

# 辐射源信号波形已知的 超视距目标直接定位方法

余婉婷, 于宏毅, 杜剑平, 王 鼎  
(解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450002)

**摘 要:** 现有直接定位(Direct Position Determination, DPD)算法主要研究对象是视距目标. 针对传统无线电定位技术对超视距目标定位精度低的问题, 提出一种辐射源信号波形已知的超视距直接定位(Over-the-Horizon Direct Position Determination, ODPD)方法. 该方法基于电离层电子密度参数, 依据最大似然(Maximum Likelihood, ML)准则, 从信号数据域直接推导出仅关于目标位置的代价函数. 其次, 本文推导了关于电离层虚高测量误差的定位误差协方差矩阵. 实验表明 ODPD 方法在低信噪比下相比现有算法, 能显著提高超视距目标的定位精度, 定位性能更接近克拉美罗界(Cramér-Rao Low Bound, CRLB). 误差分析显示, 电离层虚高误差标准差在 20km 时, 引起的定位误差能控制在 10km 的范围内.

**关键词:** 无源定位; 超视距; 直接定位; 最大似然准则; 电离层虚高; 克拉美罗界

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2019)11-2368-10

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2019.11.019

## A Direct Position Determination Method for Over-the-Horizon Target on Known Radiation Source Waveforms

YU Wan-ting, YU Hong-yi, DU Jian-ping, WANG Ding  
(PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

**Abstract:** Direct Position Determination (DPD) algorithms usually focus on line-of-sight target. Aiming at the problems that traditional radio positioning technology is suboptimal, especially in the over-the-horizon target localization, this paper proposes an Over-the-horizon Direct Positioning Determination (ODPD) method with known radiation source waveforms. Based on the ionospheric electron density parameter, the cost function just about the target position is directly derived from the signal data domain through the Maximum Likelihood (ML) criterion. Furthermore, this paper deduces the positioning error covariance matrix considering the measurement error of the ionospheric virtual height. Experiments show that compared with the existing algorithms, the ODPD method can significantly improve the positioning accuracy of the over-the-horizon target at low SNR. The ODPD positioning performance is closer to the Cramér-Rao low bound (CRLB). When the standard deviation of the ionospheric virtual high error is 20km, the positioning error caused can be controlled within the range of 10km.

**Key words:** passive location; over-the-horizon; direct position determination; maximum likelihood criterion; ionosphere virtual height; Cramér-Rao low bound (CRLB)

### 1 引言

对超视距目标的精准定位, 在海上船只导航、空间目标预警等许多方面都具有重要意义. 短波通信具备超视距, 机动灵活和抗毁性强等优点, 这使得利用短波

进行超视距定位的方法受到关注<sup>[1]</sup>. 传统的定位系统中基于到达时间(Time of Arrival, TOA)、到达时间差<sup>[2~5]</sup>(Time Difference of Arrival, TDOA)、接收信号强度(Received Signal Strength, RSS)、到达方位角(Angle of Arrival, AOA)、到达频率差<sup>[6]</sup>(Frequent Difference of Ar-

rival, FDOA) 和多参数联合估计<sup>[7,8]</sup> 等定位方法均采用两步定位模式,即将整个定位流程分为各站参数估计和中心站定位解算两个阶段. 两步定位模式存在不可避免的信息损失,无法获得位置估计的最优性能. 超视距场景中,由于短波传播需借助电离层反射,定位主要采取两步定位模式中的多站测向交汇法. 超视距目标距离远,接收信噪比较低,使得测向交汇法容易产生较大的测向误差,超视距定位精度受限.

为了克服两步定位模式中存在的缺点,结合信号传输带宽增大和计算机数据处理能力大幅提高的现状,Anthony J Weiss 等学者提出了一种新型单步定位体制,目标位置直接确定 (Direct Position Determination, DPD) 体制,主要方法包括窄带射频辐射源的单(多)目标直接定位方法<sup>[9]</sup>,基于宽带辐射源信号的时延和多普勒频率的直接定位方法<sup>[10]</sup>,基于多普勒频移的窄带无线电发射源直接定位方法<sup>[11,12]</sup>,模型误差存在时的直接定位方法<sup>[13]</sup> 和基于信号波形的直接定位方法<sup>[14]</sup> 等. 也有一些改进算法如基于位置信息场的直接定位方法<sup>[15]</sup>,针对 OFDM 信号<sup>[16]</sup>,循环平稳信号<sup>[17]</sup> 以及恒模信号<sup>[18]</sup> 等特定信号的直接定位方法,联合时延和多普勒频率的直接定位改进算法<sup>[19]</sup> 等. 大量实验表明,相比于两步定位,DPD 定位方法具有更高的定位精度、鲁棒性强,在低信噪比条件下性能优势明显. 现有直接定位算法主要针对视距目标提出,这种定位算法同样适用于超视距目标的定位场景. 此外,直接定位算法还能将信号特征,电离层结构等参数融入到目标位置估计中,有利于进一步提高超视距目标定位精度.

结合上述背景,在辐射源波形先验已知或者能够通过解调等方式获得的条件下,本文提出了一种针对超视距目标的直接定位 (ODPD) 方法. 方法基于电离层测量参数,首先建立了接收信号关于目标位置、信道衰减和电离层虚高等参数的多观测站阵列接收模型,然后结合先验已知的辐射源信号波形,依据最大似然准则从信号数据域直接融合信息,求解得到目标位置估计结果. 在此基础上,本文推导了电离层虚高测量存在偏差时的定位误差协方差矩阵. 最后本文通过仿真验证了 ODPD 方法性能,并分析了电离层虚高测量误差对定位精度的影响.

## 2 超视距辐射源直接定位

### 2.1 利用电离层反射的多站超视距直接定位方法

超视距目标直接定位的方法示意图如图 1 所示,多个接收站的天线阵列接收信号并将信号数据传输到中心站,中心站结合各站接收信号和电离层的先验观测信息,对目标位置进行直接估计.

