

非对称支持宽边耦合共面波导的模式分析

王安国, 吴咏诗, 丁润涛
(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

摘 要: 本文用准静态的方法分析了非对称支持宽边耦合共面波导的基本传播模式, 给出了C模式和 π 模式
的正确判据, 纠正了现有文献中的错误, 同时给出了其两线电压比、电流比和C模式和 π 模式的等效相对介电常数与模
式阻抗的正确表达式. 在上层介质为空气、下层介质分别为石英或硬铝时, 分别计算了其C模式和 π 模式的等效相对
介电常数与模式阻抗随结构参数的变化曲线. 这些均为在三维(多层)微波集成电路中非对称支持宽边耦合共面波导
电路的分析与设计提供了依据.

关键词: 传播模式; 非对称支持; 宽边耦合; 共面波导

中图分类号: TN454 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 03-0390-04

The Mode Analysis of Asymmetrically Supported Broadside-Coupled Coplanar Waveguide

WANG An-guo, WU Yong-shi, DING Run-tao
(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In this paper, the propagating modes of the asymmetrically supported broadside-coupled coplanar waveguide are ana-
lyzed with the quasi-static method. The correct criteria for C and π mode are given. The mistakes in the presented papers are correct-
ed. The correct and complete formulas of voltage ratios, current ratios on two lines, effective dielectric constants and mode impedance
for C and π mode are given. For the structure where dielectric medium in the upper layer is air and the dielectric medium in the lower
layer is quartz or duroid, the curves of the effective dielectric constants and mode impedance for C and π mode are presented respec-
tively. These results could be used as references for the analysis and design of this kind of circuits in three-dimensional (multilayer)
microwave integrated circuits.

Key words: propagating mode; asymmetric supported; broadside-coupled; coplanar waveguide

1 引言

对称支持宽边耦合共面波导(上层与下层介质相同, 中层
介质不同)是一种非均匀介质中的对称耦合传输线^[1], 具有宽
带、耦合紧及奇、偶模相速相差较大的特点, 在三维微波集成
电路(又称多层微波集成电路)中可构成滤波器和定向耦合器
等部件^[2, 3].

非对称支持宽边耦合共面波导(上层、中层与下层介质均
不同)则是一种非均匀介质中的非对称耦合传输线. 由于其上
层可为空气, 便于接入有源器件或集总参数元件, 而下层的介
质可以增强电路的机械强度, 因而在三维(多层)微波集成电
路中可有更广泛的应用. Bedair 与 Wolff 对这种电路作了准静
态分析^[4], 但所用的对于两种模式(C模式与 π 模式)等效相
对介电常数与两线电压比公式(文中式(12a)与(12g))有误,
以致计算出的等效相对介电常数与阻抗值(文中图5)是错误的,
Nguyen 对此种电路也作了准静态分析^[2], 纠正了前文中两

线电压比公式的错误(文中式(14)), 但这一公式仍有局限性,
在结构参数变化时, 仍可能引起错误, 此外, 该文并未给出此
种电路两种模式的等效相对介电常数与阻抗的计算结果.

非均匀介质中的非对称耦合传输线在微波集成电路中可
用于滤波器、定向耦合器及阻抗匹配电路等单元. 但就其实际
应用的情况来看远比对称耦合传输线要少, 其中一个主要原
因就是非对称耦合传输线的有关电参量的计算比较复杂, 因
而分析和设计此类电路就比较困难. 同对称耦合传输线相比,
非对称耦合传输线还具有阻抗变换能力, 因而在电路设计方
面具有灵活性. 许多学者对非对称耦合传输线进行了研
究^[5-8]. 从耦合理论出发, 得出了一些有益的结论.

本文对非对称支持宽边耦合共面波导用准静态方法进行
了模式分析, 得出两线电压比、电流比和等效相对介电常数
与模式阻抗的正确、全面的表达式. 对于上层为空气, 下层为
石英或硬铝的此种电路, 计算出了两种基本模式(C模式与 π

模式)的等效相对介电常数与阻抗随结构参数变化的正确曲线,为此电路的分析与设计及其在三维(多层)微波集成电路中的应用提供了依据。

2 非对称支持宽边耦合共面波导的传播模式

非对称支持的宽边耦合共面波导的横截面图如图 1 所示,我们假定在 z 向上为无限,损耗可忽略.两共面波导间介质的相对介电常数为 ϵ_{r2} .上、下共面波导与地之间填充介质的相对介电常数分别为 ϵ_{r1} 、 ϵ_{r3} (不失一般性,在此假定 $\epsilon_{r3} > \epsilon_{r1}$),为了加强共面波导间的耦合, ϵ_{r2} 一般选择较大, $\epsilon_{r2} > \max\{\epsilon_{r1}, \epsilon_{r3}\}$.

