

基于互质阵列重构的高维波达方向估计算法

张彦奎, 许海韵, 巴 斌, 逯志宇, 代正亮

(解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450001)

摘 要: 针对角度估计中现有算法估计信源数少的问题, 提出了一种基于互质阵列重构的高维波达方向估计算法, 实现了有限物理阵元条件下多重信号角度的超分辨估计. 该方法首先对接收信号协方差矩阵进行列向量化处理, 建立虚拟阵列模型, 然后在此基础上重构虚拟阵列流型, 拟合出缺失的虚拟阵元响应, 最后引入空域平滑的思想, 实现角度的超分辨估计. 对本文算法的复杂度和阵列自由度进行理论分析. 仿真结果表明, 所提方法在相同物理阵元数条件下阵列自由度高于连续空域平滑检测算法和迭代内插检测算法, 相比于迭代内插检测算法, 以较小的复杂度代价获得了性能的较大提高.

关键词: 互质阵列; 虚拟阵列; 自由度; 超分辨

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2018)12-2923-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.12.014

Direction-of-Arrival Destination for Multiple Sources Based on the Reconstruction of the Coprime Array

ZHANG Yan-kui, XU Hai-yun, BA Bin, LU Zhi-yu, DAI Zheng-liang

(The PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract: Direction-of-arrival (DOA) estimation is a research hotspot in wireless location. To deal with the lack of the array freedom, this paper presents a coprime array with a high degree of freedom based on the reconstruction of virtual array, realized the super-resolution estimation of multi received angles. This algorithm first vectors the received signal covariance matrix to build the virtual structure model with coprime array, and then, to fit out the lack virtual array response, this paper reconstruct the virtual array, finally, the spatial smoothing is used to realize the super resolution angle estimation. The complexity of the algorithm and the degree of freedom of the array are analyzed in theory detailedly. The simulation results show that the proposed method has a higher array degree of freedom than that of continuous spatial smoothing detection algorithm and the iterative interpolation algorithm under the condition of a same physical element, compared to the iterative interpolation algorithm, the performance of the algorithm is improved greatly with a slightly increased in complexity.

Key words: coprime array; virtual array; degree of freedom; super resolution

1 引言

波达方向估计 (Direction-Of-Arrival, DOA) 是阵列信号处理的关键技术之一, 广泛应用于雷达, 声呐, 射电天文学等方面^[1]. 传统非稀疏均匀线阵 (Uniform Linear Array, ULA) 结构简单, DOA 估计复杂度低, 受到广泛青睐^[2]. 非稀疏模型的均匀线阵阵元间距为半波长, N 元非稀疏均匀线阵最多可以检测 $N-1$ 个来波方向, 阵列自由度较低; 传统均匀阵列的阵元间距较小, 阵元之间的感应电流产生电磁耦合使阵元附近的磁场发生变

化, 影响方向向量, 阵元间距越小, 互耦效应越强; 并且阵元间距对天线尺寸要求较高, 实际应用存在一定的困难. 基于稀疏模型的互质阵列是在 MIMO 雷达的基础上发展而来, 广泛应用于被动式定位场景, 该阵列的阵元间距大于半波长, 阵元间距的增大使得互耦效应显著下降, 同时阵列孔径也得到了有效扩大, 阵列自由度相应提高, 分辨率和检测精度得到了改善. 正因如此, 互质阵已经成为近年来阵列信号处理领域的研究热点^[3,4].

互质阵是一种特殊的稀疏阵列, 阵源间距为半波

长的数倍,可以获得较高的自由度^[5],典型稀疏阵型有:最小冗余阵(Minimum Redundancy Array, MRA),最小孔径阵列(Minimum Hole Arrays, MHA)和互质阵(coprime array).最小冗余阵是理想的并且效率最高的非均匀阵列,他可以获得最大的非重复连续虚拟阵元数,阵列自由度最大,但最小冗余阵和最小孔径阵列都没有具体的数学表达式^[5],实际应用较为困难;互质阵采用两个稀疏的均匀线阵组合而成,两个子阵的阵元间距为半波长的整数倍,并且互质,当两个子阵的阵元数分别为 M 和 N 时,其自由度最高可以达到 $O(MN)$ ^[6,10],嵌套阵是一种特殊的互质阵型,它是由均匀线阵和稀疏阵列结合而成,即第一个子阵的阵元间距为半波长,当阵元数量为 N 时,阵列自由度最高可以达到 $O(N^2)$ ^[6],但嵌套阵中第一个子阵阵元间距较小,互耦效应依然较强.上述阵型的阵列自由度均大于物理阵元数,受限于具体阵型,虚拟阵元响应利用并不充分.

