参照量子模型定义了算法的波函数和零点能,将算法主观控制参数减小为1个,并在算法的收敛过程中加入能级稳定过程,这一改进提高了算法的求解性能,但文中并没有对能级稳定过程展开深入研究. 本文认为,能级稳定过程是算法物理模型中最基本的组成部分,从算法的运算流程分析,也是其最核心的计算部分. 因此本文针对算法能级稳定过程的理论部分进行分析,在文献[17]的基础上,提出新的能级稳定判据,并分别从算法性能、求解精度、收敛趋势、成功率等方面进行实验比较,研究不同的能级稳定判据对算法造成的影响.

2 MQHOA 基本原理及能级稳定分析

2.1 算法基本原理

MQHOA以量子理论为基础,引入对量子系统进行描述的薛定谔方程. 将优化问题中的目标函数作为定态薛定谔方程中的势阱,把函数优化问题转化为求粒子在势阱约束条件下的基态波函数问题^[9]. 从量子系统的物理模型看,粒子会以大概率出现在势阱最低点附近,基态波函数的概率分布就是目标函数最优解的概率分布. 文献[17]描述MQHOA通过能级稳定、能级下降、尺度下降三个迭代过程实现对目标函数最优值概率的求解. 通过能级稳定过程,使算法在高能级状态下进行搜索,定位全局最优区域. 当能级达到暂稳态后,将采样位置的平均值替换采样位置中最差解的位置,实现系统能级下降,并开始在下一个低能级继续进行能级稳定过程. 当采样点的标准差 σ_k 小于当前尺度 σ_s 时,算法认为在当前尺度下达到最低能量状态,即基态. 达到基态后,将当前尺度 σ_s 减半,即为尺度降低过程,使算法在更小的尺度下重复能级从高到低的迭代,直至达到设定的最小尺度 σ_{\min} . 算法从大尺度到小尺度的收缩,相当于逐步从全局搜索过渡到局部搜索. MQHOA更充分的解空间搜索能力和精确的聚焦能力使其能够

较准确地高维空间实现对解的搜索定位.

2.2 新判据的提出

文献[17]中归纳MQHOA迭代过程的三个判据分别是:(a)能级稳定判据: $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$; (b)基态判据: $\sigma_k \leq \sigma_s$; (c)精度判据: $\sigma_s \leq \sigma_{\min}$. 算法物理模型所对应的能级稳定是算法的核心计算环节,对算法性能和效果有着重要影响. 判据不同,算法针对不同目标函数的求解能力会有不同. 文献[17]的能级稳定判据是 $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$,即下一次 k 个采样点位置 x'_i 的标准差 σ'_k 与前一次 k 个采样点位置 x_i 的标准差 σ_k 之差的绝对值 $\Delta\sigma_k$ 小于等于当前尺度 σ_s . 本文认为这一判据并不严格,没有使算法在当前能级达到充分稳定,波函数仍具有一定的活动性. 如果将判据设为 $\Delta\sigma_k = 0$,表示前后两次采样过程中采样点不再发生移动,对应的函数值 $f(x'_i)$ 都不再小于当前函数值 $f(x_i)$,说明搜索更加充分,在当前能级下已无法找到更优的函数解. 这样的能级稳定判据更加严格,会增加算法对解空间的搜索,提高求解能力.

2.3 能级稳定过程的理论分析

MQHOA量子谐振子波函数的迭代过程,包括能级稳定过程和能级跃迁过程. 算法迭代中,每一能级对应一个相应的暂稳态. 从量子物理模型看,暂稳态应是当前能级下算法在前后两次迭代过程中波函数不再发生变化,处于静止的状态. 采用更严格的能级稳定判据能使谐振子波函数更符合在暂稳态稳定时的物理描述.

在分析算法能级稳定的过程中,将文献[17]中能级判据为 $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$ 的版本命名为A版,将 $\Delta\sigma_k = 0$ 的算法命名为AS(A Stable)版. 对比算法两种版本在多峰函数Ackley和单峰函数Sphere从能级初始状态到第一级暂稳态时采样点汇聚的示意图,见图1.