在准静态分析中,上、下共面波导上的电压、电流满足下列微分方程,设上共面波导为传输线 1,下共面波导为传输线 2,图 2 是其等效电路。

在准静态分析中,上、下共面波导上的电压、电流满足下列微分方程,设上共面波导为传输线 1,下共面波导为传输线 2,图 2 是其等效电路。

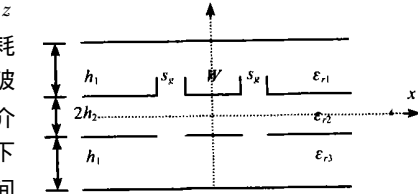


图 1 非对称支持的宽边耦合共面波导截面图

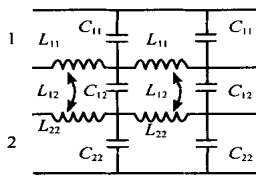


图 2 等效电路

$$-\frac{du_1}{dz} = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (1a)$$

$$-\frac{du_2}{dz} = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} \quad (1b)$$

$$-\frac{di_1}{dz} = C_{11} \frac{du_1}{dt} - C_{12} \frac{du_2}{dt} \quad (2a)$$

$$-\frac{di_2}{dz} = -C_{21} \frac{du_1}{dt} + C_{22} \frac{du_2}{dt} \quad (2b)$$

L_{11} , L_{22} , C_{11} , C_{22} 分别为上、下共面波导单位长度的自电感和自电容, L_{12} , L_{21} , C_{12} , C_{21} 分别为上、下共面波导间单位长度的互电感和互电容,在互易条件下有 $L_{12} = L_{21}$, $C_{12} = C_{21}$ 。

在正弦交变电磁场的稳态情况下,各电压、电流的时变都可表示为乘以时间因子 $e^{j\omega t}$,电压、电流对时间的微分可用 $j\omega$ 来代替。式(1a)、(1b)对 z 微分有:

$$-\frac{d^2 u_1}{dz^2} = j\omega \left\{ L_{11} \frac{di_1}{dz} + L_{12} \frac{di_2}{dz} \right\} \quad (3a)$$

$$-\frac{d^2 u_2}{dz^2} = j\omega \left\{ L_{12} \frac{di_1}{dz} + L_{22} \frac{di_2}{dz} \right\} \quad (3b)$$

将式(2a)、(2b)代入式(3a)、(3b)中有:

$$-\frac{d^2 u_1}{dz^2} = \omega^2 (D_{11} u_1 + E_1 u_2) \quad (4a)$$

$$-\frac{d^2 u_2}{dz^2} = \omega^2 (E_2 u_1 + D_{22} u_2) \quad (4b)$$

式中:

$$D_{11} = L_{11} C_{11} - L_{12} C_{12} \quad (5a)$$

$$D_{22} = L_{22} C_{22} - L_{12} C_{12} \quad (5b)$$

$$E_1 = L_{12} C_{22} - L_{11} C_{12} \quad (5c)$$

$$E_2 = L_{12} C_{11} - L_{22} C_{12} \quad (5d)$$

对于无损均匀耦合线, D_{11} , D_{22} , E_1 , E_2 均为常数,而电压为 $u_i(z) = u_{0i} e^{j\beta z}$, ($i = 1, 2$)。

从式(4),我们可以求得:

$$\frac{1}{v^2} = \left(\frac{\beta}{\omega} \right)^2 = \frac{(D_{11} + D_{22}) \pm \sqrt{(D_{22} - D_{11})^2 + 4E_1 E_2}}{2} \quad (6a)$$

将 $\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_{eff}}$, $\omega = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon_{eff}}$ 及 $v_0 = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 代入式(6a)有:

$$\epsilon_{eff} = \frac{v_0^2 (D_{11} + D_{22}) \pm \sqrt{(D_{22} - D_{11})^2 + 4E_1 E_2}}{2} \quad (6b)$$

