

MIMO 全双工双向通信系统平均保密和速率的优化

雷维嘉, 周 洋

(重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065)

摘 要: 研究多入多出 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 同时同频全双工双向通信系统中, 合法节点在接收信息的同时向对方发送保密信息, 并发送零空间人工噪声干扰窃听节点的物理层安全方案的优化问题. 针对窃听信道状态信息仅统计分布已知, 且存在残余自干扰的情况, 首先推导出系统平均保密和速率的闭合表达式, 进一步给出其下界. 在此基础上, 以最大化系统该下界为目标, 对两节点的信息信号与人工噪声的功率分配因子、信息信号的功率分配矩阵进行联合优化. 采用迭代的方法进行优化, 每轮迭代中, 先固定前者, 优化后者, 再固定后者, 优化前者. 使用 DC (Difference of Concave/Convex, DC) 规划优化信息信号功率分配矩阵, 使用遗传算法优化信息信号与人工噪声的功率分配因子. 对所提方案进行了仿真验证, 证明理论推导正确, 优化算法能有效地提高系统的平均保密和速率.

关键词: 物理层安全; MIMO; 全双工; 双向通信; 保密和速率

中图分类号: TN918 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)06-1041-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.06.001

The Optimization of Average Secrecy Sum Rate for MIMO Full Duplex Two-Way Communication Systems

LEI Wei-jia, ZHOU Yang

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: The optimization of physical layer security scheme in the multiple input multiple output (MIMO) full-duplex two-way communication system is studied, where legitimate nodes send confidential information and null space artificial noise while receiving information. For the case where the eavesdropping's channel state information is only statistically known and there is residual self-interference, the closed-form expression of the average achievable secrecy sum rate is first derived, then its lower bound is further given. Aiming at maximizing the lower bound, the power allocation factors of the artificial noise and the information signal, along with the power allocation matrices of the information signal are jointly optimized. An iterative method is used. In each iteration, we first fix the former and optimize the latter, then fix the latter and optimize the former. The DC (Difference of Concave/Convex, DC) programming and the genetic algorithm are used to optimize the information's power allocation matrices as well as the power allocation factors of the information signal and artificial noise respectively. The simulation results prove that the theoretical derivation is correct, and the optimization algorithm can effectively improve the average secrecy sum rate.

Key words: physical layer security; MIMO; full duplex; two-way communication; secrecy sum rate

1 引言

由于无线通信系统中传输媒介的开放性、无线终端的移动性和网络结构的不稳定性, 信息传输的可靠性和安全性面临严峻的挑战. 物理层安全技术通过利

用无线信道的随机性、时变性、空间唯一性等特性能提高系统传输的安全性. 多天线波束赋形和人工噪声技术是物理层安全中重要的技术手段. 多天线波束赋形技术^[1,2]利用系统的空间自由度实现信息的定向发送和接收, 以此来削弱窃听者对信息的拦截能力. 人工噪

收稿日期: 2019-07-09; 修回日期: 2019-10-11; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 61971080, No. 61471076); 重庆市基础与前沿探索 (No. cstc2017jcyjAX0204, No. cstc2018jcyjAX0432); 重庆市教委科学技术研究重点项目 (No. KJZD-K201800603, No. KJZD-M201900602)

声技术^[3~5]则是通过在发送信息的过程中注入适当的噪声到合法信道的零空间,在不影响合法信道质量的同时降低窃听信道质量.

近年来,随着天线技术和信号处理技术的发展,使无线设备在同一频段同时收发信号的全双工技术的实用成为可能.因为同时同频进行信号的收发,无线全双工系统存在很强的自干扰,因此消除发送信号对信号接收所产生的自干扰是全双工系统的关键问题之一.目前,主要有被动抑制(也称消极消除)和主动抑制(积极消除)两种自干扰消除方式.被动抑制^[6]主要是天线级的消除,采取天线分离、方向分离、偏振去耦等手段降低进入接收通道的发送信号功率.主动抑制^[7~9]则通过模拟、数字信号处理方式进行,通常是利用射频电路构造与自干扰信号相位相反的抵消信号,或在信道估计的基础上重建自干扰信号,以对消接收信号的自干扰.

无线全双工技术除了可以提高频谱效率、倍增系统容量之外,也为物理层安全的实现提供了有效的途径.目前,已有一些文献对在物理层利用全双工技术来提高系统的安全性能进行了研究.相关研究的系统模型中全双工节点类型主要有两类:全双工接收节点、全双工中继节点.文献[10~12]研究全双工接收节点通过协同发送人工噪声提高系统安全性能的方案.文献[13,14]则研究了中继节点工作在全双工模式时的物理层安全方案.