图1(a)~(d)的左图均为函数二维时的3D图像及采样点分布状况,右图为波函数的平面投影及采样点分布. 图1(a)为Ackley初始状态,图1(b)为其第一级暂稳态,图1(c)是Sphere初始状态,图1(d)是其第一级暂稳态. 能级稳定的过程就是采样点对应的函数值不断比较、去劣取优,使函数值不断接近最优解的过程,反应在图1中即采样点向函数最优区域聚拢. 算法在能级初始状态,采样点随机分布,如图1(a)和图1(c),通过能级稳定过程逐步达到暂稳态,如图1(b)和图1(d). Ackley函数中,A经过10次采样即满足了能级判据 $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$ 的条件,而AS采样迭代42次后才达到暂稳态条件 $\Delta\sigma_k = 0$. 在单峰函数Sphere中,A经过13次采样迭代达到 $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$ 的暂稳态条件,AS经过46次迭代才达到 $\Delta\sigma_k = 0$ 的条件. 图中采样点的分布变化可以看出AS能级稳定过程更充分,达到暂稳态时的采样点向最优解方向更为趋近. 算法在初始状态采用随机采样,A与AS无法做到两次初始状态的随机采样点位

置完全相同,图 1 仅为不同判据达到暂稳态时的效果 示意.