这里, ϵ_{eff} 为等效相对介电常数, v_0 为真空中光的速度, $v_0 = 3 \times 10^8$ (m/s)。

由式(4)、(6)知:

$$\frac{1}{v^2} u_1 = D_{11} u_1 + E_1 u_2 \quad (7)$$

则可以求出两耦合线上的电压比:

$$R^v = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{1}{v^2} - D_{11}}{E_1} = \frac{(D_{22} - D_{11}) \pm \sqrt{(D_{22} - D_{11})^2 + 4E_1 E_2}}{2E_1} \quad (8)$$

式(6)、(8)是一般情况下非对称耦合传输线两种模式的传播速度、等效相对介电常数和电压比,此时两种模式与对称耦合线的偶模与奇模不同,称为 C 模式与 π 模式,其定义分别为: C 模式两线上传播的是同相波, R_C^v 应为正实数; π 模式两线上传播的是反相波, R_π^v 应为负实数。对于非对称支持的宽边耦合共面波导,式(6)、(8)中“ \pm ”的选取,应从 C 模式、 π 模式的定义出发进行讨论。

对于对称支持的宽边耦合共面波导(即两共面波导与地导体之间填充的介质相同),此时为对称耦合传输线,它支持两种基本传播模式:奇模和偶模。在奇模时,中间介质层的中心(x 轴)为电壁;在偶模时,中间介质层的中心(x 轴)为磁壁;运用保角变换可得^[4]:

$$C_o = C_{o1} + C_{o2} \quad (9)$$

$$C_a = 2\epsilon_0 \epsilon_r \frac{K(k_{oi})}{K(k'_a)}, i = 1, 2 \quad (10)$$

$$k_{oi} = \text{th} \left[\frac{\pi w}{4h_i} \right] \Bigg/ \text{th} \left[\frac{\pi(w + 2s_g)}{4h_i} \right] \quad (11)$$

$K(k)$ 和 $K(k')$ 为第一类椭圆积分及其余式, $k = (1 - k')^2$, $K(k)/K(k')$ 的表达式为:

$$\frac{K(k)}{K(k')} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \ln[2(1 + \sqrt{k})/(1 - \sqrt{k})], & 0 \leq k^2 \leq 1 \\ \pi / \ln[2(1 + \sqrt{k})/(1 - \sqrt{k})], & 0 \leq k^2 \leq 0.5 \end{cases} \quad (12)$$

式(9)、(10)中, C_o 为单位长度上的总电容, C_{o1} 、 C_{o2} 为上部、中部的奇模电容。

$$C_e = C_{e1} + C_{e2} \quad (13)$$

$$C_e = C_{o1} \quad (14)$$

$$C_{e2} = 2\epsilon_0 \epsilon_r \frac{K(k_{e2})}{K(k'_{e2})} \quad (15)$$

$$k_{e2} = \text{sh} \left[\frac{\pi w}{4h_2} \right] \Bigg/ \text{sh} \left[\frac{\pi(w + 2s_g)}{4h_2} \right] \quad (16)$$

式(13)、(14)中, C_e 为单位长度上的总电容, C_{e1} 、 C_{e2} 为上部、中部的偶模电容。

对于图 1 所示的非对称支持宽边耦合共面波导则为非对称耦合传输线, 式(5)中的各元素为:

$$C_{11} = C_{o1} + C_{e2} + C_{12} \quad (17a)$$

$$C_{12} = (C_{o2} - C_{e2})/2 \quad (17b)$$

$$C_{22} = C_{o1} + C_{e2} + C_{12} \quad (17c)$$

$$L_{11} = \frac{C_{22}^a}{v_0^2 \left(C_{11}^a C_{22}^a - (C_{12}^a)^2 \right)} = \frac{C_{22}^a}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (18a)$$

$$L_{22} = \frac{C_{11}^a}{v_0^2 \left(C_{11}^a C_{22}^a - (C_{12}^a)^2 \right)} = \frac{C_{11}^a}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (18b)$$

$$L_{12} = \frac{C_{12}^a}{v_0^2 \left(C_{11}^a C_{22}^a - (C_{12}^a)^2 \right)} = \frac{C_{12}^a}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (18c)$$