超视距目标无源定位具有非视距,目标距离远的

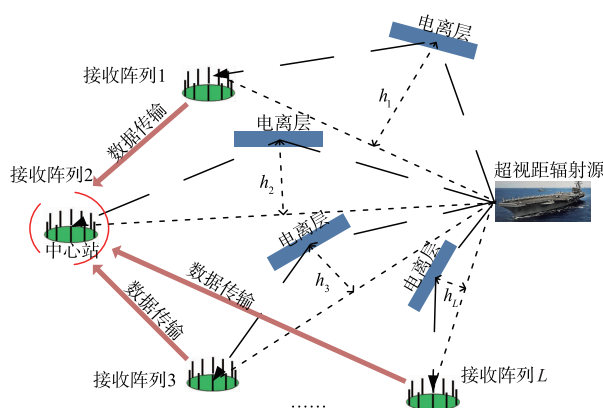


图1 多站超视距目标定位方法示意图

特点,主要通过天波传播,即利用短波通信靠电离层反射实现. 在短波波段,电离层介质特性在一个波长内的波动很小,所以可以通过射线追踪原理研究短波传播. 短波进入电离层被反射,最终到达接收点的过程,实际上是一个逐渐被折射最后全反射的过程,折射率与电离层电子密度有关. 相关统计分析得到,进入电离层和离开电离层的两条路径可以用平面反射的简化模型描述<sup>[20]</sup>. 在这个条件下,短波在电离层内部的折射过程可以近似为存在一个等效的电离层反射面  $P'$  (图 2),反射面高度设为电离层虚高  $h'$ . 当电离层模型给定时,一种频率的电磁波实际反射高度只与其频率和入射角有关<sup>[21]</sup>. 因此,本文定位模型仅考虑电离层虚高对信号传播路径的影响,假设信号经电离层反射的几何结构对称.

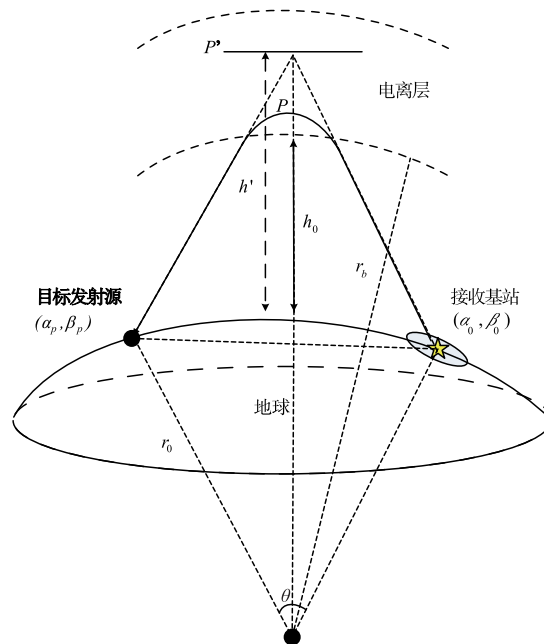


图2 电离层反射模型几何结构

同时,天波传播受天气影响,存在许多复杂因素. 例

如电离层的散射,短波信号可能形成一个不同反射角度的波束,这个波束存在一定分布,但是仍能够用一个主要路径代替.或者信号通过不同路径到达接收端,考虑短波信号频率范围窄,不同路径产生的时间差对定位结果的影响相对较弱.因此为了排除多径效应和短波通过地面重复反射到达接收端的情况,在研究电磁波传播规律时,忽略复杂地磁环境的影响,假设各接收站接收信号为单跳单径信号.

综合以上分析,辐射源信号传播过程需要合理的数学模型精确描述电离层结构.国际参考电离层(International Reference Ionosphere, IRI)模式是一种以分段的形式描述的统计预报模式,被认为能够高精度的估计电离层参数,并且针对亚太地区也有相应的修正模型. IRI 模式将电离层电子密度剖面划分为六个区域,顶部、F<sub>2</sub>层、F<sub>1</sub>层、中间区域、E 层峰和谷、E 层底部和 D 层,其区域边界由电子密度剖面特征参数确定<sup>[22]</sup>. 参数判决条件在文献[22]中有详尽描述,最新版本为 IRI-2012,目前官网上也提供了最新的电离层参数查询界面.

电离层折射率与对应高度上的电子浓度有关,根据由 IRI-2012 模型得到的电子密度  $N_e$ ,电离层大气折射率  $n$  表示为<sup>[21]</sup>:

$$n = \sqrt{1 - \frac{80.8 N_e}{f^2}} \quad (1)$$

根据对应条件下 IRI 模型给出的电离层离子密度参数,结合电离层薄层分析法,将电离层底部到电波反射点高度均匀分成  $m$  个薄层,每层折射率为  $n_i$ ,设  $h_0$  为电离层下表面高度,  $\Delta h$  为均匀薄层每层高度,  $\varphi_i$  为第  $i$  层的电磁波入射角,得到反射点的电离层虚高为:

$$h' = h_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\Delta h \cdot \sec(\varphi_i)}{n_i} \cdot \cos(\varphi_0) \quad (2)$$

图 2 中  $r_0$  为地球半径,  $r_b$  为电离层底半径,电磁波信号在电离层高度为  $h'$  处反射回地面,到达接收基站,接收基站再将截获的信号传送到中心节点进行处理,基站与目标对应的球心角为  $\theta$ ,目标与接收基站直线距离为  $d$ ,则从发射源到接收基站的传播路程  $D$ :

$$D = 2 \sqrt{\left[ h' + r_0 \left( 1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) \right]^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2} \quad (3)$$

根据电离层虚高的观测信息,推导辐射源信号到达各个观测站的传播时延,可建立接收基站阵列信号接收的时域模型.

## 2.2 基于最大似然准则的直接定位模型

考虑单目标辐射源的情况,设目标坐标为  $\mathbf{p} = [x, y]^T$ ,接收基站数目为  $L$ ,每个基站的接收天线装备阵元个数为  $M$  的均匀直线阵,假设信号波形已知,信号持续时间  $T$ ,则基站  $l$  截获的信号为:

$$r_l(t) = b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) \mathbf{s}(t - \tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h}) - t_l^{(0)}) + \mathbf{n}_l(t) \quad (1 \leq l \leq L; 0 \leq t \leq T) \quad (4)$$

其中:

(1)  $b_l$  为体现目标到各个基站间信道衰减的未知复标量;

(2)  $\mathbf{a}_l(\mathbf{p})$  为基站  $l$  对于目标辐射源信号的阵列响应(或称阵列的方向响应,表示阵列方向系数或者波束形成图),由于定位距离远大于阵列孔径(对于直线阵,阵列孔径 =  $(M - 1) \cdot$  阵元间距),假设这里的阵列响应仅与信号到达方位角有关;

(3)  $\mathbf{s}(t - \tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h}) - t_l^{(0)})$  表示信号复包络,假设基站间时钟频率同步,则信号发射时间  $t_l^{(0)}$  为已知参数;

(4)  $\tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h})$  表示信号的传输延迟,  $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_L]^T$ ,对于每个接收基站  $l$ ,对应一个电离层虚高的测量值  $h_l$ ,根据式(3)对从目标到接收基站的传播路程  $D$  的定义,目标辐射源信号到各接收站的时延参数为:

$$\tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h}) = \frac{D_l}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{\left[ h_l + r_0 \left( 1 - \cos \frac{\theta_l}{2} \right) \right]^2 + \left( \frac{d_l}{2} \right)^2} \quad (5)$$

(5)  $\mathbf{n}_l(t)$  表示第  $l$  个接收站的阵元噪声向量,接收端噪声功率的常态化检测技术上能够实现,在建立接收端信号模型时,这类接收机热噪声也通常设定为空间白噪声.因此模型假设零均值高斯白噪声,噪声功率为  $\sigma^2$ .

