

一种改进 RRT 的多机器人编队 路径规划算法

王乐乐^{1,2}, 睦泽智^{1,2}, 蒲志强², 刘 振², 易建强²

(1. 中国科学院大学人工智能学院, 北京 100049; 2. 中国科学院自动化研究所, 北京 100190)

摘 要: 多机器人路径规划是机器人领域的一个热点问题, 相比于单机器人路径规划, 其算法难度和复杂度都有所增加, 在规划时需要兼顾多机避障、相互协作等难点问题. 本文提出一种改进快速扩展随机树的多机器人编队路径规划算法, 用于解决多机器人在复杂环境下的编队路径规划问题. 针对多机器人在编队规划中的位置约束问题, 定义机器人之间的领航-跟随结构, 并对机器人队形建模. 针对规划过程中编队朝向变化问题, 建立搜索树扩展方向与队形方向之间的联系, 通过调整队形方向改变规划时的编队朝向. 针对具有质点模型和非完整约束动力学模型两种不同模型的多机器人系统, 分别进行了仿真实验. 仿真结果表明该算法在处理多机器人编队路径规划问题时可以取得良好的效果.

关键词: 快速随机搜索树; 编队; 路径规划; 避障

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2020)11-2138-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.11.007

An Improved RRT Algorithm for Multi-Robot Formation Path Planning

WANG Le-le^{1,2}, SUI Ze-zhi^{1,2}, PU Zhi-qiang², LIU Zhen², YI Jian-qiang²

(1. School of Artificial Intelligence, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Multi-robot path planning is one of the most attractive issues in the field of multiple robots. Compared with the algorithm for the single-robot path planning, the problem of multi-robot path planning, which takes obstacle avoidance and cooperation into account simultaneously, is more difficult and complex. Hence, a novel improved rapidly-exploring random tree algorithm for multi-robot formation path planning in this paper is proposed to address these obstacle avoidance and cooperation problems. The constraint condition of positional relationship is defined by modeling the multi-robot formation shape. Besides, the heading of formation is adjusted with the direction the exploring tree expands. Additionally, simulations are conducted for two different models of robots; the particle model and the non-holonomic constraint dynamic model. Simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: rapidly-exploring random tree; formation; path planning; obstacle avoidance

1 引言

多机器人编队被广泛应用在搜寻^[1]、运输^[2]等领域, 在这些应用中, 机器人一般被要求满足编队或其他约束条件, 以完成复杂任务. 相比于单机器人而言, 多机器人系统可以充分获取环境信息, 提高机器人完成任务的能力与作用效率. 当多机器人系统需要完成空间

分布的任务时^[3], 例如目标搜索^[4], 其在复杂环境下的路径规划^[5]显得尤为重要. 机器人的路径规划是指参考某种指标, 如路径长度、规划时间等, 从环境中的起始点到目标点寻找一条无阻碍的可行路径^[6]. 多机器人编队队形保持的路径规划问题, 是对单体机器人路径规划研究的进一步扩展. 在多机器人编队路径规划问题中, 由于机器人之间的位置约束^[7]、协同避障^[8]等问

收稿日期: 2019-11-29; 修回日期: 2020-05-17; 责任编辑: 孙瑶

基金项目: 科技部科技创新 2030“新一代人工智能”重大项目 2018 年度项目 (No. 2018AAA0102400); 中国科学院轻型动力创新研究院创新引导基金重点基金 (No. CXYJJ19-ZD-02)

题的存在,规划任务变得更加困难。

针对多机器人在编队运行中队形保持的路径规划问题,郑延斌等^[9]提出了一种保持 Agent 团队队形的路径规划方法,该算法利用 A* 算法得到领航者 (leader) 的路径,通过对 leader 路径的优化得到关键点表和队形转换表,利用关键点表和队形转换表得到团队中非 leader 成员的路径;班林林^[10]提出在栅格化的环境中,利用改进蚁群算法为领导机器人搜索一条从起点到终点的最短路径。在领导者机器人的路径规划基础之上,为跟随者规划出一条从起点到终点的较优路径,实现多移动机器人群体在实现避障的同时保持一定的队形;DAI 等^[11]采用一种综合的轨迹跟踪控制方法来实现机器人自主形成期望的编队队形;王保防等^[12]针对轮式移动机器人车轮纵向打滑时的编队控制问题,提出一种基于滑移率补偿和模糊逻辑的多机器人编队控制器设计方法。上述文献进行规划时虽然取得一些良好的效果,但是不可避免地需要对环境空间进行建模,加大了规划难度。