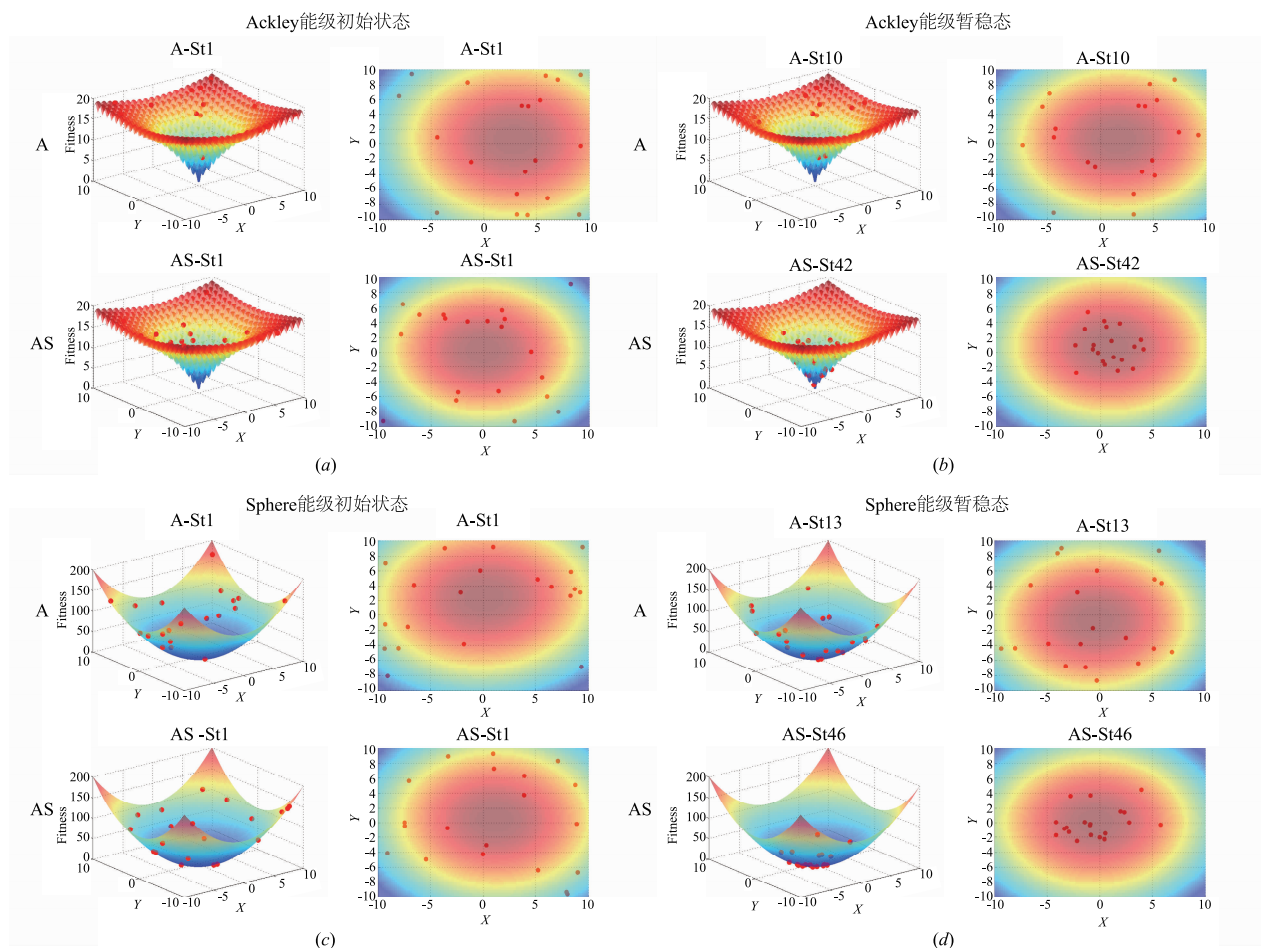


图1 能级稳定过程示意

通过对比分析,能级稳定过程不充分可以减少算法迭代次数,提高算法运算效率,对简单单峰函数的求解更有优势,而面对复杂多峰函数,容易使算法陷入局部最优,影响求解效果和性能;与之相对更严格的能级判据将使算法在求解复杂多峰函数时在对应能级进行更充分的搜索,更准确地定位全局最优区域,并提升最优解的精度.从理论上分析,能级稳定过程中的充分迭代更符合算法的物理模型,但计算中更多次的迭代操作会增加计算成本.

3 实验分析

3.1 实验说明

实验对比不同的能级稳定判据对 MQHOA 求解效果造成的影响.采用六个标准测试函数,分别为三个单峰函数 Sphere、Zakharov、SumSquare 和三个多峰函数 Ackley、Levy、Griewank.实验分三组,第一组为测试函数 10~100 维 A 与 AS 对比分析,第二组为算法多峰函数收敛趋势分析,第三组设置多种不同判据,研究算法求

解成功率的变化.实验最小收敛尺度统一为 $\sigma_{\min} = 0.000001$,目标函数定义域为 $[-10, 10]$.第一、第三组采样点 k 值为 20,实验重复 51 次.第二组采样点 k 值为 30,算法单次运行收敛曲线.实验约定,当算法找到的最优解与理论最优解的差值绝对值 $\leq 1E-4$ 时,即认为成功找到最优解,以此作为测算成功率的依据.

3.2 测试函数 10~100 维算法能级稳定分析

3.2.1 单峰函数算法 A 与 AS 分析对比

首先对单峰函数 Sphere、Zakharov 和 SumSquare 的 10~100 维进化次数与最优解进行对比,见表 1.

结果显示,针对单峰函数, A 和 AS 均可成功求解到 100 维以上,进化次数呈线性增长,最优解精度为线性下降趋势.函数 Sphere 在 10~50 维时,AS 的进化次数略多,但最优解精度比 A 均高出一个数量级.60 维之后,最优解的差异缩小了,但 AS 的最优解始终优于 A. Zakharov 函数 A 与 AS 的最优解趋同,差异不明显. SumSquare 函数 A 与 AS 进化次数趋同,随着维度升高,最优解精度差异逐渐明显,AS 较 A 略好,但没有数量

级的差异. 这表明, 对于单峰函数, 严格的能级判据能提高最优解精度, 但优势并不明显.

表 1 单峰函数 10~100 维算法 A 与 AS 进化次数与最优解对比

维度	Sphere 函数				Zakharov 函数				SumSquare 函数			
	A 版本		AS 版本		A 版本		AS 版本		A 版本		AS 版本	
	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解
10	5993	3.18E-12	13849	1.27E-13	16006	4.91E-12	21241	5.97E-12	19194	2.39E-11	25408	1.46E-11
20	11817	1.83E-11	19535	2.63E-12	52952	1.28E-10	60891	6.28E-11	68720	5.10E-10	83738	2.91E-10
30	17380	4.96E-11	25802	1.40E-11	112890	6.06E-10	121933	2.85E-10	136651	7.03E-09	168924	2.89E-09
40	22756	1.05E-10	32137	3.27E-11	196971	1.79E-09	205209	8.18E-10	221072	4.31E-08	262979	1.17E-08
50	28231	1.68E-10	38069	4.33E-11	308974	3.49E-09	315928	2.08E-09	328171	5.05E-08	388967	3.92E-08
60	33557	2.37E-10	43986	1.18E-10	455634	5.60E-09	451498	4.19E-09	435456	2.84E-07	517959	1.20E-07
70	39007	3.32E-10	49493	1.77E-10	628459	1.38E-08	615584	5.62E-09	581664	3.08E-07	653136	3.17E-07
80	44234	4.45E-10	55416	3.00E-10	798220	4.08E-08	795570	1.19E-08	718859	7.27E-07	777871	6.14E-07
90	49526	6.43E-10	61128	3.82E-10	900001	1.35E-06	900001	1.17E-07	835620	1.20E-06	868007	7.19E-07
100	54863	6.51E-10	66810	5.80E-10	1000001	1.84E-05	1000001	3.12E-06	951214	1.80E-06	971880	9.96E-07