$$\det(C^a) = C_{11}^a C_{22}^a - (C_{12}^a)^2 \quad (18d)$$

式(17c)中的 C_{o1} 为考虑了介质 ϵ_r 的电容, 式中电容右上角带“a”标记的代表介质被空气代替之后的电容。

将式(18)代入式(5)有:

$$D_1 = \frac{C_{22}^a C_{11} - C_{12}^a C_{12}}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (19a)$$

$$D_2 = \frac{C_{11}^a C_{22} - C_{12}^a C_{12}}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (19b)$$

$$E_1 = \frac{C_{12}^a C_{22} - C_{22}^a C_{12}}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (19c)$$

$$E_2 = \frac{C_{12}^a C_{11} - C_{11}^a C_{12}}{v_0^2 \det(C^a)} \quad (19d)$$

根据 $E_i < 0$ 和 $E_i > 0$ ($i = 1, 2$) 的情况, 我们可以确定 C 模式、 π 模式的 ϵ_{eff} 和 R^v 。

当 $E_i > 0$ ($i = 1, 2$) 时, 有:

$$\epsilon_{eff(c, \pi)} = v_0^2 \frac{(D_1 + D_2) \pm \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}}{2} \quad (20a)$$

$$R_{(c, \pi)}^v = \frac{(D_2 - D_1) \pm \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}}{2E_1} \quad (20b)$$

当 $E_i < 0$ ($i = 1, 2$) 时, 有:

$$\epsilon_{eff(c, \pi)} = v_0^2 \frac{(D_1 + D_2) \mp \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}}{2} \quad (21a)$$

$$R_{(c, \pi)}^v = \frac{(D_2 - D_1) \mp \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}}{2E_1} \quad (21b)$$

作为一般情况, 下面就式(20)、(21)中的电压比作一分析:

当 $E_i > 0$ ($i = 1, 2$) 时

如果 $D_2 > D_1$, 则 $(D_2 - D_1) < \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}$, 式(20b)中,

$$\text{取“+”号} \quad R_{(c, \pi)}^v > 0 \quad \text{应为 } R_c^v$$

$$\text{取“-”号} \quad R_{(c, \pi)}^v < 0 \quad \text{应为 } R_{\pi}^v$$

如果 $D_2 < D_1$, 则 $|(D_2 - D_1)| < \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}$, 式(20b)中,

$$\text{取“+”号} \quad R_{(c, \pi)}^v > 0 \quad \text{应为 } R_c^v$$

$$\text{取“-”号} \quad R_{(c, \pi)}^v < 0 \quad \text{应为 } R_{\pi}^v$$

当 $E_i < 0$ ($i = 1, 2$) 时

如果 $D_2 > D_1$, 则 $(D_2 - D_1) < \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4|E_1||E_2|}$, 式(21b)中,

$$\text{取“-”号} \quad R_{(c, \pi)}^v > 0 \quad \text{应为 } R_c^v$$

$$\text{取“+”号} \quad R_{(c, \pi)}^v < 0 \quad \text{应为 } R_{\pi}^v$$

如果 $D_2 < D_1$, 则 $|(D_2 - D_1)| < \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4|E_1||E_2|}$, 式(21b)中,

$$\text{取“-”号} \quad R_{(c, \pi)}^v > 0 \quad \text{应为 } R_c^v$$

$$\text{取“+”号} \quad R_{(c, \pi)}^v < 0 \quad \text{应为 } R_{\pi}^v$$

在图 1 所示结构中, 因为 $\frac{C_{12}}{C_{12}^a} > \frac{C_{22}}{C_{22}^a}, \frac{C_{12}}{C_{12}^a} > \frac{C_{11}}{C_{11}^a}$, 所以, $E_i < 0$ ($i = 1, 2$), 同时, $D_2 > D_1$, 这样一来, 在确定其 C 模式、 π 模式的 ϵ_{eff} 和 R^v 时, 只能用式(21)。