快速扩展随机树 (Rapidly-Exploring Random Tree, RRT)^[13~15]方法是一种基于采样的单点查询随机搜索路径规划算法。该方法具有搜索速度快、方法简单等特点,避免对空间的建模,通过对环境空间中的空白区域随机采样寻找新节点生成随机树,并通过对树进行回溯生成一条可行路径。

将 RRT 方法用于路径规划时,宋金泽等^[16]提出一种改进的 RRT 路径规划算法,考虑将自动驾驶车辆的非完整性约束与 RRT 算法相结合进行路径规划,并采用 B 样条基函数拟合生成的路径;WEI 等^[17]提出一种基于改进 RRT 算法的机器人自主避障动态路径规划方法,针对定向节点进行拓展,并结合最大曲率约束策略,生成平滑弯曲的可行路径;王道威等^[18]提出一种动态步长的 RRT 路径规划算法,该方法与经典 RRT 相比,加入目标引力的思想,即在节点扩展时加入了目标点分量,同时根据障碍物情况动态调整步长,改善了 RRT 算法的不确定性,提高了避障能力;尹高扬等^[19]在进行 RRT 树节点扩展时考虑动力学约束,引入距离约束,并改进了随机采样点最近根节点的选取策略,优化了规划的航迹。上述文献通过对基本 RRT 算法的改进,提高了算法性能,取得了良好的实验结果,但均局限在对单机器人路径规划问题的研究,没有考虑 RRT 算法在多机器人路径规划中的应用。

为了解决多机器人系统在编队路径规划中的协同避障、避免对空间环境建模等问题,本文提出一种改进 RRT 的多机器人编队路径规划算法。在进行路径规划时,根据随机树扩展新节点的方向改变队形方向,进而动态调整编队朝向。定义多机器人系统之间的 leader-

follower^[20,21]结构与编队队形保持,利用 leader 位置计算每个 follower 的位置信息,并在规划时加入 follower 的位置信息进行避障处理,以解决多机器人之间的协同避障问题。本文最后利用所提算法对具有质点模型和非完整约束动力学模型两种不同模型下的多机编队路径规划问题进行了仿真实验。仿真结果表明,该算法能够规划出一组符合多机器人编队队形的无障碍路径。

本文余下章节安排如下:第二节给出多机器人编队队形的问题描述与定义。第三节首先对基本 RRT 算法进行了介绍,其次介绍如何将编队队形保持融入 RRT 算法中,之后对质点模型中的避障处理方式进行了介绍,最后展示所提算法的具体思路。第四节给出算法在机器人质点模型以及非完整动力学模型下的仿真结果。本文的最后进行了总结。

2 问题描述与定义

假设环境中全局信息已知,多机器人在编队路径规划中首先要考虑如何确定编队队形,其次在遇到障碍物时如何处理。基于以上两个问题,本文进行如下处理:

(1) 机器人编队队形确定。算法中采用在规划初始时刻形成目标队形,队形结构采用 leader-follower 形式。

(2) 障碍物处理。在规划过程中,应寻找同时满足 leader 和 follower 避障条件的路径点。在遇到障碍物时,对于质点模型的多机器人系统,可以通过队形旋转的方式(具体见 3.3 节)使多机器人规划过程中避开障碍物;对于存在非完整动力学约束的机器人,因为受到动力学方程约束,则根据实际规划情况,遇到障碍物时重新选取节点进行规划。

本文中将以三个机器人保持三角队形为例,介绍所提算法在多机器人编队路径规划中的应用。值得说明的是,本文所提算法在环境允许下对机器人规模具有一定的可扩展性,文中最后实验部分将会给出仿真验证。

首先,针对本文中提到的多机器人编队队形保持做出如下定义:

定义 1 如果多机器人系统中任意两个机器人在 t_1 时刻之间的距离和 t_2 时刻之间的距离相等,那么多机器人之间的队形是保持不变的。

对于一组给定的机器人 $\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$, 机器人 R_i, R_j ($i, j \in [1, n]$) 在全局坐标系中的位置表示为 $R_i(x_i, y_i), R_j(x_j, y_j)$ 。利用欧式距离来计算机器人之间的距离,则 R_i, R_j 之间的距离 $\rho_{R_i R_j}$ 表示为