为了进一步提高阵列自由度,近年来,国内外专家学者纷纷给出高自由度互质阵型的研究成果.2010 年美国加利福尼亚大学的 Vaidyanathan P P 等人在文献[11]中给出了基于稀疏互质阵的虚拟阵列模型,文献[9]在此模型基础上,给出了一种基于连续虚拟阵元的空域平滑 DOA 估计算法,该算法利用列向量化以后的连续虚拟阵列部分进行波达方向估计,得到的阵列自由度大于物理阵元数.文献[7]给出一种优化的 CACIS (Coprime Array with Compressed Inter-element Spacing) 阵列结构,进一步提高了阵列自由度,并采用权重矢量算法,抑制了噪声和干扰.文献[12]根据文献[7]的理论成果,改进了 CACIS 阵型,给出了一种 CADiS (Coprime Array with Displaced Subarrays) 阵列模型,证明了该模型下可以获得最大的连续虚拟阵元数,自由度得到了显著提高.上述阵型都设法提高虚拟阵列中的连续阵元数,进而采用空域平滑算法提高自由度,但该类算法没有利用不连续的虚拟阵元响应部分,造成阵列孔径的浪费.文献[13]为了利用不连续的虚拟阵元部分,在文献[14]文献[15]的基础上,首先利用连续虚拟阵元部分进行 DOA 的粗估计,然后利用粗估计结果计算出投影矩阵,根据投影矩阵拟合出不连续的虚拟阵元响应.该算法增大了可用虚拟阵列孔径,但受限于初始化的来波方向数,本质上并没有提高阵列自由度.

本文依据稀疏互质阵构造虚拟阵列模型,并对接收信号的协方差矩阵进行列向量化处理,重构出缺失的虚拟阵元响应,同时引入空域平滑技术,增大了阵列自由度,实现了多重信号角度的超分辨估计.通过仿真实验给出了本文算法与连续空域平滑算法和迭代内插检测算法在检测能力,分辨率, RMSE 等方面的性能比

较,并对三种算法的阵列自由度和复杂度进行了分析,表明了本文算法的优越性.

2 数学模型

假设有 D 个远场窄带信号从不同的方向 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)$ 以功率 $p = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_D^2)$ 入射到接收阵列,则

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

$\mathbf{x}(k)$ 为接收信号向量, $\mathbf{s}(k)$ 为发送信号向量, $\mathbf{n}(k)$ 是功率为 σ_n^2 的加性高斯白噪声向量, k 为快拍数, $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, \mathbf{A} 为阵列流型,均匀线阵中的阵列流型一般为范德蒙矩阵形式,根据图 1 所示阵列模型得到 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]$, $\mathbf{a}(\theta_i)$ 为方向向量, $\mathbf{a}(\theta_i) = (1, e^{-j2\pi \frac{d \sin \theta_i}{\lambda}}, \dots, e^{-j2\pi \frac{(N-1)d \sin \theta_i}{\lambda}})^T$, λ 为入射信号波长, d 为阵元间距,在均匀线阵中,取 $d = \lambda/2$.

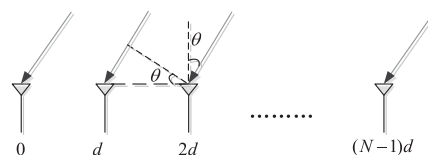


图1 均匀线阵模型图

接收信号的协方差矩阵表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X &= E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}(k)^T] \\ &= \sum_{i=1}^D \sigma_i^2 \mathbf{a}(\theta_i)\mathbf{a}(\theta_i)^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (2)$$

对 \mathbf{R}_X 进行特征值分解可以得到:

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{U}_s \mathbf{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{\Sigma}_n \mathbf{U}_n^H \quad (3)$$

由于信号子空间和噪声子空间是正交的,并且方向向量所处空间与信号子空间属于同一个向量空间,因此来波方向的空间谱表达式为

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (4)$$

在进行 DOA 求解时,采用谱峰搜索的方法,将 $0 \sim 2\pi$ 范围内的角度分为 J 份,并逐一带入式(4),然后搜索谱峰函数的 D 个局部极大值点即为来波方向.