3.2.2 多峰函数算法 A 与 AS 分析对比

Ackley、Levy 和 Griewank 作为比较典型的多峰复杂函数, 具有多个局部最优解, 优化算法容易陷入局部最优. 随着函数维度的升高, 解空间呈指数级增加, 全局最优解的求解难度更大. 本实验对比 A 与 AS 在函数 10~100 维时的成功率、最优解和算法进化次数. 首先研究算法成功率, 见表 2.

实验看出随着函数维度的增加, 算法求解成功率均在下降, 但 AS 比 A 更优一些. Ackley 函数中 A 在函数 50 维时求解成功率为 2%, 再高的维度已无法求解, AS 可以求解到 70 维. Levy 函数 AS 可以求解到 50 维, A 只能求解到 40 维, 且成功率只有 1.96%. Griewank 函数 AS 的成功率整体均高于 A. 这说明更严格的能级稳定判据可以提高算法针对多峰函数的求解能力. 通过进化次数和最优解对比, 可以更直观的看到这一结果. 见表 3.

表 2 多峰函数 10~100 维算法 A 与 AS 成功率对比

维度	Ackley 函数		Levy 函数		Griewank 函数	
	A 版本	AS 版本	A 版本	AS 版本	A 版本	AS 版本
10	98.0%	100%	94.1%	100%	58.8%	84.3%
20	78.4%	98.0%	45.10%	84.31%	66.7%	90.2%
30	37.3%	82.4%	3.92%	47.06%	74.5%	98.0%
40	9.8%	68.6%	1.96%	11.76%	74.5%	92.2%
50	2.0%	21.6%	0.00%	7.84%	76.5%	90.2%
60	0.0%	7.8%	0.00%	0.00%	78.5%	96.1%
70	0.0%	2.0%	0.00%	0.00%	84.3%	94.1%
80	0.0%	0.0%	0.00%	0.00%	70.6%	94.1%
90	0.0%	0.0%	0.00%	0.00%	66.7%	98.0%
100	0.0%	0.0%	0.00%	0.00%	78.4%	84.3%

表 3 多峰函数 10~100 维算法 A 与 AS 进化次数与最优解对比

维度	Ackley 函数				Levy 函数				Griewank 函数			
	A 版本		AS 版本		A 版本		AS 版本		A 版本		AS 版本	
	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解	进化次数	最优解
10	6521	2.33E-06	13821	7.61E-07	24307	2.34E-12	31333	8.59E-13	83165	6.48E-13	87088	2.53E-13
20	17873	3.76E-06	20533	1.63E-06	60719	3.22E-11	69406	7.78E-12	30679	2.22E-12	35898	1.52E-12
30	23053	5.64E-06	40574	2.63E-06	85336	2.89E-10	94439	7.64E-11	44577	5.32E-12	56418	3.97E-12
40	27843	7.18E-06	47377	3.20E-06	112600	5.84E-10	134963	2.81E-10	62273	9.17E-12	77470	5.96E-12
50	32066	9.16E-06	63521	4.99E-06	129898	8.95E-01	151009	3.97E-10	80879	1.21E-11	97704	1.07E-11
60	35963	1.50E+00	74743	7.46E-06	154857	1.35E+00	188276	1.79E-01	98548	2.27E-11	119455	1.68E-11
70	41798	1.92E+00	58885	8.53E-06	192753	4.54E-01	231154	3.58E-01	117149	3.19E-11	141939	2.25E-11
80	46751	2.01E+00	77213	1.48E+00	220156	2.87E+00	250614	2.69E-01	136428	4.24E-11	165393	2.92E-11
90	52922	2.09E+00	67029	1.60E+00	233904	2.60E+00	279584	1.17E+00	156164	4.99E-11	189215	3.76E-11
100	57308	2.70E+00	74783	2.23E+00	254498	4.39E+00	313217	7.16E-01	174994	5.74E-11	212628	4.96E-11