$$\rho_{R_i R_j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (1)$$

其次,在规划的过程中机器人编队队形的方向跟随规划的方向动态调整,本文定义将 leader 从当前节点到

下一节点的方向作为队形朝向. 如图 1 所示, 以其中一个 follower 为例, 在 leader 从路径点 $P_1(x_1, y_1)$ 至 $P_2(x_2, y_2)$ 点规划的过程中, l 表示 leader 与 follower 之间的距离, β 为线段 P_1P_2 和 P_fP_2 之间的夹角, l, β 的值根据编队队形要求设定. θ 为线段 P_1P_2 与水平方向的夹角, 由式(2)计算, 则 follower 的位置 $P_f(x_f, y_f)$ 由式(3)确定:

$$\theta = \begin{cases} 90^\circ, & x_1 = x_2 \\ \arctan\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right), & x_1 \neq x_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos(\beta - \theta) \\ \sin(\beta - \theta) \end{bmatrix} l \quad (3)$$

基于以上对多机器人编队队形保持与队形朝向的描述, 本文的目的是解决具有质点模型和非完整约束动力学模型下的多机器人在编队运行中的路径规划问题, 规划出满足多机器人队形约束的避障路径.

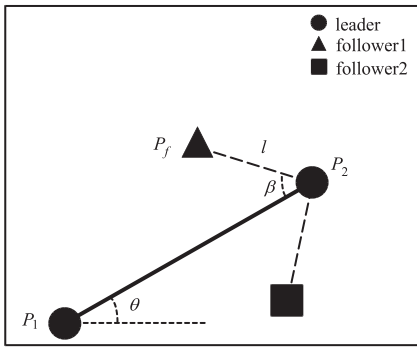


图1 机器人leader和follower的相对位置示意图

3 改进 RRT 的编队路径规划算法

3.1 基本 RRT 算法

RRT 算法是一种基于随机采样的路径规划算法. 算法以机器人所在起始点为树的根节点, 在空间中随机采样增加新节点, 并将可行的新节点加入到搜索树中, 最后通过对搜索树进行回溯, 生成一条从起始点到目标点的可行路径. 因为树中两个节点之间的路径可以利用动力学方程生成, 因此可以直接应用于非完整约束机器人运动规划中. 本节先介绍质点模型中的基本 RRT 算法, 然后给出非完整约束动力学模型下基本 RRT 算法与质点模型基本 RRT 算法的区别. 图 2 所示为质点模型中基本 RRT 树的生成过程示意.

图 2 中搜索树以起始点 q_{ini} 为根节点进行扩展, 在空间中随机采样得到采样点 q_{rand} . 为了加快算法的收敛速度, 在 q_{rand} 的选取时可以遵循以下原则: 产生一个随机数 $p \in [0, 1]$, p_s 为向着目标点生长的概率. 当随机数 $p \leq p_s$, 选取 q_{goal} 为随机采样点, 否则采样点随机选取.

q_{rand} 生成后, 根据式(4)寻找树中离 q_{rand} 最近的节点 q_{near} :

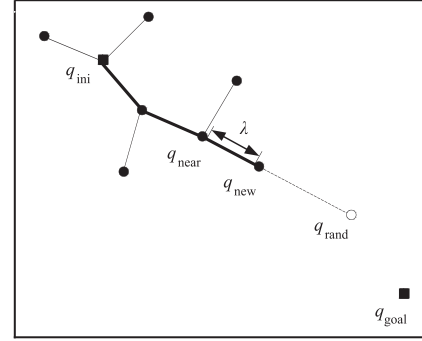


图2 基本RRT搜索树

$$q_{near} = \min \{ \text{dis}(q_{rand}, T) \} \quad (4)$$

$\text{dis}(q_{rand}, T)$ 表示计算 q_{rand} 与搜索树 T 中节点的距离, T 为搜索过程中被加入到树中的所有可行点集合. 找到 q_{near} 后, 沿着 q_{near} 到 q_{rand} 方向, 以 q_{near} 为起点、 λ 为步长得到新节点 q_{new} , 如式(5)所示:

$$q_{new} = \lambda \frac{q_{near} q_{rand}}{\rho_{q_{near} q_{rand}}} + q_{near} \quad (5)$$

之后检测在 q_{new} 生成的过程中是否遇到障碍物, 如果遇到则舍弃该点, 重新选取采样点 q_{rand} , 否则将 q_{new} 作为可行点加入到树中, 继续搜索. 当新加入的节点到达目标点或离目标点小于设定阈值时, 搜索结束, 通过对生成的搜索树进行回溯, 生成一条从起始点 q_{ini} 到目标点 q_{goal} 的可行路径.