3 基于互质阵列重构的高维波达方向估计算法

3.1 互质阵列的 DOA 估计基础

互质线阵是在均匀线阵的基础上发展而来,阵元间距的增加,互耦效应得到了显著降低.根据阵列信号处理的知识,当阵元间距大于半波长时,DOA 估计会出现“伪峰”现象,并且“伪峰”的位置与阵元间距有关,若两个均匀稀疏阵列阵元间距为半波长的整数倍,且“互质”,就能保证 DOA 估计空间谱中“真峰”位置重叠,而“伪峰”被去除掉.现给出互质阵的典型形式如图 2 所示,设子阵 1 含有 N 个阵元,阵元间距为 md ;子阵 2 含

有 $2M$ 个阵元,阵元间距为 Nd ,两个子阵处于同一直线上,且第一个阵元重合,故整个阵列含有 $2M + N - 1$ 个阵元。

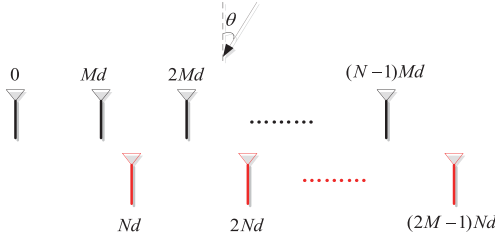


图2 互质阵模型图

为方便叙述,给出差分集的定义:含有 N 个整数的集合 $I_p = \{n_i, i=1, 2, \dots, N\}$, 定义 I_p 上的差分集为 $S_{\text{diff}} = \{n_i - n_j, 1 \leq i, j \leq N\}$, 这里规定在 S_{diff} 中允许有重复元素存在,显然,集合 S_{diff} 是一个关于原点对称的集合。在互质阵中差分集代表任意两个物理阵元之间的位置差,差值为半波长的整数倍,一般简化表示为整数。差分集是稀疏阵列转化为虚拟阵列的基础,也是互质阵列自由度大于物理阵元数的关键。

互质阵列是一种非均匀稀疏阵列,所以阵列流型 \mathbf{A} 不满足范德蒙矩阵的形式,此时方向向量 $\mathbf{a}(\theta_i) = (1, e^{-jM\pi\sin\theta_i}, e^{-jN\pi\sin\theta_i}, \dots, e^{-j(2M-1)\pi\sin\theta_i})^T$, 为了充分利用阵列的稀疏特性,对接收信号协方差矩阵进行列向量化处理如式(5)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \text{vec}(\mathbf{R}_{XX}) \\ &= \text{vec}\left(\sum_{i=1}^D \sigma_i^2 \mathbf{a}(\theta_i) \mathbf{a}(\theta_i)^H\right) + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{1}}_n \\ &= \mathbf{B}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D) \mathbf{p} + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{1}}_n \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D) \\ = [\mathbf{a}^*(\theta_1) \otimes \mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}^*(\theta_D) \otimes \mathbf{a}(\theta_D)] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{\mathbf{1}}_n = \text{vec}(\mathbf{I}_{2M+N-1}) \quad (7)$$

$\mathbf{a}^*(\theta_i) \otimes \mathbf{a}(\theta_i)$ 中的元素可以表示为: $e^{\pm j(Mn - mN)\pi\sin\theta_i}$, $e^{-j(Mn_1 - Mn_2)\pi\sin\theta_i}$ 或 $e^{-j(Nm_1 - Nm_2)\pi\sin\theta_i}$, 其中 $0 \leq n, n_1, n_2 \leq N-1$, $0 \leq m, m_1, m_2 \leq 2M-1$, 根据各子阵阵元位置的距离差,得到两个子阵的自差分集和互差分集:

$$S_{\text{self-diff1}} = \{Mn_1 - Mn_2, 0 \leq n_1, n_2 \leq N-1\} \quad (8)$$

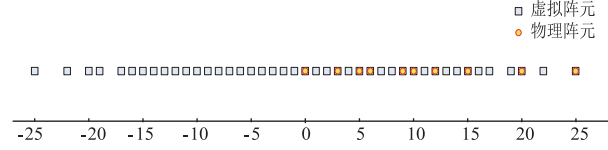
$$S_{\text{self-diff2}} = \{Nm_1 - Nm_2, 1 \leq m_1, m_2 \leq 2M-1\} \quad (9)$$

$$S_{\text{cross-diff}} = \left\{ \pm(Nm - Mn), \begin{array}{l} 1 \leq m \leq 2M-1 \\ 0 \leq n \leq N-1 \end{array} \right\} \quad (10)$$

根据差分集式(8)~(10)对式(6)进行分析, $\mathbf{B}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)$ 中含有重复行向量,重复出现的行向量只保留一次,得到虚拟阵列流型 $\mathbf{B}_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)$, 对应的虚拟阵列响应为 \mathbf{z}_1 , 噪声列向量为 $\tilde{\mathbf{e}}_1$ 。则有