在已知辐射源信号波形的条件下,依据最大似然准则,可以通过对目标区域内代价函数的极值搜索,得到目标辐射源位置估计坐标.为了分离信号中的时延项,处理时考虑将接收信号转换到频域.将接收信号分成  $K$  段做 FFT 变换到频域,每段取等间隔的频点数  $J$ ,得到频域信号形式为:

$$\begin{aligned} r_l(j, k) &= b_l \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) e^{-i\omega_j \tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h})} \mathbf{s}(j, k) e^{-i\omega_j t_l^{(0)}} + \mathbf{n}_l(j, k) \\ &= b_l \mathbf{A}_l(j) \bar{\mathbf{s}}(j, k) + \mathbf{n}_l(j, k) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $j = 1, \dots, J$  为傅里叶系数的指数;  $k = 1, \dots, K$  为按时间的分段数,且有:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_l(j) &= \mathbf{a}_l(\mathbf{p}) e^{-i\omega_j \tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h})} = \mathbf{\Gamma}(j, \mathbf{p}, \mathbf{h}) \mathbf{Z} \\ \mathbf{\Gamma}(j) &= \text{diag} \{ \mathbf{a}_1^T(\mathbf{p}) e^{-i\omega_j \tau_1(\mathbf{p}, \mathbf{h})}, \dots, \mathbf{a}_L^T(\mathbf{p}) e^{-i\omega_j \tau_L(\mathbf{p}, \mathbf{h})} \} \\ \bar{\mathbf{s}}(j, k) &= \mathbf{s}(j, k) e^{-i\omega_j t_l^{(0)}} \\ \mathbf{b} &= [b_1, \dots, b_L]^T \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{I}_{L \times L} \otimes \mathbf{I}_{M \times 1} \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积;  $\mathbf{I}_{L \times L}$  表示大小  $L \times L$  的单位矩阵,  $\mathbf{I}_{M \times 1}$  表示元素全为 1 的  $M$  列向量.此时与目标位置有关的信息全部包含在了  $\mathbf{A}_l(j)$  中.为了保证分段信号变换到频域数据的完整性,分段数  $K$  应满足信号分

段后持续时间充分大于信号可能的传输时延  $\tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h})$ , 即  $T/K \gg \max[\tau_l(\mathbf{p}, \mathbf{h})]$ .

由于变换到频域后, 式(6)中的  $\bar{\mathbf{s}}(j, k)$  不含目标位置信息, 对于每个接收站相同, 定义如下参数向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(j, k) &= [\mathbf{r}_1^T(j, k), \dots, \mathbf{r}_L^T(j, k)]^T \\ \mathbf{A}(j) &= [\mathbf{A}_1^T(j), \dots, \mathbf{A}_L^T(j)]^T \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{n}(j, k) = [\mathbf{n}_1^T(j, k), \dots, \mathbf{n}_L^T(j, k)]^T$$

各个接收阵列的观测向量可以联合表示为如下矩阵形式:

$$\mathbf{r}(j, k) = \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k) + \mathbf{n}(j, k) \quad (9)$$

接收信号频域样本  $\{\mathbf{r}(j, k)\}_{1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K}$  的似然函数如下:

$$\begin{aligned} f_1\{\mathbf{r} | \sigma^2, \mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{h}\} &= \frac{1}{(\pi \sigma^2)^{MJK}} \\ &\cdot e^{-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)\|_2^2} \end{aligned} \quad (10)$$

接收信号频域样本  $\{\mathbf{r}(j, k)\}_{1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K}$  的对数似然函数形式  $Q(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ :

$$\begin{aligned} f_2\{\mathbf{r} | \sigma^2, \mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{h}\} &= -MJK \cdot \ln(\pi \sigma^2) \\ &- \frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)\|_2^2 \end{aligned} \quad (11)$$

假设噪声功率  $\sigma^2$  已知, 电离层虚高为已知测量值, 可以得到使似然函数最大的非线性最小二乘优化模型:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} f_2\{\mathbf{r} | \sigma^2, \mathbf{b}, \mathbf{p}, \mathbf{h}\} \\ = \min_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} Q(\mathbf{p}, \mathbf{b}) \\ = \min_{\mathbf{b}, \mathbf{p}} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)\|_2^2 \end{aligned} \quad (12)$$

其中, 代价函数为  $Q(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ :

$$Q(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \|\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)\|_2^2 \quad (13)$$

### 2.3 求解算法

对于 2.2 节中得到的非线性最小二乘优化模型, 需要考虑两类未知参量, 目标位置坐标  $\mathbf{p}$  和信道衰减系数  $\mathbf{b}$  的联合优化. 假设目标到各个基站间信道衰减系数  $\mathbf{b}$  与其目标位置坐标  $\mathbf{p}$  独立, 将两者解耦合处理, 由式(13)可以看出, 代价函数  $Q(\mathbf{p}, \mathbf{b})$  是关于信道衰减系数  $\mathbf{b}$  的二次函数, 最优闭式解可通过其他参数直接得到, 再将最优闭式解代入  $Q(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ , 能够得到仅关于目标位置坐标  $\mathbf{p}$  的目标函数.

模型中的噪声主要来自于接收端噪声, 因此假设源信号与噪声不相关, 且噪声为功率已知为空间白噪声, 定义矩阵:

$$\mathbf{R}_r(j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{r}(j, k) \mathbf{r}^H(j, k)$$

$$\mathbf{R}_{ss}(j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{s}}(j, k) \bar{\mathbf{s}}^H(j, k)$$

$$\mathbf{R}_{sr}(j) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{s}}(j, k) \mathbf{r}^H(j, k) \quad (14)$$

令  $\mathbf{W} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_L^2\} \otimes \mathbf{I}_{M \times M}$ , 则代价函数  $Q(\mathbf{p}, \mathbf{b})$  可以化为:

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{p}, \mathbf{b}) &= \sum_{j=1}^J \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)]^H \\ &\cdot \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{r}(j, k) - \mathbf{A}(j) \bar{\mathbf{b}} \bar{\mathbf{s}}(j, k)] \\ &= \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^J [\mathbf{R}_r(j) \mathbf{W}^{-1} \right. \\ &- \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\mathbf{r}(j, k) \bar{\mathbf{s}}^H(j, k)] \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A}^H(j) \mathbf{b} \\ &- \mathbf{A}^H(j) \mathbf{b} \mathbf{W}^{-1} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [\bar{\mathbf{s}}(j, k) \mathbf{r}^H(j, k)] \\ &\left. + \mathbf{A}(j) \mathbf{b} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A}^H(j) \mathbf{b} \mathbf{R}_{ss}(j)] \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