在具有非完整约束动力学机器人的基本 RRT 算法中, 与上述方法的主要区别是新节点的生成方式不同. 考虑机器人的动力学约束方程^[22] 如式(6)所示, 其中矢量 s 表示机器人的状态, 矢量 u 选自控制输入集 U . 给定初始状态 q_{near} 和控制输入 u 后, 通过对函数 $f(s, u)$ 积分及可以得到新节点 q_{new} , 如式(7)所示:

$$\frac{ds}{dt} = f(s, u) \quad (6)$$

$$q_{new} \approx q_{near} + f(s, u) \Delta t \quad (7)$$

新节点产生后同样需要进行可行性判断, 当满足避障条件时, 新节点被加入到搜索树中, 否则重新生成. 当满足终止条件时, 规划结束, 通过回溯即可获得可行路径.

3.2 编队队形保持

由于在编队路径规划过程中机器人之间存在位置约束关系, 因此定义机器人之间采用 leader-follower 结构以确定机器人之间的位置约束, 即若已知 leader 的位置, 根据式(2)(3)计算 follower 的位置信息.

以三个机器人保持三角形队形规划为例, 其在编队路径保持中的一个过程如图 3 所示. 本文对基本 RRT 算法的改进是在 leader 产生新节点 q_{new} 后, 计算出 follower 的位置, 即 q_{f_new} , 并同时为 q_{new}, q_{f_new} 进行避障检测,

寻找满足 leader 和 follower 避障条件的一组路径. 新节点是否满足可行性条件由式(8)(9)确定:

$$Eage(q_{new}, q_{near}) \cap Obstacle = \emptyset \quad (8)$$

$$Eage(q_{f_new}, q_{f_near}) \cap Obstacle = \emptyset \quad (9)$$

$Eage(q_{new}, q_{near})$ 表示点 q_{new} 与 q_{near} 之间的连线, $Eage(q_{f_new}, q_{f_near})$ 表示 q_{f_new} 与 q_{f_near} 之间的连线, $Obstacle$ 表示障碍物.

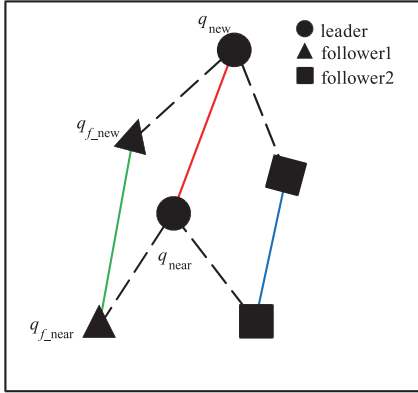


图3 编队队形保持过程

当 q_{new} 、 q_{f_new} 同时满足条件(8)、(9)时,则新节点被加入到搜索树中,并继续搜索. 当新扩展的节点到达目标点或距离目标点一定阈值范围内时,搜索结束.

3.3 质点模型机器人的避障处理

质点模型的机器人在规划初始时刻,首先保持图4中所示的三角队形. 在进行规划时,若无障碍,机器人之间始终保持此队形进行路径规划,编队队形方向朝向新节点生成方向. 但是在遇到障碍物时,进行相应的队形旋转,使其避开障碍物.

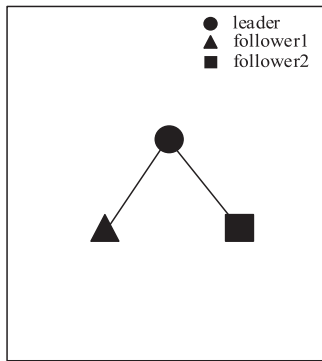


图4 多机器人三角队形

机器人遇到障碍物时的避障处理如图5所示. 当 follower 在规划路径时遇到障碍物时,这种情况下采用将三角队形旋转的方式避开障碍物,利用式(10)对队形进行相应的旋转,使其避开障碍物.

$$\begin{bmatrix} x'_2 \\ y'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta - \Delta\theta) \\ \sin(\theta - \Delta\theta) \end{bmatrix} \lambda \quad (10)$$

其中 $P_2(x'_2, y'_2)$ 为点 $P_2(x_2, y_2)$ 旋转后的新节点, $P_1(x_1, y_1)$ 为旋转中心点, λ 为新节点扩展时的步长, $\Delta\theta$ 为相应的旋转量.