表 3 中, Ackley 函数 20 维, A 的最优解为 $3.76\text{E}-06$, 进化次数 17873, AS 的最优解为 $1.63\text{E}-06$, 进化次数 20533. AS 的最优解优于 A, 进化次数比 A 多 14.9%. 当达到 50 维以后, A 已无法找到最优解, 而 AS 可以求解到 70 维, 最优解为 $8.53\text{E}-06$. Levy 函数在 20 维时, A 的最优解为 $3.22\text{E}-11$, 进化次数 60719, AS 的最优解为 $7.78\text{E}-12$, 进化次数 69406. AS 的进化次数比 A 多 14.3%, 最优解精度提高近一个数量级. 当函数到 50 维时, A 已经无法找到最优解, 而 AS 仍能找到. Griewank 函数虽然 A 和 AS 均可以求解到 100 维, 但 AS 最优解的值总是优于 A. 以上表明, AS 在多峰高维状态下比 A 有更好的求解优势, 最优解精度也更高.

从整体看, 无论单峰还是多峰函数, AS 的求解精度

均高于 A, 一般高出一个数量级, 但计算代价也比 A 多 1~2 倍. 如果不追求极佳的最优解精度, 选择 A 版本效率会更高. 多峰函数下, 更严格的能级稳定判据显现出更好的求解能力和求解精度, 尤其高维状态下, 更充分的搜索迭代可以使算法避免陷入局部最优. 反之, 宽松的能级判据造成搜索不充分, 更容易使算法陷入早熟.

3.3 多峰函数收敛趋势分析

单峰函数没有局部最优, 收敛趋势差别不大, 因此本节实验选取多峰函数进行收敛趋势分析, 见图 2. 图 2 中横坐标为算法迭代次数, 纵坐标为最优解. 虚线表示 A 的收敛趋势, 实线表示 AS, 30 维由红色线条表示, 40 维是蓝色线条, 50 维是绿色线条. 图 2(a)~(c) 分别对应 Ackley、Levy 和 Griewank 函数.