求代价函数最小时, 常数项  $\mathbf{R}_r(j)$  可以忽略, 令  $\mathbf{U}(j) = \mathbf{R}_{sr}^H(j) \mathbf{R}_{ss}^{-1}(j)$  [13], 在式(15)中添加常数项  $\mathbf{U}^H(j) \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}(j)$ , 结合矩阵的迹的运算性质, 代价函数化为:

$$\begin{aligned} \min Q(\mathbf{p}, \mathbf{b}) &= \min \text{tr} \left\{ \sum_{j=1}^J [-\mathbf{U}(j) \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A}^H(j) \mathbf{b} \right. \\ &- \mathbf{A}(j) \mathbf{b} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^H(j) \\ &\left. + \mathbf{A}(j) \mathbf{b} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A}^H(j) \mathbf{b}] \mathbf{R}_{ss}(j) \right\} \\ &= \min \left\{ \sum_{j=1}^J [\mathbf{I}(j) \mathbf{Z} \mathbf{b} - \mathbf{U}(j)]^H \right. \\ &\left. \cdot \bar{\mathbf{W}}^{-1} [\mathbf{I}(j) \mathbf{Z} \mathbf{b} - \mathbf{U}(j)] \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

令目标函数:

$$Q_1(\mathbf{p}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^J [\mathbf{I}(j) \mathbf{Z} \mathbf{b} - \mathbf{U}(j)]^H \bar{\mathbf{W}}^{-1} [\mathbf{I}(j) \mathbf{Z} \mathbf{b} - \mathbf{U}(j)] \quad (17)$$

使  $Q_1(\mathbf{p}, \mathbf{b})$  最小的估计值  $\hat{\mathbf{b}}$  为:

$$\hat{\mathbf{b}} = \underset{\mathbf{b}}{\text{argmin}} \{Q_1(\mathbf{p}, \mathbf{b})\} = \sum_{j=1}^J [\bar{\mathbf{A}}^+(j) \bar{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}(j)] \quad (18)$$

其中,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}(j) &= \bar{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{I}(j) \mathbf{Z} \\ \bar{\mathbf{A}}^+(j) &= [\bar{\mathbf{A}}^H(j) \bar{\mathbf{A}}(j)]^{-1} \bar{\mathbf{A}}^H(j) \end{aligned} \quad (19)$$

令  $\mathbf{P}_A(j) = \bar{\mathbf{A}}(j) \bar{\mathbf{A}}^+(j)$ , 将  $\hat{\mathbf{b}}$  的最优闭式解(18)代入  $Q_1(\mathbf{p}, \mathbf{b})$ , 得到仅关于目标位置坐标  $\mathbf{p}$  的目标函数:

$$\hat{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p}}{\text{argmax}} \left\{ \sum_{j=1}^J [\mathbf{U}(j)^H \bar{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{P}_A(j) \bar{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}(j)] \right\} \quad (20)$$

基本测向法可以获得合适的搜索初值, 容易得到式(20)在定位范围内是凸函数, 此时算法不容易落入局部极值, 能够收敛到最优结果. 因此本文采用 Newton 优化求解, 具有较快的收敛速度且无需高维搜索. 结合

文献[13]中的推导办法,在只考虑加性噪声,不考虑定位模型误差的条件下,进一步得到 ODPD 方法无偏估计均方根误差的克拉美罗界为:

$$\begin{aligned} C_{\text{CRLB}}(\mathbf{p}) &= E[\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{p}^T]_{\hat{\mathbf{p}}} \\ &= \frac{1}{2K} \text{Re} \{ [\overline{\mathbf{P}_A} \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b})]^H [\overline{\mathbf{P}_A} \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b})] \}^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

其中,

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{P}_A} &= \mathbf{I} - \mathbf{P}_A \\ \tilde{\mathbf{D}} &= [\mathbf{D}_x \quad \mathbf{D}_y] \\ &= \left[ \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \Gamma(\mathbf{p})}{\partial x} \mathbf{Z} \quad \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial \Gamma(\mathbf{p})}{\partial y} \mathbf{Z} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

#### 2.4 算法步骤总结

综上所述,本文辐射源信号波形已知的超视距目标定位方法主要包括信号传播模型建立、直接定位模型建立和目标函数求解三个部分,下面具体总结了方法步骤。

**步骤1** 建立辐射源信号超视距传播模型. 根据2.1节中电离层虚高反射模型的几何结构,由式(5)给出辐射源信号得到到达各个观测站的传播时延。

**步骤2** 建立优化模型,给出代价函数. 建立超视距直接定位的非线性最小二乘优化模型,得到使似然函数最大代价函数式(13)。

**步骤3** 推导关于位置坐标的目标函数. 利用矩阵性质对代价函数式(16)进行变形,并将 $\mathbf{b}$ 的估计式(18)带入式(17),推导出仅关于目标位置坐标的目标函数式(20)。

**步骤4** Newton 迭代优化. 从位置初值 $\mathbf{p}_0$ 出发,求步骤3中给出的目标函数(20)在相应位置的梯度,根据目标函数(20)的 Newton 步径和减量更新目标,设定停止准则,迭代搜索得到最优位置坐标 $\mathbf{p}$ 。

### 3 电离层虚高存在小范围偏差的定位误差分析

上述定位模型中假设电离层虚高为高精度测量值,由于电离层结构的复杂性和电离层内粒子运动的随机性,实际情况中电离层虚高的测量值和真实值之间会存在一些偏差,这个偏差影响了信号传输时延 $\tau$ ,进而影响直接定位法的位置估计结果. 本文 ODPD 定位方法中,电离层虚高是模型误差的主要来源,假设电离层虚高误差与信号噪声相互独立,定义位置估计误差和第 $l$ 个基站对应的虚高测量误差分别为:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{p} &= \hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p} \\ \Delta h_l &= \hat{h}_l - h_l \end{aligned} \quad (23)$$

由式(20)给出的定位目标函数,令:

$$C(\mathbf{p}, \mathbf{h}) = \sum_{j=1}^J [\mathbf{U}(j)^H \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{P}_A(j) \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}(j)] \quad (24)$$

则有:

$$\hat{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p}}{\text{argmax}} \{ C(\mathbf{p}, \mathbf{h}) \} \quad (25)$$

定义一阶和二阶偏导数形式为:

$$\begin{aligned} C_p(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= \frac{\partial C}{\partial \mathbf{p}} \\ C_{pp}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= \frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{p}^2} \\ C_{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= \frac{\partial^2 C}{\partial \mathbf{p} \partial \mathbf{h}} \end{aligned} \quad (26)$$