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{B}_1 \mathbf{p} + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}_1 \quad (11)$$

根据式(11)和差分集合,得到虚拟阵列模型,图3为 $M=3, N=5$ 时物理阵元和虚拟阵元位置分布。

图3 $M=3, N=5$ 时物理阵元和虚拟阵元位置分布

3.2 虚拟阵列重构的空域平滑 DOA 估计

通过上述分析可知,采用互质阵型构造的虚拟阵列,阵列孔径得到了有效增加。虚拟阵列模型等效为单块拍响应的形式,一般采用空域平滑算法进行 DOA 估计,然后整个虚拟阵列并不完全连续,其中含有“孔”,如果只利用连续虚拟阵元响应部分进行空间平滑,会造成两端不连续虚拟阵元的浪费,进而导致阵列自由度的下降,所以本文采用虚拟阵列重构的方法进行 DOA 估计。

首先根据式(11)可知,虚拟阵列流型 \mathbf{B}_1 中含有缺失的阵元,模型简化表示为

$$\begin{pmatrix} z_i \\ z_{i+1} \\ z_{i+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-j\pi\sin\theta_i} & e^{-j\pi\sin\theta_i} & \dots & e^{-j\pi\sin\theta_i} \\ e^{-j(i+1)\pi\sin\theta_i} & e^{-j(i+1)\pi\sin\theta_i} & \dots & e^{-j(i+1)\pi\sin\theta_i} \\ e^{-j(i+2)\pi\sin\theta_i} & e^{-j(i+2)\pi\sin\theta_i} & \dots & e^{-j(i+2)\pi\sin\theta_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1^2 \\ \vdots \\ \sigma_D^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中虚线框中为内插补充的阵列流型以及相应的虚拟阵列响应。根据阵列流型

$$e^{-j(i+1)\pi\sin\theta_i} = \sqrt{(e^{-j\pi\sin\theta_i})^2 + (e^{-j(i+2)\pi\sin\theta_i})^2} \quad (13)$$

因此当来波方向等概均匀分布在 0° 周围时,缺失虚拟阵元响应可以表示为

$$z_{i+1} \approx \sqrt{z_i^2 + z_{i+2}^2} \quad (14)$$

同理当连续缺失阵元数大于 1 时也可以通过相应的内插方法,重构出所有的缺失虚拟阵元响应,得到连续虚拟阵列流型 $\mathbf{B}_2, \mathbf{B}_2$ 为 $(4MN - 2N + 1) \times D$ 维均匀阵列流型,因此

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{B}_2 \mathbf{p} + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}_2 \quad (15)$$

对重构连续虚拟阵列 \mathbf{z}_2 进行空域平滑,其示意图如图 4 所示, \mathbf{z}_2 为共轭对称分布的,因此平滑段长度取 $2MN - N$, 所以第 i 个平滑子阵 \mathbf{z}_{2i} 的虚拟阵列位置为

$$\{(-i+1+n)d, n=0, 1, \dots, 2MN-N-1\} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{2i} &= \mathbf{B}_{2i} \mathbf{p} + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \\ &= \mathbf{B}_{2i} \Phi^{i-1} \mathbf{p} + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\Phi = \begin{pmatrix} e^{-j\pi\sin\theta_1} & & \\ & \ddots & \\ & & e^{-j\pi\sin\theta_D} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{B}_{21} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ a_2(\theta_1) & \cdots & a_2(\theta_D) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_2(\theta_1)^{2MN-N-1} & \cdots & a_2(\theta_D)^{2MN-N-1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$a_2(\theta_i) = e^{-j\pi \sin \theta_i}$. 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{2i} &= \mathbf{z}_{2i} \mathbf{z}_{2i}^H \\ &= \mathbf{B}_{21} \Phi^{i-1} \mathbf{p} \mathbf{p}^H (\Phi^{i-1})^H \mathbf{B}_{21}^H + \sigma_n^4 \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \tilde{\mathbf{e}}_{2i}^H \\ &\quad + \sigma_n^2 \mathbf{B}_{21} \Phi^{i-1} \mathbf{p} \tilde{\mathbf{e}}_{2i}^H + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{e}}_{2i} \mathbf{p}^H (\Phi^{i-1})^H \mathbf{B}_{21}^H \end{aligned} \quad (20)$$

取所有平滑段的协方差矩阵并进行平均, 得到

$$\mathbf{R}_{ss} = \frac{1}{2MN-N+1} \sum_{i=1}^{2MN-N+1} \mathbf{R}_{2i} \quad (21)$$

然后对 \mathbf{R}_{ss} 进行特征值分解, 进而根据方向向量与噪声子空间的正交性, 利用式(3)式(4)表达式, 得到波达方向.