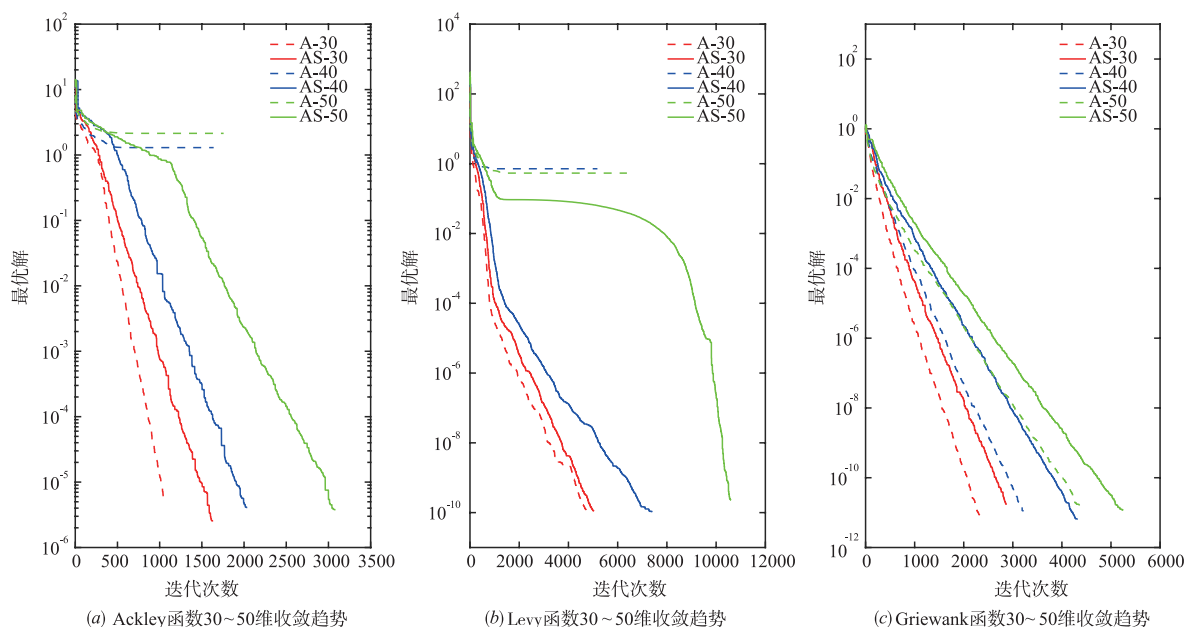


图2 多峰函数30、40、50维算法收敛趋势

当 Ackley 函数 30 维时(图 2(a)红色线条), A 的收敛速度比 AS 更快, 但 AS 的最优解好于 A. 40 维时(图 2(a)蓝色线条), A 无法找到最优解, AS 迭代 2037 次后找到最优解, 达到 50 维时(图 2(a)绿色线条), A 仍旧无法找到最优解, AS 在迭代 3082 次后找到最优解. Levy 函数 30 维时(图 2(b)红色线条) A 与 AS 的收敛趋势和最优解相差不大, 但在 40 维和 50 维时, A 已无法收敛, AS 仍可找到最优解. 这说明严格的能级判据使算法对某些多峰函数在高维状态下更具求解优势, 与 3.2.2 节的实验结论相吻合. Griewank 函数在实验设定维度下 A 的收敛趋势比 AS 略快(图 2(c)), 但表 2 的求解成功率证明了 AS 成功率要大于 A. 收敛趋势的实验证明严格的能级判据使算法具备更好的求解

能力.

3.4 不同判据下算法成功率分析

以上两组实验对比的是两种能级稳定判据 $\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$ 和 $\Delta\sigma_k = 0$. 本组实验增加了三种判据, 分别为 $\Delta\sigma_k \leq 2\sigma_s$, $\Delta\sigma_k \leq \frac{1}{2}\sigma_s$ 和 $\Delta\sigma_k \leq \frac{1}{4}\sigma_s$, 即算法采样点标准差之差的绝对值小于当前尺度的 2 倍、0.5 倍、0.25 倍. 这样, 从 2 倍尺度到 1 倍尺度(A)、0.5 倍、0.25 倍, 再到最后的 $\Delta\sigma_k = 0$ (AS), 能级稳定的判据呈逐级严格的趋势. 通过实验分析这五种不同能级判据对算法求解成功率的影响. 表 4 为 Ackley、Levy 和 Griewank 函数 1~50 维下五种判据的算法求解成功率.

表 4 多峰函数不同能级稳定判据的成功率对比

维 度	$\Delta\sigma_k \leq 2\sigma_s$			$\Delta\sigma_k \leq \sigma_s$			$\Delta\sigma_k \leq \frac{1}{2}\sigma_s$			$\Delta\sigma_k \leq \frac{1}{4}\sigma_s$			$\Delta\sigma_k = 0$		
	Ackley	Levy	Griewank	Ackley	Levy	Griewank	Ackley	Levy	Griewank	Ackley	Levy	Griewank	Ackley	Levy	Griewank
1	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
5	100.0%	100.0%	0.0%	100.0%	100.0%	0.0%	100.0%	100.0%	0.0%	100.0%	100.0%	0.0%	100.0%	100.0%	0.0%
10	98.0%	94.1%	5.9%	98.0%	94.1%	9.8%	98.0%	94.1%	3.9%	100.0%	96.1%	9.8%	100.0%	100.0%	3.9%
15	92.2%	80.4%	58.8%	94.1%	74.5%	54.9%	92.2%	78.4%	70.6%	90.2%	82.4%	64.7%	98.0%	98.0%	84.3%
20	74.5%	47.1%	60.8%	68.6%	37.3%	58.8%	72.5%	45.1%	62.7%	90.2%	64.7%	76.5%	98.0%	86.3%	98.0%
25	52.9%	17.6%	64.7%	58.8%	35.3%	72.5%	56.9%	21.6%	78.4%	86.3%	25.5%	76.5%	98.0%	72.5%	84.3%
30	33.3%	13.7%	62.7%	47.1%	7.8%	78.4%	27.5%	7.8%	68.6%	54.9%	19.6%	84.3%	86.3%	45.1%	90.2%
35	60.8%	25.5%	78.4%	58.8%	23.5%	72.5%	58.8%	19.6%	80.4%	70.6%	31.4%	70.6%	96.1%	66.7%	90.2%
40	2.0%	2.0%	56.9%	15.7%	0.0%	66.7%	13.7%	2.0%	78.4%	21.6%	0.0%	74.5%	62.7%	21.6%	88.2%
45	3.9%	0.0%	74.5%	2.0%	0.0%	66.7%	3.9%	2.0%	78.4%	9.8%	0.0%	68.6%	51.0%	3.9%	88.2%
50	0.0%	0.0%	78.4%	0.0%	0.0%	62.7%	0.0%	0.0%	80.4%	5.9%	0.0%	76.5%	27.5%	5.9%	92.2%