一阶导数 $C_p(\mathbf{p}, \mathbf{h})$ 的泰勒展开为:

$$\begin{aligned} C_p(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= C_p(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{h}}) + C_{pp}(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{h}}) \Delta \mathbf{p} \\ &\quad + C_{ph}(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{h}}) \Delta \mathbf{h} + o(\Delta \mathbf{p}, \Delta \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (27)$$

在位置估计结果 $\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{h}}$ 处,一阶倒数值等于零,因此上式中有:

$$C_p(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{h}}) = C_p(\mathbf{p}, \mathbf{h}) = 0 \quad (28)$$

当虚高测量误差 $\Delta \mathbf{h}$ 在一个较小的阈值内时,本文 ODPD 方法在位置估计结果处的 $\Delta \mathbf{p}$ 较小,满足高阶无穷小量 $o(\Delta \mathbf{p}, \Delta \mathbf{h})$ 近似为零,进而得到:

$$\Delta \mathbf{p} \approx -C_{pp}(\mathbf{p}, \mathbf{h})^{-1} C_{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) \Delta \mathbf{h} \quad (29)$$

此时,位置估计协方差矩阵与虚高测量误差协方差矩阵的关系式为:

$$\begin{aligned} E[\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{p}^T]_{\Delta \mathbf{h}} &= C_{pp}^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) C_{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) \\ &\quad \cdot E[\Delta \mathbf{h} \Delta \mathbf{h}^T] C_{ph}^T(\mathbf{p}, \mathbf{h}) [C_{pp}^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{h})]^T \end{aligned} \quad (30)$$

其中,

$$\begin{aligned} C_p(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= 2\text{Re} \{ \mathbf{u}^H \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \overline{\mathbf{P}_A} \mathbf{D} \mathbf{A}^+ + \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{u} \} \\ C_{pp}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= -2\text{Re} \{ [\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b}^H] \mathbf{D}^H \overline{\mathbf{P}_A} \mathbf{D} [\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b}] \} \\ C_{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) &= 2\text{Re} \{ \mathbf{u}^H \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial (\overline{\mathbf{P}_A} \mathbf{D} \mathbf{A}^+)}{\partial \mathbf{h}} \overline{\mathbf{W}}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{u} \} \end{aligned} \quad (31)$$

把式(31)代入(30),得到关于电离层虚高误差的定位误差协方差矩阵,该矩阵描述了电离层虚高测量误差值较小时,由于电离层虚高不准确引起的定位偏差. 根据文献[13]对定位算法模型误差的分析,直接定位方法误差协方差矩阵由加性噪声误差和模型误差两部分定位误差的协方差矩阵叠加而成,因此在电离层虚高测量误差与信号噪声误差相互独立的假设条件下,本文 ODPD 方法定位误差协方差矩阵可以表示为:

$$\begin{aligned} E[\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{p}^T] &= E[\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{p}^T]_{\hat{\mathbf{p}}} + E[\Delta \mathbf{p} \Delta \mathbf{p}^T]_{\Delta \mathbf{h}} \\ &= \frac{1}{2K} \text{Re} \{ [\overline{\mathbf{P}_A} \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b})]^H \\ &\quad \cdot [\overline{\mathbf{P}_A} \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{b})] \}^{-1} \end{aligned}$$

$$+ C_{pp}^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) C_{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{h}) E[\Delta \mathbf{h} \Delta \mathbf{h}^T] \cdot C_{ph}^T(\mathbf{p}, \mathbf{h}) [C_{pp}^{-1}(\mathbf{p}, \mathbf{h})]^T \quad (32)$$

#### 4 仿真实验与分析

为了验证本文方法的正确性和有效性,通过仿真实验研究了超视距直接定位的相关性能,实验采用超视距目标位置估计的均方根误差来衡量定位精度。由于超视距问题与电离层有关,传统定位系统中通常采用多站测向交汇方法定位,因此选取基于 MUSIC 算法的多站测向交汇的两步定位方法进行性能对比。仿真软件:MATLAB 2010;仿真实验环境:IntelCore i5 CPU, 16GB RAM, GTX1070 GPU, Windows64 位旗舰版。

##### 4.1 ODPD 方法定位性能分析

考虑四个接收基站,位置坐标分别为  $(3000, -3000, 0)$ ,  $(3000, 3000, 0)$ ,  $(-3000, 3000, 0)$ ,  $(-3000, -3000, 0)$ , 单位 km, 不考虑地球球面对位置坐标的影响。每个基站均装备阵元数  $M=9$  朝向目标位置的直线阵天线,如图 3 所示。目标发射源位置坐标  $(0, 0)$ , 发射信号为已知波形的 8PSK 信号,采样频率 1MHz,电离层反射点虚高为精确测量值 200km,各路信道衰减设为 1。通过仿真实验研究本文 ODPD 定位方法的性能,每个测试信噪比下进行  $N_{\text{exp}} = 100$  次蒙特卡洛实验,利用蒙特卡洛实验得到的目标整体定位均方根误差(RMSE)来衡量算法性能,其度量方式如下:

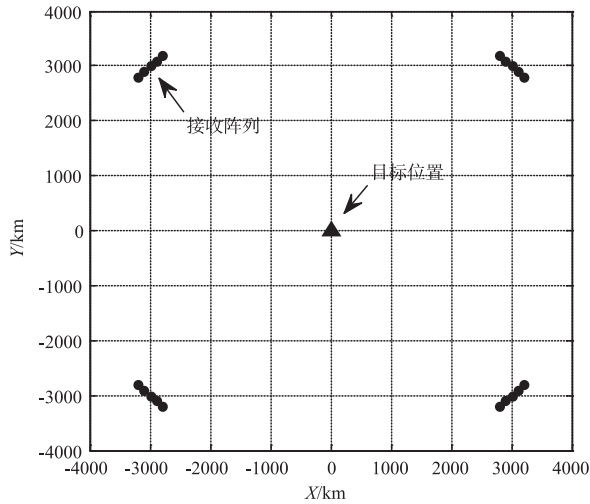


图3 定位场景示意图

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{exp}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{exp}}} \|\hat{\mathbf{p}}(i) - \mathbf{p}\|_2^2} \quad (33)$$

以信噪比 10dB 的仿真条件为例,得到目标估计位置为  $(7\text{km}, 6\text{km}, 0\text{km})$ , 此时定位误差约为 9.220km, 此时四个接收站信号对应的信道衰减估计值分别为  $0.9997 + 0.0108i$ ,  $1.0058 + 0.0215i$ ,  $0.9961 + 0.0198i$ ,  $0.9976 + 0.0113i$ 。

图 4 给出了信噪比变化时 ODPD 方法与传统测向交汇方法、相关文献[23]中 MUSIC-DPD 以及 ML-DPD 方法,定位误差均方根误差 RMSE 的性能对比曲线。图 5、图 6 分别为接收阵列阵元数和信号分段密集程度变化对 ODPD 方法定位性能的影响。图 7 对比了信噪比为 10dB 时四个接收基站四周布站和三个接收基站线性布站条件下定位精度与目标位置的关系,给出了布站方式改变时目标区域内的定位误差 GDOP 分布。