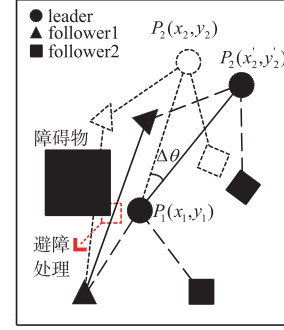


图5 多机器人避障处理

针对质点模型机器人在编队规划过程中遇到的障碍物时的处理,使得多机器人在遇到障碍物时可以避开障碍物继续向着目标点规划,可以提高算法的避障效率.

3.4 算法流程

本文利用改进 RRT 算法解决多机器人在编队中的路径规划问题. 在基本 RRT 算法中加入 follower 机器人的避障信息,分别考虑了具有质点模型与非完整动力学约束机器人的编队路径规划问题,并且针对质点模型中的避障进行了处理,算法最终可以生成满足两种模型规划要求的路径. 本文所提算法的具体思路如下:

Step1 多机器人在初始时刻保持三角队形,算法以 leader 的起始点为树的根节点进行扩展.

Step2 产生随机点 q_{rand} 与新节点 q_{new} . 对于质点模型机器人:随机采样点 q_{rand} 的选取方式是,以概率 p_s 选取目标点为 q_{rand} ,以概率 $1 - p_s$ 在环境中随机选取. 找到树中离 q_{rand} 最近的点 q_{near} ,沿着 q_{rand} 方向以步长 λ 生成节点 q_{new} . 对于动力学约束的机器人:由前一采样点的状态 q_{near} ,根据动力学约束方程(6)(7)生成新节点 q_{new} .

Step3 生成 follower 节点. 根据 leader 的生成节点 q_{new} 利用式(3)得 follower 的节点 q_{f_new} .

Step4 检测 q_{new} 和 q_{f_new} 生成过程中是否遇到障碍物,即是否同时满足避障条件. 在质点模型中,若是规划过程中遇到图5所示情况,将队形进行旋转处理,避开障碍物.

Step5 判断节点是否到达目标点或者离目标点的距离小于一定值,若是,规划结束;否则转到 Step2.

Step6 通过对算法产生的搜索树进行回溯,生成一组从起始点到目标点且满足避障和编队要求的可行路径.

4 实验结果

为验证所提算法的有效性,本文在不同环境下针对具有质点模型和非完整约束动力学模型的多机器人

系统分别进行了仿真实验. 在实验中, 设置仿真环境大小为 500×500 , 环境中的障碍物均用黑色区域表示. 多机器人之间初始编队队形为三角形, 每个机器人的起始和目标点位置如表 1 所示.

在规划过程中, 如图 1 所示机器人编队队形朝向中 follower1、follower2 与 leader 之间的参数 β 均取 45° , l 取值为 8.

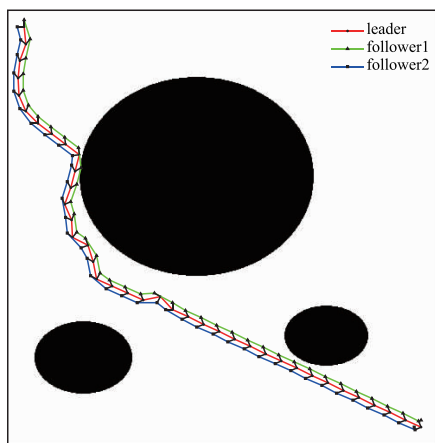
表 1 三个机器人各自的初始位置与目标位置

	初始位置	目标位置
leader	(20, 20)	(480, 480)
follower1	(12, 20)	(472, 480)
follower2	(20, 12)	(480, 472)

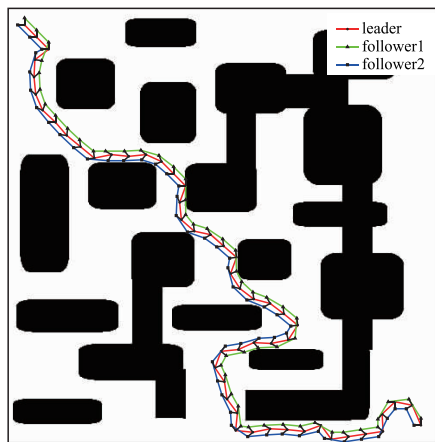
4.1 质点模型机器人编队路径规划仿真结果

在算法中, 设置每一步节点的扩展步长 $\lambda = 20$, 最大寻找次数 1000 次, 概率 $p_s = 0.5$, 为了加快算法收敛速度, 增加判断条件: 如果新扩展点 q_{new} 与树中存在的节点之间的距离小于设定值 10 时, 不将 q_{new} 加入到搜索树中, 并重新选取.