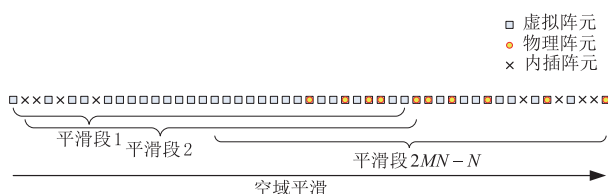


图4 空域平滑示意图

3.3 算法步骤总结

根据上述分析和推导过程, 可以将本文算法的主要步骤总结如下:

步骤1: 根据互质阵模型, 求解接收信号的协方差矩阵, 并对协方差矩阵进行列向量化处理, 构造虚拟阵列模型, 如式(11)所示;

步骤2: 按照式(12)~(14)处理流程, 对不连续的虚拟阵列流型进行内插重构, 得到连续虚拟阵列流型响应;

步骤3: 在连续虚拟阵列流型的基础上, 根据式(17)~(21)进行空域平滑, 得到虚拟阵列的接收信号协方差矩阵;

步骤4: 进行特征值分解, 然后依据信号子空间和噪声子空间的正交性, 进行谱峰搜索, 最终得到 DOA 估计结果.

4 算法分析与仿真实验

4.1 算法性能仿真验证

为了验证算法的性能, 分别仿真了本文算法与对比算法在不同信源数时的检测性能, 以及 DOA 估计的分辨率和估计精度. 在仿真实验中, 设信号频率为 2GHz, 天线数为 10, $M=3$, $N=5$, c 为光速, 取 $c=3 \times 10^8$ m/s, 噪声为加性高斯白噪声. 对比算法为文献[9]和文献[13]. 文献[9]和文献[13]是经典的采用虚拟阵列的空域平滑算法, 文献[9]利用连续虚拟阵列进行空

域平滑 DOA 估计, 是现有大多数文献所采用的算法模型, 具有一般代表性, 文献[13]将内插技术引入到基于虚拟阵列的 DOA 估计中, 采用迭代检测算法, 增加了虚拟阵列孔径, 估计精度和分辨率得到了提升.

仿真1 不同信源数时算法的检测性能仿真实验

当 $M=3$, $N=5$ 时, 文献[9]和文献[13]的自由度为 16, 本文算法的自由度为 25. 为了验证三种算法的检测能力, 设置仿真条件: 信噪比为 10dB, 快拍数 $K=500$, 信号源数 $D=13$, 来波方向均匀分布在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 范围内, 三种算法的归一化 DOA 检测空间谱如图 5 所示. 为了验证算法的阵列自由度, 同时仿真了信源数增加到 20 时本文算法的归一化 DOA 检测空间谱, 仿真结果如图 6 所示.

通过仿真图可以看出, 当信源数较小时, 三种算法都能检测出波达方向, 但检测精度略有不同; 当信源数增大到一定程度时, 即超过了文献[9]和文献[13]的阵列自由度, 本文算法依然可以较好的检测来波方向.