从图 4 ~ 图 7 中可以看出如下几点。

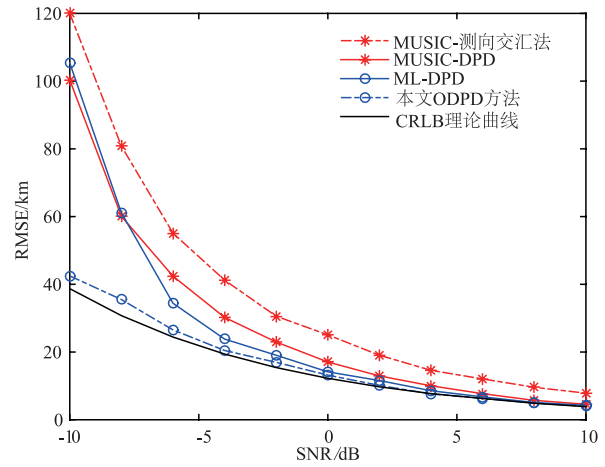


图4 ODPD方法与传统测向交汇方法的定位误差随信噪比变化曲线

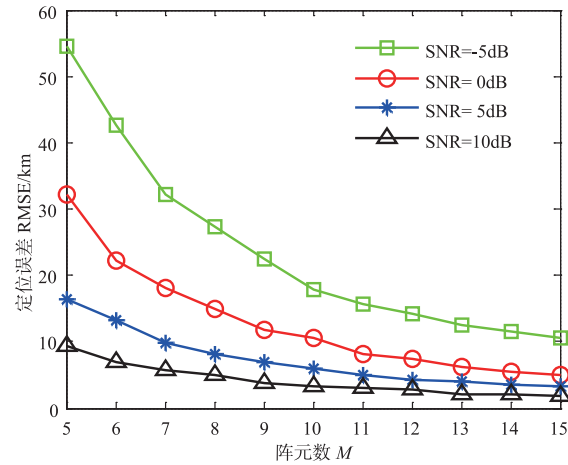


图5 接收阵列阵元数变化对ODPD方法定位性能的影响

(1) 图 4 中几种定位方法在高信噪比条件下,都能够逐渐逼近 CRLB, 由于本文 ODPD 方法更加充分地利用了接收信息, 低信噪比条件下仍能接近理论最优定位精度, 定位性能比测向交汇法, 和 MUSIC-DPD 以及 ML-DPD 方法都得到有效提升。

(2) 图 5 和图 6 则分别从阵元数和信号分段密集程度两个角度进一步研究了 ODPD 方法的定位性能, 仿真曲线表明, 方法定位精度随着阵元数和信号分段密集程度的增大而提高。阵元数和信号段数都影响着定位



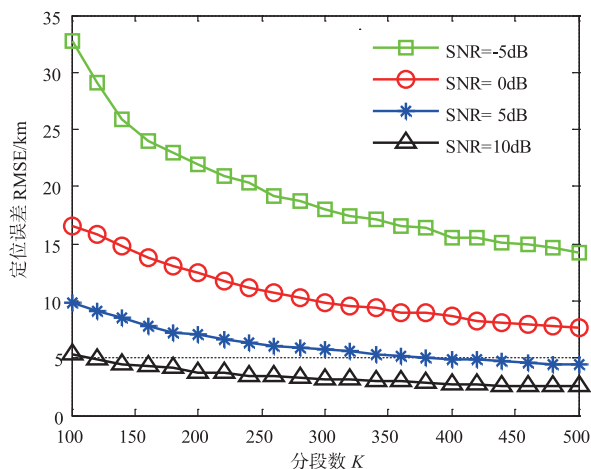
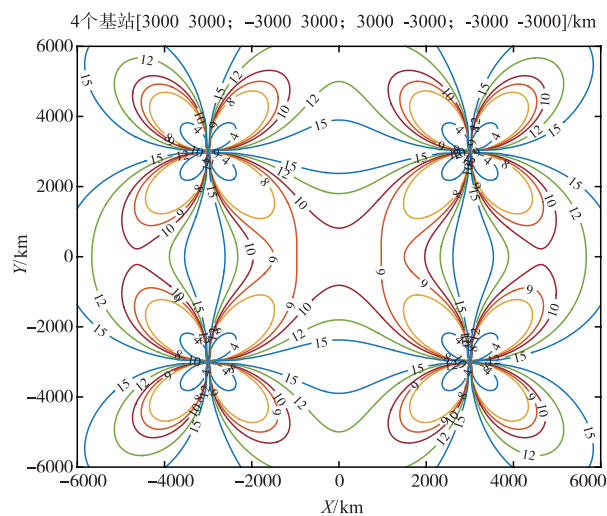
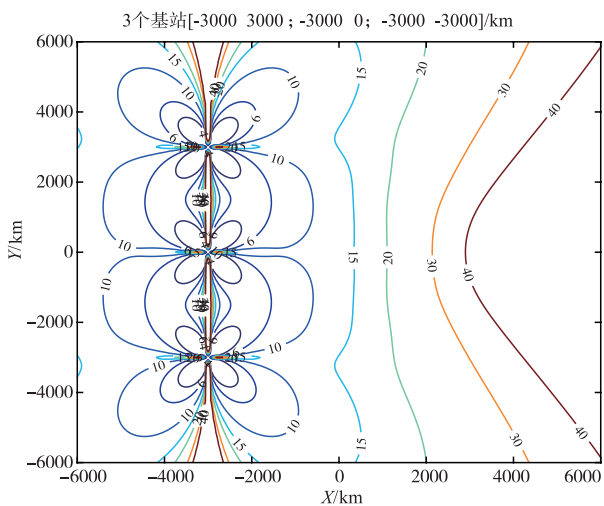


图6 信号分段密集程度变化对ODPD方法定位性能的影响



(a) 四个接收基站四周布站



(b) 三个接收基站线性布站

图7 布站方式改变时目标区域内GDOP分布图

可用信息的多少,因此这个现象也体现了接收端信息量的增加对 ODPD 方法的定位精度提升产生的积极

作用。

(3)对比图 7(a)和图 7(b),布站方式不同时,目标区域内的定位精度也发生改变,上述场景中,四个接收基站四周布站的定位精度明显比三个接收基站线性布站的定位精度高,这表明定位精度与基站布站方式、目标与基站的相对位置都有关,这也是实际定位基站选取的重要参考因素之一。