图 6 为利用改进的 RRT 算法对质点模型下多机器



(a)简单环境



(b)复杂环境

图6 质点模型下的多机器人路径规划结果

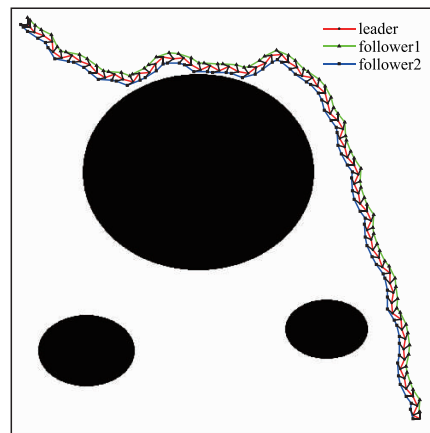
人系统规划的具有编队队形保持的路径, 其中红色线段表示 leader 的生成路径, 绿色和蓝色分别表示 follower1、follower2 的路径. 图 6(a) 图 6(b) 分别为简单、复杂环境下的规划结果, 从图中可以看出, 在多机器人规划的过程机器人之间保持编队队形向着目标点生长, 当遇到图 5 中所示的障碍物情况时, 通过避障处理, 使机器人能够绕过障碍物, 继续朝向目标点生长, 最终到达目标点.

4.2 非完整约束动力学模型机器人编队路径规划仿真结果

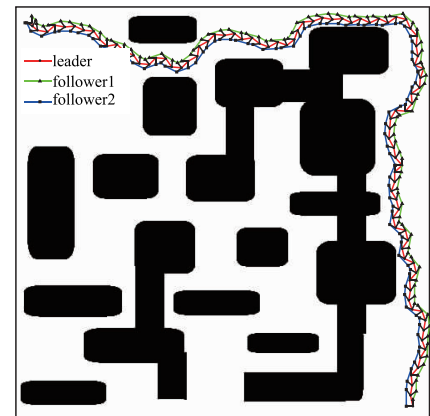
小汽车模型是一种典型的具有非完整约束的动力学模型, 其控制中包含加速与转向两个控制量, 这种驱动方式和许多机器人相似, 因此本文利用小汽车动力学模型对所提算法进行动力学模型仿真验证. 考虑小汽车动力学约束方程为

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{v} \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ (v \tan \varphi) / L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u_1 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_2 \quad (11)$$

式中 (x, y) 是小汽车后轮轴的中点位置, v 是小汽车的



(a)简单环境



(b)复杂环境

图7 动力学模型下的多机器人路径规划结果

前进速度, θ 表示前进方向, φ 表示转向角度, L 表示前后轮轴之间的距离, u_1 、 u_2 分别表示小汽车的加速度与旋转加速度. 考虑到实际中速度、控制量、转向角等值为有限输入, 因此在本实验中几个参数的取值为: $v_{\max} = 3$, $|u_1| \leq 1$, $|u_2| \leq 100^\circ$, $\varphi_{\max} = 60^\circ$, $L = 0.5$.

在具有动力学模型的实验中, 同样设置概率 $p_s = 0.5$. 实验中根据当前状态, 由施加的控制集合输入量可以得到一系列备选新节点, 选择其中离随机采样点最近的一个可行节点作为实际新节点, 最终可以生成符合动力学约束的可行路径. 图 7 中为利用本文所提算法对具有非完整约束动力学方程机器人在简单和复杂环境中的编队路径规划结果.

4.3 算法可扩展性实验

上述仿真中以三个机器人为例对所提算法在具有质点模型与动力学模型中的多机器人系统中进行了编队路径规划实验验证. 为了进一步验证该算法对机器人规模的可扩展性, 本文将机器人的数量增至五个, 即一个 leader 和四个 follower, 五个机器人的位置参数如表 2 所示.

表 2 五机器人系统中各自的初始位置与目标位置

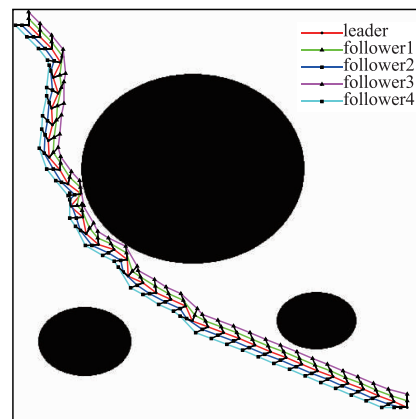
	初始位置	目标位置
leader	(20, 20)	(480, 480)
follower1	(12, 20)	(472, 480)
follower2	(20, 12)	(480, 472)
follower3	(4, 20)	(464, 480)
Follower4	(20, 4)	(480, 464)

本实验中的步长、速度最大值、转向角度最大值等参数设置与 4.1、4.2 节中一致. 图 8 为最终的实验结果, 图 8(a) 为具有质点模型的五机器人系统的规划路径, 图 8(b) 为具有动力学约束的五机器人系统规划路径.