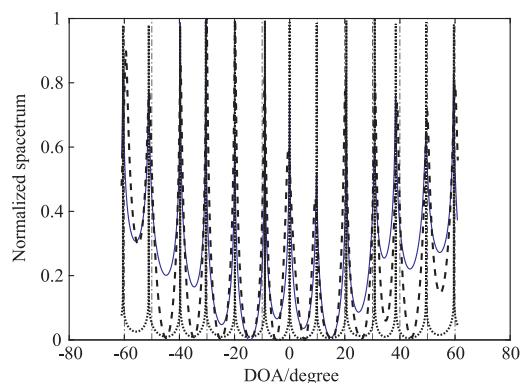


图5 三种算法DOA估计归一化空间谱

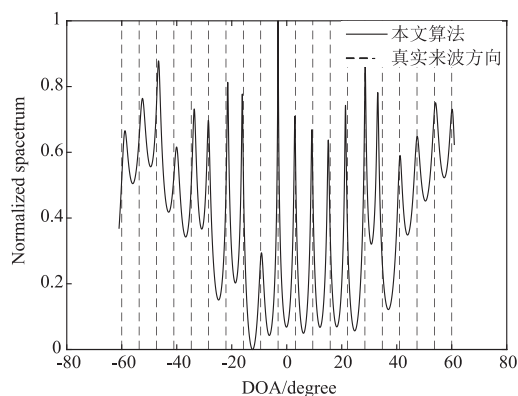


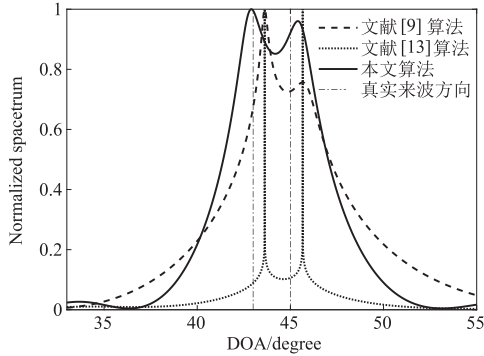
图6 20信源数时本文算法DOA估计归一化空间谱

仿真2 算法的分辨率性能仿真实验

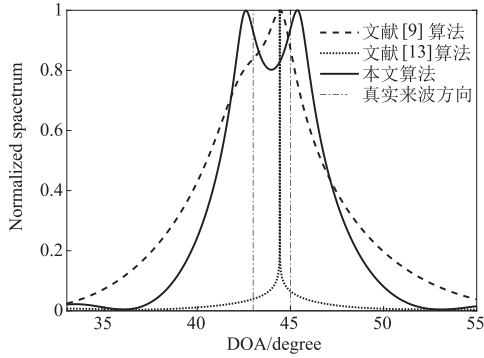
算法的分辨率表征了算法对相邻谱峰的分辨检测能力. 本实验分别仿真了信噪比为 0dB 和 10dB 场景下, 来波方向为 43° 和 45° 时三种算法的分辨性能, 仿真

结果如图 7 所示。

通过仿真图可以看出,在信噪比较高时,文献[13]算法分辨率较高,文献[9]算法与本文算法分辨率相当,且三种算法都能全部检测出波达方向;当信噪比较低时,文献[9]和文献[13]算法已经不能正常检测出所有来波方向,即两个相邻到达角会出现谱峰混叠的现象,而本文算法依然能够分辨出相邻来波,即相比于文献[9]和文献[13],本文算法在低信噪比环境下具有较高的分辨率。



(a) SNR=10dB时三种算法的分辨率性能



(b) SNR=0dB时三种算法的分辨率性能

图7 三种算法的分辨率性能

仿真3 算法 DOA 估计精度仿真实验

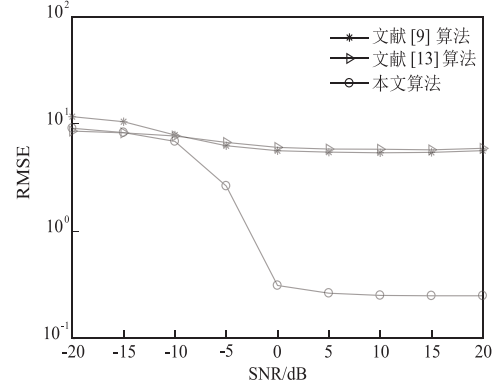
为了衡量算法的检测精度,定义均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE),其数学表达式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{KD} \sum_{m=1}^K \sum_{i=1}^D (\theta_i(m) - \theta_i)^2} \quad (22)$$

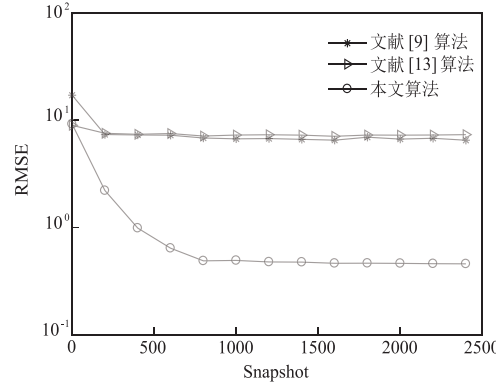
K 为蒙特卡罗次数,取 $K = 200$, D 为波达方向数,本次试验设定 $D = 13$,RMSE 随信噪比的变化曲线和 RMSE 随快拍数的变化曲线如图 8 所示。

图 8 仿真结果表明,随着信噪比的升高和快拍数的增大, RMSE 呈下降趋势,当信噪比上升到一定程度或快拍数增加到一定值时, RMSE 性能趋于稳定。同时,在相同快拍数和相同信噪比条件下,本文算法的性能优于文献[9]和文献[13]算法。