#### 4.2 电离层虚高测量偏差引起的定位误差

电离层虚高误差是算法模型误差的主要来源,在四个接收基站的仿真场景下,目标位置(1000km, 1000km,0),设电离层虚高精确测量值为 200km,考虑电离层虚高测量值存在偏差的情况.图 8 为信噪比不同,电离层虚高测量误差标准差从 0 到 45km 变化时,超视距目标位置估计的均方根误差变化的对数曲线,五条曲线信噪比分别为 -10dB、-5dB、0dB、5dB、10dB.由于实际场景的设备限制,目前实际中最常用的超视距目标检测和定位还是基于 MUSIC 的测向交汇法,图 9 中五幅图分别给出了在这五个信噪比条件下,本文 ODPD 方法与基于 MUSIC 算法的 AOA 测向交汇方法性能对比曲线。

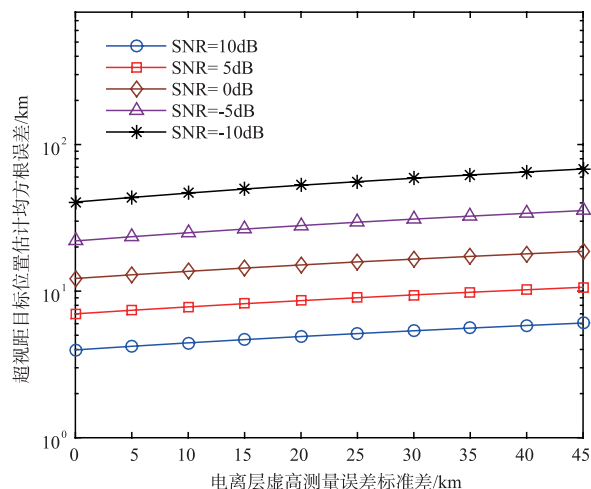


图8 不同信噪比下电离层虚高测量误差标准差引起的定位误差

分析以上对数曲线,得出如下几点。

(1)由图 8 可以看出,不同信噪比下,本文 ODPD 方法定位精度随电离层虚高误差标准差增大而增大,并且信噪比越低,定位精度降低越快;电离层测量参数越精确,ODPD 方法定位精度越高;以信噪比 0dB 为例,电离层虚高误差标准差在 20km(偏差 10%)范围内时,由虚高误差引起的定位误差在 3km 以内,实际上,目前电离层虚高测量技术已经比较精确,电离层虚高测量值与真实值的少量偏差对定位精度影响较小。

(2)由图 9 中五幅对比图可以看出,电离层虚高测

量存在偏差的情况下,ODPD 方法仍比 AOA 测向交汇方法定位精度高,且低信噪比下优势更明显;由于电离层虚高测量偏差不会对信号来向产生影响,当电离层

虚高偏差继续增大时,ODPD 方法的位置估计误差会渐渐趋近于仅考虑信号来向的定位误差门限值。

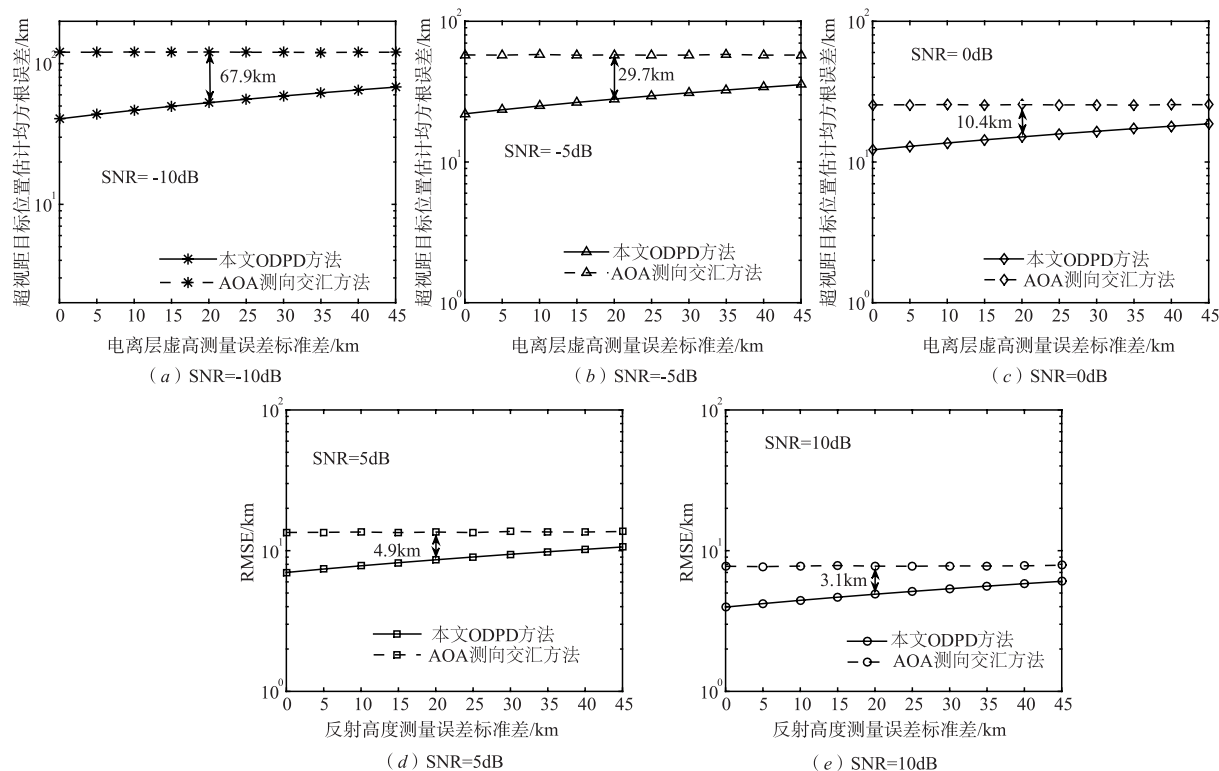


图9 ODPD方法的定位精度随电离层虚高测量误差标准差的变化曲线

## 5 总结与展望

本文针对辐射源波形已知的多观测站超视距目标定位场景,提出了基于已知辐射源信号波形的超视距目标直接定位方法,旨在为提高超视距目标定位精度提供精度更高的定位方法。蒙特卡洛仿真对比实验显示了 ODPD 方法在低信噪比条件下性能的优越性。相关实验也表明,电离层虚高测量值存在误差时,ODPD 方法定位精度仍优于测向交汇法和相关直接定位算法。

本文中提出的 ODPD 方法以信号波形已知为基础,许多超视距场景定位中,辐射源信号可能有多个或者属于运动目标,信号的传播也会受多径效应影响。针对多目标定位和考虑多径效应的研究正在进行中<sup>[23]</sup>。后续将继续对模型进行优化,同时考虑基于机器学习算法,放置放射源获取相应场景下的训练数据<sup>[24]</sup>,对更复杂的定位场景进行研究,进一步提高定位性能。

### 参考文献

[1] 周益明,刘跃平,蒋春山. 基于短波机会照射的超视距隐身目标探测定位技术[J]. 中国电子科学研究院学报,

2014,9(1):45-49.