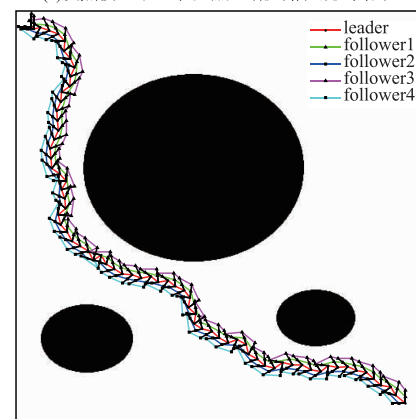
综上所述, 针对具有质点模型以及非完整动力学约束模型机器人系统在不同环境以及数量下的仿真结果表明, 本文所提算法均取得了良好的效果. 算法通过在规划过程中加入多机器人之间位置约束, 保证了多机器人在编队规划过程中队形保持不变. 算法在新节点加入时增加与树中原节点距离的判断, 加快了算法收敛时间.

5 总结

本文针对复杂环境下多机器人系统编队路径规划问题, 提出了一种改进 RRT 的多机编队路径规划算法. 算法利用 RRT 方法在路径规划中搜索速度快、避免对环境空间建模等特点, 在规划过程中加入多机器人之间的位置约束, 实现了机器人间的编队队形保持. 通过



(a) 质点模型下五个机器人编队路径规划结果



(b) 动力学模型下五个机器人编队路径规划结果

图 8 四个 follower 时算法生成的路径

在规划中实时调整队形方向, 动态的改变编队了朝向. 本文最后针对具有质点模型和非完整动力学约束模型的机器人系统分别进行了实验验证. 仿真结果表明, 本文提出的多机编队路径规划算法具有一定的可扩展性, 并且算法在不同环境下都能取得良好的效果. 在后续的工作中, 为进一步验证本文算法在实际应用中的有效性, 将依托实验室现有的无人车智能系统进行实物验证.

参考文献

- [1] YAN Z P, BAI R, CHI D N, et al. Formation coordination control of multi-UUV for object searching [J]. Computer Measurement & Control, 2013, (6): 41–45.
- [2] JAVIER A M, BAKER S, RUS D. Multi-robot formation control and object transport in dynamic environments via constrained optimization [J]. The International Journal of Robotics Research, 2017, 36(9): 1000–1021.
- [3] XIDIAS E, PALIOTTA C, ASPRAGATHOS N. Path planning for formation control of autonomous vehicles [A]. Proceedings of International Conference on Robotics in Alpe-Adria Danube Region [C]. Belgrade: Springer, 2016.