仿真4 不同信源数时算法的检测性能仿真实验



(a) 不同信噪比下三种算法的估计性能



(b) 不同快拍数下三种算法的估计性能

图8 三种算法的估计性能

本次仿真实验信噪比为 0dB,信源数为 1~20,分布在 $-60^\circ \sim 60^\circ$ 范围内, RMSE 随来波方向数的变化关系如图 9 所示,根据曲线可以看出,随着信源数的增多, RMSE 呈现上升趋势,检测精度下降,但总体性能比较平稳,波动较小,说明本文算法鲁棒性较好。

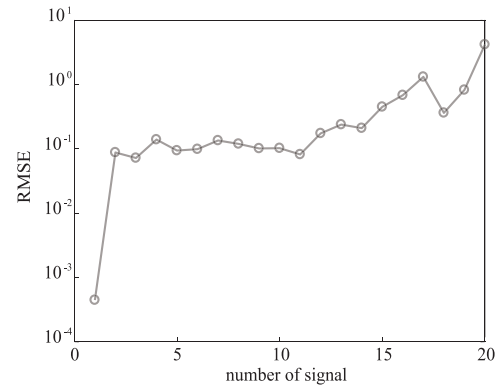


图9 RMSE随信源数变化曲线

4.2 算法自由度分析

本文算法采用虚拟阵列重构技术,补全了缺失的虚拟阵元响应,该算法不仅利用了全部虚拟阵元,同时也增加了阵列自由度。文献[9]文献[13]算法以及本文算法的阵列自由度对比如表 1 所示,为了对比的公平

性,都采用如图 2 所示阵列模型,阵元数均取 $2M + N - 1$,从算法的自由度对比表可以看出,采用相同物理阵元数时,本文算法的虚拟阵元数与文献[13]相同,高于文献[9],本文算法的阵列自由度最高。

表 1 算法阵列自由度对比表

	物理阵元数	虚拟阵元数	DOF
文献[9]	$2M + N - 1$	$2MN + 1$	$MN + 1$
文献[13]	$2M + N - 1$	$4MN - 2N + 1$	$MN + 1$
本文算法	$2M + N - 1$	$4MN - 2N + 1$	$2MN - N$

注:文献[13]采用迭代算法进行 DOA 估计,该算法首先利用连续虚拟阵列部分进行来波方向的粗估计,然后利用粗估计的结果进行虚拟阵列的内插,得到高维的连续虚拟阵列,虽然此时虚拟阵列维度与本文算法的虚拟阵列维度相同,但是在给定信源的情况下,该算法的阵列自由度受限于初始化估计信源数,本质上并没有提高阵列自由度。

4.3 算法复杂度分析

本文算法的计算复杂度主要包括四部分:协方差矩阵求解,复杂度为 $O(K(2M + N - 1)^2)$;空域平滑技术,包含有 $2MN - N + 1$ 次 $2MN - N$ 维自相关矩阵的求解和 1 次特征值分解,计算复杂度为: $O(2(2MN - N)^3 + (2MN - N))$;空间谱搜索,复杂度为: $O(J(2MN - N)^2 - JD(2MN - N))$, J 为谱峰搜索的网格数。所以本文算法的计算复杂度为: $O(K(2M + N - 1)^2 + 2(2MN - N)^3 + J(2MN - N)^2 + (1 - JD)(2MN - N))$,文献[9]计算复杂度为: $O(K(2M + N - 1)^2 + 2(MN + 1)^3 + J(MN + 1)^2 - JD(MN + 1))$,文献[13]的计算复杂度为: $O(K(2M + N - 1)^2 + (4MN - 2N + 1)^3 + 4(MN + 1)^3 + 2J(MN + 1)^2 - 2DJ(MN + 1))$ 。算法复杂度对比如下表 2 所示:

表 2 算法复杂度对比表

算法	复杂度
本文算法	$O(K(2M + N - 1)^2 + 2(2MN - N)^3 + J(2MN - N)^2 + (1 - JD)(2MN - N))$
文献[9]	$O(K(2M + N - 1)^2 + 2(MN + 1)^3 + J(MN + 1)^2 - JD(MN + 1))$
文献[13]	$O(K(2M + N - 1)^2 + (4MN - 2N + 1)^3 + 4(MN + 1)^3 + 2J(MN + 1)^2 - 2DJ(MN + 1))$

表 2 中算法的复杂度对比表明,本文算法复杂度明显低于文献[13]算法,略高于文献[9];相比于文献[9]本文算法复杂度的增加主要来源于虚拟阵元数的增加和平滑段长度的增加,这也是本文算法阵列自由度提