实验可以看出,随着能级稳定判据趋向严格,最优解成功率呈上升态势. Ackley 函数在 40 维时 2 倍当前尺度判据下算法成功率仅为 2%, 0.25 倍时为 21.6%, 到 $\Delta\sigma_k = 0$ 时为 62.7%. Levy 函数 40 维时在 2 倍尺度下为 2%, 到 $\Delta\sigma_k = 0$ 时为 21.6%, Griewank 函数 50 维时 1 倍尺度下为 62.7%, $\Delta\sigma_k = 0$ 时为 92.2%. 说明多峰函数下,能级稳定判据越严格,算法最优解成功率相对越高,这与算法能级稳定的理论分析相吻合.

4 结论

本文从物理模型对 MQHOA 能级稳定过程进行研究,在文献[17]的基础上提出新的能级判据,通过实验,得出以下结论:

(1) 能级稳定判据对算法求解性能和效果有直接影响;

(2) 对于简单单峰函数,可以采用更宽松的能级判据,以较小的计算代价,获得较好的求解效果;

(3) 对于复杂多峰函数,更严格的能级判据可以提高算法在高维度的求解能力和求解精度;

算法在实际应用中可以根据不同的求解目标和需要对能级判据进行调整,使算法匹配难度不同的求解问题,以适应不同应用领域的优化问题求解,提高算法应用价值. MQHOA 针对不同复杂函数的高维求解目前仍有一定局限性,后续针对复杂函数的求解会进行持续研究,不断改进算法模型和迭代方式,在算法更契合量子理论的基础上不断演化,提高求解效果和收敛效率,使之在面对复杂高维问题时具备更好的成功率和更广泛的适用性.

参考文献

[1] Finnila A B, Gomez M A, Sebenik C, et al. Quantum an-

nealing: a new method for minimizing multidimensional functions[J]. Chemical Physics Letters, 1994, 219(5-6): 343-348.

[2] Brooke J, Bitko D, Rosenbaum T F, et al. Quantum annealing of a disordered spin system[J]. Science, 2001, 284(5415): 779-781.

[3] 王鹏, 黄焱, 任超, 等. 多尺度量子谐振子高维函数全局优化算法[J]. 电子学报, 2013, 41(12): 2468-2473.
WANG P, HUANG Y, REN C, et al. Multi-scale quantum harmonic oscillator for high dimensional function global optimization algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(12): 2468-2473. (in Chinese)

[4] SUN J, XU W, FENG B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization[A]. Proc IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems[C]. Singapore: IEEE, 2004. 111-116.

[5] SUNAA J, FANG W, LAI C H, et al. Convergence analysis and improvements of quantum-behaved particle swarm optimization[J]. Information Sciences, 2012, 193(15): 81-103.

[6] SUN J, FANG W, WU X, et al. Quantum-behaved particle swarm optimization: analysis of individual particle behavior and parameter selection[J]. Evolutionary Computation, 2012, 20(3): 349-393.

[7] WANG P, YE X G, LI B, et al. Multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm for global numerical optimization[J]. Applied Soft Computing, 2018, 69(C): 655-670.

[8] 刘峰, 王鹏, 黄焱, 等. 多尺度量子谐振子优化算法实现方法研究[J]. 成都信息工程学院学报, 2015, 30(5): 433-438.