- 302 – 309.
- [4] HAN J L, CHEN Y Q. Multiple UAV formations for cooperative source seeking and contour mapping of a radiative signal field[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 74(1–2): 323 – 332.
 - [5] ZHANG X B, WANG J R, FANG Y C, et al. Multilevel humanlike motion planning for mobile robots in complex indoor environments[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2018, 16(3): 1244 – 1258.
 - [6] 李宝磊, 吕丹桔, 张钦虎, 等. 基于多元优化算法的路径规划[J]. *电子学报*, 2016, 44(9): 2242 – 2247.
LI Bao-lei, LÜ Dan-jü, ZHANG Qin-hu, et al. A path planner based on multivariant optimization algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(9): 2242 – 2247. (in Chinese)
 - [7] 路世杰. 机器人协同任务规划方法研究[D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 2018.
LU S J. Research on Collaborative Task Planning Method of Robots [D]. Dalian, Liaoning: Dalian University of Technology, 2018. (in Chinese)
 - [8] YAO P, WANG H L, SU Z K. Cooperative path planning with applications to target tracking and obstacle avoidance for multi-UAVs[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 54: 10 – 22.
 - [9] 郑延斌, 李新源, 段德全. 一种保持 Agent 团队队形的路径规划方法[J]. *计算机技术与发展*, 2009, 19(7): 159 – 162.
ZHENG Y B, LI X Y, DUAN D Q. A path planning algorithm with agent team formation maintained[J]. *Computer Technology and Development*. 2009, 19(7): 159 – 162. (in Chinese)
 - [10] 班林林. 多移动机器人团体协同编队与路径规划[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.
BAN L L. Collaborative Formation and Path Planning of Multiple Mobile Robots [D]. Beijing: Beijing Jiao Tong University, 2018. (in Chinese)
 - [11] DAI Y Y, LEE S G. The leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2012, 10(2): 350 – 361.
 - [12] 王保防, 张瑞雷, 郭健, 等. 纵向打滑状态下的轮式移动机器人编队控制[J]. *电子学报*, 2017, 45(1): 206 – 212.
WANG Bao-fang, ZHANG Rui-lei, GUO Jian, et al. Formation control for car-like mobile robots under slip conditions[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(1): 206 – 212. (in Chinese)
 - [13] DESARAJU V R. Decentralized path planning for multiple agents in complex environments using rapidly-exploring random trees[A]. *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*[C]. America: Massachusetts Institute of Technology, 2011. 89 – 94.
 - [14] BIRCHER A, ALEXIS K, SCHWESINGER U, et al. An incremental sampling-based approach to inspection planning: the rapidly exploring random tree of trees[J]. *Robotica*, 2017, 35(6): 1327 – 1340.
 - [15] WANG W, DENG H, WU X S. Path planning of loaded pin-jointed bar mechanisms using Rapidly-exploring Random Tree method[J]. *Computers & Structures*, 2018, 209: 65 – 73.
 - [16] 宋金泽, 戴斌, 单恩忠, 等. 一种改进的 RRT 路径规划算法[J]. *电子学报*, 2010, 38(2A): 225 – 228.
SONG Jin-ze, DAI Bin, SHAN En-zhong, et al. An improved RRT path planning algorithm[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(2A): 225 – 228. (in Chinese)
 - [17] WEI K, REN B Y. A method on dynamic path planning for robotic manipulator autonomous obstacle avoidance based on an improved RRT algorithm[J]. *Sensors*, 2018, 18(2): 571.
 - [18] 王道威, 朱明富, 刘慧. 动态步长的 RRT 路径规划算法[J]. *计算机技术与发展*, 2016, 26(3): 105 – 107.
WANG D W, ZHU M F, LIU H. Rapidly exploring random tree algorithm based on dynamic step[J]. *Computer Technology and Development*, 2016, 26(3): 105 – 107. (in Chinese)
 - [19] 尹高扬, 周绍磊, 吴青坡. 基于改进 RRT 算法的无人机航迹规划[J]. *电子学报*, 2017, 45(7): 1764 – 1769.
YIN Gao-yang, ZHOU Shao-lei, WU Qing-po. An improved RRT algorithm for UAV path planning [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2017, 45(7): 1764 – 1769. (in Chinese)
 - [20] CHEN M, DING M G, ZHENG T. Formation trajectory tracking control of multi-robot system based on leader-follower[J]. *Control Engineering of China*, 2019, 26(1): 37 – 42.
 - [21] TIAN B L, LU H C, ZUO Z Y, et al. Fixed-time leader-follower output feedback consensus for second-order multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(4): 1545 – 1550.
 - [22] 徐娜, 陈雄, 孔庆生, 等. 非完整约束下的机器人运动规划算法[J]. *机器人*, 2011, 33(6): 666 – 672.
XU N, CHEN X, KONG Q S, et al. Motion planning for robot with nonholonomic constraints[J]. *Robot*, 2011, 33(6): 666 – 672. (in Chinese)

作者简介



王乐乐 男, 1994 年 5 月出生, 安徽亳州人. 中国科学院自动化研究所博士研究生, 研究方向为路径规划、机器人协同控制、群体智能等.
E-mail: wanglele2017@ia.ac.cn



陆泽智 男,1992 年 2 月出生,河北石家庄人.中国科学院自动化研究所博士研究生,研究方向为多智能体协同规划、深度强化学习、编队控制等.
E-mail:suizezhi2015@ia.ac.cn



蒲志强 男,1987 年 5 月出生.中国科学院自动化研究所副研究员、硕士生导师,主要从事非线性控制、群体智能、无人自主系统应用等方面的研究工作.



刘 振 男,1987 年 11 月出生.中国科学院自动化研究所副研究员、硕士生导师,主要从事非线性控制、鲁棒自适应控制等方面的研究工作.



易建强(通信作者) 男,1963 年 4 月出生.中国科学院自动化研究所研究员、博士生导师,主要从事智能控制、自适应控制、智能机器人技术等方面的研究工作.