ZHOU Yi-ming, LIU Yue-ping, JIANG Chun-shan. Research on beyond-line-of-sight detection and location technology against stealth targets based on opportunistic illuminator of shortwave[J]. Journal of CAEIT, 2014, 9(1): 45-49. (in Chinese)

- [2] YANG L, HO K C. An approximately efficient TDOA localization algorithm in closed-form for locating multiple disjoint sources with erroneous sensor positions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(12): 4598-4615.
- [3] YANG K, AN J, BU X, et al. Constrained total least-squares location algorithm using time-difference-of-arrival measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(3): 1558-1562.
- [4] 郝本建,李赞,万鹏武,等. 基于 TDOA 与 GROA 的信号源被动定位偏差消除技术[J]. 电子学报, 2014, 42(3): 477-484.
- HAO Ben-jian, LI Zan, WAN Peng-wu, et al. Bias reduction for passive source localization based on TDOA and GROA[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(3): 477-484. (in Chinese)
- [5] 朱国辉,冯大政,聂卫科. 传感器位置误差情况下基于多



- 维标度分析的时差定位算法[J]. 电子学报, 2016, 44(1): 21–26.
- ZHU Guo-hui, FENG Da-zheng, NIE Wei-ke. Multidimensional scaling based TDOA localization algorithm with sensor location errors [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(1): 21–26. (in Chinese)
- [6] 郝本建, 朱建峰, 李赞, 等. 基于 TDOAs 与 FDOAs 的多信号源及感知节点联合定位算法[J]. 电子学报, 2015, 43(10): 1888–1897.
- HAO Ben-jian, ZHU Jian-feng, LI Zan, et al. Joint multiple disjoint sources and sensors localization based on TDOAs and FDOAs [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(10): 1888–1897. (in Chinese)
- [7] SUN M, HO K C. An asymptotically efficient estimator for TDOA and FDOA positioning of multiple disjoint sources in the presence of sensor location uncertainties [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3434–3440.
- [8] YEREDOR A, ANGEL E. Joint TDOA and FDOA estimation: A conditional bound and its use for optimally weighted localization [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1612–1623.
- [9] WEISS A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(5): 513–516.
- [10] WEISS A J. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2513–2520.
- [11] AMAR A, WEISS A J. Localization of narrowband radio emitters based on Doppler frequency shifts [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(11): 5500–5508.
- [12] 王鼎, 张刚. 一种基于窄带信号多普勒频率测量的运动目标直接定位方法[J]. 电子学报, 2017, 45(3): 591–598.
- WANG Ding, ZHANG Gang. A direct localization method for moving narrowband source based on Doppler frequency shifts [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(3): 591–598. (in Chinese)
- [13] AMAR A, WEISS A J. Direct position determination in the presence of model errors-known waveforms [J]. *Digital Signal Processing*, 2006, 16(1): 52–83.
- [14] 王鼎, 吴志东, 尹洁昕. 信号波形已知条件下多目标直接定位性能分析及其改进算法[J]. 电子学报, 2017, 45(12): 2881–2889.
- WANG Ding, WU Zhi-dong, YIN Jie-wei. A performance analysis and improved algorithm for multi-source direct localization with known signal waveforms [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(12): 2881–2889. (in Chinese)
- [15] 马贤同, 罗景青, 孟祥豪. 多目标位置信息场直接定位法[J]. 信息与控制, 2015, 44(6): 673–677.
- MA Xian-tong, LUO Jing-qing, MENG Xiang-hao. Position information field direct position determination for multiple target [J]. *Information and Control*, 2015, 44(6): 673–677. (in Chinese)
- [16] BAR-SHALOM O, WEISS A J. Direct position determination of OFDM signals [A]. *IEEE 8th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC 2007)* [C]. USA: IEEE, 2007. 1–5.
- [17] REUVEN A M, WEISS A J. Direct position determination of cyclostationary signals [J]. *Signal Processing*, 2009, 89(12): 2448–2464.
- [18] 王鼎, 张刚, 沈彩耀, 等. 一种针对恒模信号的运动单站直接定位算法[J]. 航空学报, 2016, 37(5): 1622–1633.
- WANG Ding, ZHANG Gang, SHEN Cai-yao, et al. A direct position determination algorithm for constant modulus signals with single moving observer [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(5): 1622–1633. (in Chinese)
- [19] 王云龙, 吴瑛. 联合时延与多普勒频率的直接定位改进算法[J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(4): 123–129.
- WANG Yun-long, WU Ying. An improved direct position determination algorithm with combined time delay and doppler [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(4): 123–129. (in Chinese)
- [20] 柳文, 焦培南, 王世凯, 等. 电离层短波三维射线追踪及其应用研究[J]. 电波科学学报, 2008, 23(1): 41–48.
- LIU Wen, JIAO Pei-nan, WANG Shi-kai, et al. Short wave ray tracing in the ionosphere and its application [J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, 23(1): 41–48. (in Chinese)
- [21] 虞超, 沈国柱, 顾斌, 等. 电磁波在电离层的传播特性研究[J]. 南京信息工程大学学报(自然科学版), 2013, 5(4): 379–384.
- YU Chao, SHEN Guozhu, GU Bin, et al. Study on propagation characteristics of electromagnetic waves in ionosphere [J]. *Journal of Nanjing University of Information Technology (Natural Science Edition)*, 2013, 5(4): 379–384. (in Chinese)
- [22] BILITZA D, RAWER K, BOSSY L, et al. International reference ionosphere [J]. *Planetary and Space Science*, 1990, 40(4): 544.
- [23] DU J, WANG D, YU W, et al. Direct position determination of unknown signals in the presence of multipath propagation [J]. *Sensors*, 2018, 18(3): 892.
- [24] WYMEERSCH H, MARANO S, GIFFORD W M, et al. A machine learning approach to ranging error mitigation for

UWB localization[J]. IEEE Transactions on Communica-

tions,2012,60(6):1719 – 1728.

作者简介



**余婉婷** 女,1994 年 1 月出生,湖北洪湖人. 现为信息工程大学信息工程学院在读博士研究生. 研究方向为通信信号处理、直接数据域定位算法研究.  
E-mail:ywan1107@163.com



**于宏毅** 男,1963 年 5 月出生. 信息工程大学教授,博士生导师. 研究方向为无线通信理论、可见光通信技术和信号处理等.



**杜剑平** 男,1981 年 3 月出生,江西上饶人. 信息工程大学讲师,博士. 研究方向为信号处理、辐射源定位技术等.



**王 鼎** 男,1982 年 10 月出生,安徽芜湖人. 信息工程大学副教授,博士. 研究方向为阵列信号处理、辐射源定位技术等.