LIU F, WANG P, HUANG Y, et al. Research on algorithm

- implementation of multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm[J]. Journal of Chengdu University of Information Technology, 2015, 30(5): 433 – 438. (in Chinese)
- [9] 王鹏, 黄焱. 多尺度量子谐振子优化算法物理模型[J]. 计算机科学与探索, 2015, 9(10): 1271 – 1280.
WANG P, HUANG Y. Physical model of multi-scale quantum harmonic oscillator optimization algorithm[J]. Journal of Frontiers of Computer Science & Technology, 2015, 9(10): 1271 – 1280. (in Chinese)
- [10] 王鹏, 黄焱, 袁亚男, 等. 多尺度量子谐振子算法的收敛特性[J]. 电子学报, 2016, 44(8): 1988 – 1993.
WANG P, HUANG Y, YUAN Y N, et al. Convergence characteristics of multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(8): 1988 – 1993. (in Chinese)
- [11] WANG P, CHENG K, HUANG Y, et al. Multiscale quantum harmonic oscillator algorithm for multimodal optimization[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2018, 2018(95001): 1 – 12.
- [12] 袁亚男, 王鹏, 刘峰. 多尺度量子谐振子算法性能分析[J]. 计算机应用, 2015, 35(6): 1600 – 1604.
YUAN Y N, WANG P, LIU F. Performance analysis of multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(6): 1600 – 1604. (in Chinese)
- [13] 胡思杰, 徐松涛, 史忠亚, 等. 基于 IFS-IMQHOA 算法的干扰资源分配决策优化[J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(19): 252 – 256.
HU S J, XU S T, SHI Z Y, XIN P, et al. Optimization of jamming resources distribution decision based on IFS-IMQHOA algorithm[J]. CEA, 2017, 53(19): 252 – 256. (in Chinese)
- [14] 史忠亚, 吴华, 沈文迪, 等. 考虑射频隐身的雷达功率自适应管控方法[J]. 现代雷达, 2017, 39(10): 6 – 10.
SHIZ Y, WU H, SHEN W D, et al. A method of radar power self-adapting control considering radio frequency stealth[J]. Modern Radar, 2017, 39(10): 6 – 10. (in Chinese)
- [15] 邓怀勇, 马琴, 陈国彬, 等. 基于量子谐振子的 RoQ 攻击识别方法[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2018, 55(4): 752 – 756.
DENG H Y, MA Q, CHEN G B, et al. The RoQ attack recognition method based on quantum harmonic oscillator[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2018, 55(4): 752 – 756. (in Chinese)
- [16] 李磊, 马宪民, 范文玲. 一种矿用电缆剩余寿命预测方法[J]. 工矿自动化, 2018, 44(8): 57 – 62.
LI L, MA X M, FAN W L. A residual life prediction method of mine-used cable[J]. Industry and Mine Automation, 2018, 44(8): 57 – 62. (in Chinese)
- [17] 王鹏, 黄焱. 具有能级稳定过程的 MQHOA 优化算法[J]. 通信学报, 2016, 37(7): 79 – 86.
WANG P, HUANG Y. MQHOA algorithm with energy level stabilizing process[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7): 79 – 86. (in Chinese)
- [18] WANG P, LI B, JIN J, et al. Multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm with Individual stabilization strategy [A] International Conference on Swarm Intelligence [C]. Cham: Springer, 2018. 624 – 633.

作者简介



周 岩 男, 1976 年 10 月出生于陕西省宝鸡市, 现为西南民族大学硕士研究生, 主要研究方向: 智能算法、云计算、并行计算。
E-mail: 22954936@qq.com



王 鹏 (通信作者) 男, 1975 年 8 月出生于四川省犍为县, 现为西南民族大学教授、中科院成都计算所博士生导师, 研究方向为智能算法、云计算、并行计算。
E-mail: wp002005@163.com



辛 罡 男, 1983 年 11 月出生于四川省成都市, 现为中科院成都计算所计算机软件工程博士研究生, 主要研究方向为量子启发式算法, 高性能计算
E-mail: xin_gang@vip.126.com



李 波 男, 1980 年 5 月出生于山东省新泰市, 现为中科院成都计算所计算机软件工程博士研究生. 主要研究方向为智能算法, 图像分割。
E-mail: guangbl@outlook.com