高的代价。

5 结论

在波达方向估计中,针对非稀疏均匀线阵估计信源数不足的问题,给出一种基于互质阵列重构的高维波达方向估计算法,该算法引入稀疏的互质阵模型,在对自相关矩阵进行列向量化处理的基础上构造虚拟阵列,然后对不连续的虚拟阵列进行内插重构,增大了虚拟阵列孔径,最后采用空域平滑技术,高分辨的检测出来波方向。相比于迭代内插检测算法,本文算法以较小的复杂度代价,获得了自由度的较大提高。同时给出了自由度分析和复杂度分析。仿真实验表明,本文算法不仅增大了阵列自由度,并且角度分辨率,检测精度和鲁棒性等方面的性能都有较大提升。

参考文献

- [1] Sun F, Wu Q, Sun Y, et al. An iterative approach for sparse direction-of-arrival estimation in co-prime arrays with off-grid targets [J]. Digital Signal Processing, 2017, 61 (C): 35 - 42.
- [2] 田野,练秋生,徐鹤. 基于稀疏信号重构的 DOA 和极化角度估计算法[J]. 电子学报, 2016, 44(7): 1548 - 1554. Tian Ye, Lian Qiu-Sheng, Xu He. DOA and polarization angle estimation algorithm based on sparse signal reconstruction [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44 (7): 1548 - 1554. (in Chinese)
- [3] Zhang Y D, Qin S, Amin M G. Doa estimation exploiting coprime arrays with sparse sensor spacing [A]. ICASSP 2014[C]. Florence, Italy: IEEE, 2014. 2267 - 2271.
- [4] Huang Q, Zhang G, Yong F. DOA estimation using block-variational sparse bayesian learning [J]. Chinese Journal of Electronics, 2017, 26(4): 768 - 772.
- [5] Liu C L, Vaidyanathan P P. Cramér-Rao bounds for coprime and other sparse arrays, which find more sources than sensors [J]. Digital Signal Processing, 2017, 61 (c): 43 - 61.
- [6] Zheng G, Tang J. DOD and DOA estimation in bistatic MI-MO radar for nested and coprime array with closed-form DOF [J]. International Journal of Electronics, 2016, 104 (5): 885 - 897.
- [7] Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167 - 4181.
- [8] Sun F, Lan P, Gao B. Partial spectral search-based DOA estimation method for co-prime linear arrays [J]. Electronics Letters, 2015, 51(24): 2053 - 2055.
- [9] Pal P, Vaidyanathan P P. Coprime sampling and the music

- algorithm [A]. Digital Signal Processing Workshop and IEEE Signal Processing[C]. Sedona, Arizona, USA: IEEE, 2011. 289 – 294.
- [10] Zhou C, Shi Z, Gu Y, et al. Doa estimation by covariance matrix sparse reconstruction of coprime array [A]. IC-ASSP 2015[C]. Sydney: IEEE, 2015. 2369 – 2373.
- [11] Vaidyanathan P P, Pal P. Sparse sensing with coprime arrays [A]. IEEE 2010 44th Asilomar Conference on Signals Systems and Computers [C]. Pacific Grove, CA: IEEE, 2010. 1405 – 1409.
- [12] Qin S, Zhang Y D, Amin M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation [J]. Signal Processing IEEE Transactions on, 2015, 63 (6): 1377 – 1390.
- [13] A Liu, Q Yang, X Zhang, W Deng. Direction-of-arrival estimation for coprime array using compressive sensing based array interpolation [J]. International Journal of Antennas and Propagation Volume, 2017, 2017(3): 1 – 10.
- [14] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1992, 28 (2): 574 – 587.
- [15] Pillai S U, Kwon B H. Forward/Backward spatial smoothing techniques for coherent signal Identification [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing, 1989, 37(1): 8 – 15.

作者简介



张彦奎 (通信作者) 男, 1990 年生, 陕西西安人, 博士生, 研究方向阵列信号处理、无线定位等。
E-mail: zhang_yk_2018@163.com



许海韵 男, 1995 年生, 湖南怀化人, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、参数估计等。



巴 斌 男, 1988 年生, 河南郑州人, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、参数估计, 卫星与移动通信等。



袁志宇 男, 1989 年生, 河北秦皇岛人, 博士, 研究方向为移动通信、信号处理等。



代正亮 男, 1993 年生, 安徽马鞍山人, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、分布式信号处理等。