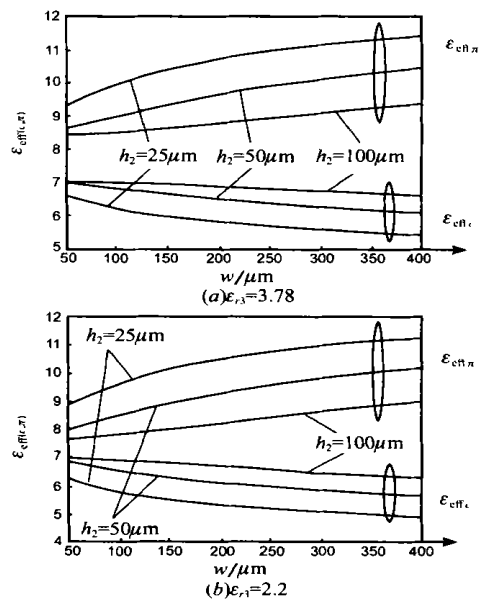


图 3 等效相对介电常数随结构参数变化的曲线

同时, 可以得出两线的电流比和两线的模式阻抗分别为

式(22)、(23):

$$R_{(c, \pi)}^i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{\frac{1}{v^2} D_1}{E_2} = \frac{(D_2 - D_1) \mp \sqrt{(D_2 - D_1)^2 + 4E_1 E_2}}{2E_2} = -\frac{1}{R_{(c, \pi)}^v} \quad (22)$$

$$Z_{1c} = \frac{v_{1c}}{i_{1c}} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_{eff(c)}}} (L_{11} + L_{12} R_c^i) = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_{eff(c)}}} (L_{11} - L_{12} / R_{\pi}^v) \quad (23a)$$

$$Z_{2c} = \frac{v_{2c}}{i_{2c}} = -R_{\pi}^v R_c^v Z_{1c} \quad (23b)$$

$$Z_{1\pi} = \frac{v_{1\pi}}{i_{1\pi}} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_{eff(\pi)}}} (L_{11} + L_{12} R_{\pi}^i) = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_{eff(\pi)}}} (L_{11} - L_{12} / R_c^v) \quad (23c)$$

$$Z_{2\pi} = \frac{v_{2\pi}}{i_{2\pi}} = -R_{\pi}^v R_c^v Z_{1\pi} \quad (23d)$$

3 数值计算结果

应用上述理论, 我们计算了图 1 所示结构电路的有效介电常数及两线上的模式阻抗, 在此, 为了和文献[4]对照, 我们

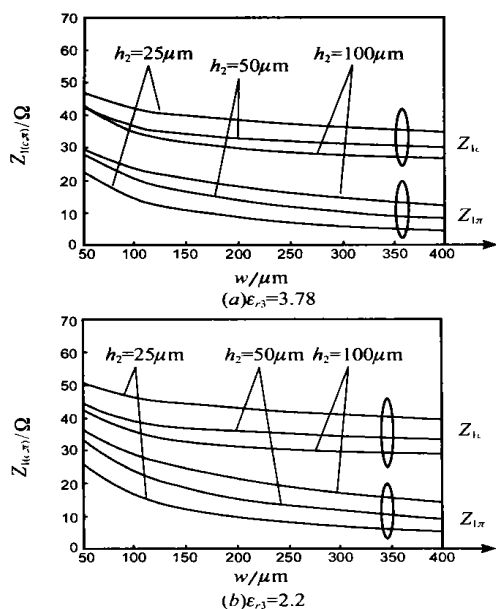


图 4 上层共面波导模式阻抗随结构参数变化的曲线
选择 $\epsilon_{r2} = 12.9$, $h_1 = 1000\mu\text{m}$, $s_g = 20\mu\text{m}$, $w = 50\sim 400\mu\text{m}$, $h_2 = 25, 50, 100\mu\text{m}$, 上层介质为空气 ($\epsilon_{r1} = 1$), 下层介质分别为石英 (Quartz: $\epsilon_{r3} = 3.78$) 或硬铝 (Duroid: $\epsilon_{r3} = 2.2$), 计算结果分别示于图 3、图 4、图 5, 同时, 将文献 [4] 中相关曲线复制于图 6。

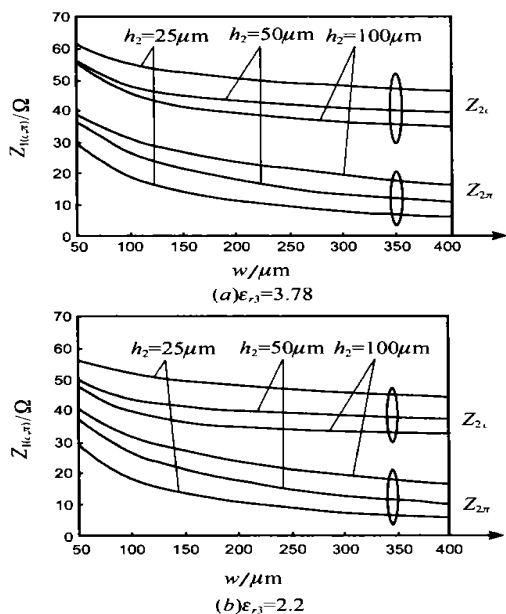


图 5 下层共面波导模式阻抗随结构参数变化的曲线

4 结论

非对称支持的宽边耦合共面波导在三维(多层)微波集成电路的应用中, 便于电路的结构处理, 可以构成有广泛用途的部件。所以, 对于非对称支持的宽边耦合共面波导的电性能的讨论实属必要。本文就其两种基本传播模式的基本参量作了准静态分析, 纠正了现有文献中的错误, 提供了正确的计算公

式和一些计算结果, 对于非对称支持的宽边耦合共面波导在实际电路中的应用具有一定的参考价值。

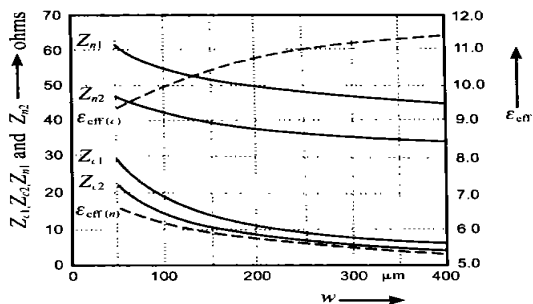


图 6 文献 [4] 中相关曲线

参考文献:

- [1] Takeshi Hatsuda. Computation of coplanar type strip line characteristic by relaxation method and its application to microwave circuits [J]. IEEE Trans., 1975, MTT-23(10): 795-802.
- [2] Can Nguyen. Broadside coupled coplanar waveguide and their end coupled band pass filter applications [J]. IEEE Trans., 1992, MTT-40(12): 2181-2189.
- [3] Fatou Tefiku, et al. Novel directional couplers using broadside coupled coplanar waveguide for double side printed antennas [J]. IEEE Trans., 1996, MTT-44(2): 275-282.
- [4] Said S. Bedair, et al. Fast and accurate analytic formulas for calculating the parameters of a general broadside coupled coplanar waveguide for (M) MIC applications [J]. IEEE Trans., 1989, MTT-37(5): 843-850.
- [5] Vijai K. Tripathi. Asymmetric coupled transmission lines in an inhomogeneous medium [J]. IEEE Trans., 1975, MTT-32(9): 734-739.
- [6] Vijai K. Tripathi. Equivalent circuits and characteristics of inhomogeneous nonsymmetrical coupled-line two port circuits [J]. IEEE Trans., 1977, MTT-25(2): 140-142.
- [7] Said S. Bedair. Characteristics of some asymmetrical coupled transmission lines [J]. IEEE Trans. 1984, MTT-32(1): 108-110.
- [8] 杨乃恒. 非均匀介质中的非对称耦合传输线的阻抗计算 [J]. 微波学报, 1992, 31(4): 16-24.

作者简介:

王安国 男, 1958 年出生于山西, 1982 年于南京工学院(现东南大学)无线电工程系获学士学位, 1990 年于天津大学电子工程系获硕士学位, 天津大学电子信息工程学院副教授, 在职博士生, 在学术刊物与会议上已发表论文 18 篇, 近年的研究兴趣为单片微波集成电路的理论与设计, 三维微波集成电路的理论与设计。

吴咏诗 男, 1927 年出生于安徽, 1950 年于南开大学电机系毕业, 天津大学电子信息工程学院教授, 中国电子学会会士, 常务理事, 在学术刊物与会议上已发表论文 100 余篇, 近年研究兴趣为: 人工智能在微波电路设计中的应用, 单片微波集成电路的理论与设计, 三维微波集成电路的理论与设计等。

丁润涛 男, 1938 年出生上海, 现为天津大学电子信息工程学院教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, 主要从事信号与信息处理, 图像处理, 视频技术等方面的研究, 曾发表论文七十余篇。