应用全双工技术提高物理层安全性能的多数文献考虑单向通信的情形,即全双工的接收端发送的是人工噪声,而不是信息信号.实际上,收发双方都工作在全双工模式进行双向通信更有价值.目前,有少量文献对全双工双向通信中的物理层安全进行了研究.文献[15]研究了 MISO 全双工双向保密通信系统中,在窃听信道状态信息存在不确定性的条件下,以最大化最坏情况下的保密速率为目标的波束赋形设计.文献[16]针对 MIMOME 系统,在窃听信道状态信息不完美的情况下,以最大化保密和速率为目标,优化发送信号的协方差矩阵.

以上两篇文献都是在窃听信道状态信息已知的情况下进行系统方案的设计和优化.如果窃听节点为被动节点,要获取窃听信道状态信息十分困难,但如果能得到窃听节点的位置,则可估计得到窃听信道的统计信息.因此,考虑在瞬时的窃听信道状态信息未知,但其统计分布可获得的情况下,优化系统的保密性能有其重要的实际意义.据我们所知,迄今为止尚没有文献针对窃听信道状态信息仅统计分布已知的双向通信系统中的物理层安全技术进行研究.本文针对窃听信道状态仅统计分布信息已知的点对点双向通信系统中的物理层安全问题进行研究.合法收发节点、窃听节点都配

备多根天线,合法节点工作在全双工模式,在接收信息的同时也向对方发送信息.采用人工噪声辅助的物理层方案,针对主信道状态信息已知,而窃听信道状态仅统计分布信息已知的情形,在存在残余全双工自干扰的条件下,推导系统平均保密和速率的闭式表达式.在此基础上,给出系统平均保密和速率的下界,以最大化该下界为目标,设计联合迭代算法优化信息信号的功率分配矩阵,以及信息信号与人工噪声间的功率分配因子.在功率分配矩阵的优化中,采用 DC 规划解决两个凸函数之差的优化问题;在功率分配因子的优化中,使用遗传算法获得最优解.

2 系统模型

考虑图 1 所示的双向通信系统模型,系统由装备多根天线的合法节点 A 、 B 以及窃听节点 E 组成.其中合法节点 A 、 B 均配备 N 根天线,工作在全双工模式,节点 A 和 B 同时同频地向对方发送信息,同时接收来自对方节点的信息. A 、 B 采用天线分离式全双工,其 N_t 根天线用于发送信息,其余 $N_r = N - N_t$ 根天线用于接收信息.窃听节点 E 配备 N_e 根天线.定义 $\mathbf{H}_{AB} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 、 $\mathbf{H}_{BA} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 、 $\mathbf{G}_{AE} \in \mathbb{C}^{N_e \times N_t}$ 、 $\mathbf{G}_{BE} \in \mathbb{C}^{N_e \times N_t}$ 分别为 $A \rightarrow B$ 、 $B \rightarrow A$ 、 $A \rightarrow E$ 、 $B \rightarrow E$ 的信道矩阵.定义 A 、 B 节点包含自干扰环节的等效自干扰信道矩阵为 $\sqrt{\rho_A} \mathbf{H}_{AA} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ 、 $\sqrt{\rho_B} \mathbf{H}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$,其中 ρ_A 和 ρ_B 表示自干扰残余因子, $0 < \rho_A < 1$, $0 < \rho_B < 1$.在通信过程中,可以利用信道估计获取 \mathbf{H}_{AB} 、 \mathbf{H}_{BA} 的瞬时值,但窃听节点为被动节点,窃听信道 \mathbf{G}_{AE} 、 \mathbf{G}_{BE} 的瞬时值不能获得,不过根据窃听节点的位置能估计出 \mathbf{G}_{AE} 、 \mathbf{G}_{BE} 的统计分布.

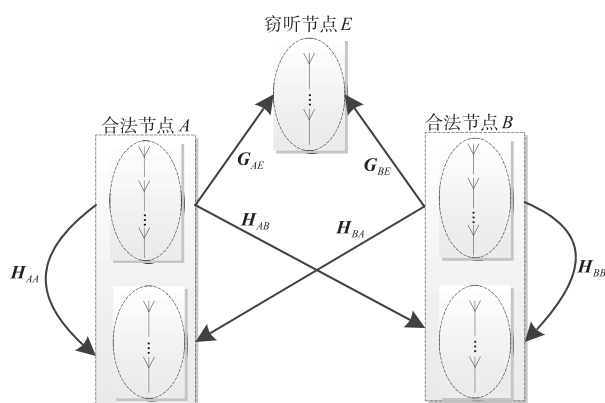


图1 全双工双向通信系统模型

为了增强信息传输的保密性,合法节点 A 、 B 在发送信息的同时发送人工噪声以干扰窃听节点.为了保证合法信道 \mathbf{H}_{AB} 和 \mathbf{H}_{BA} 的零空间存在,选择 $N_r < N_t$.假定 A 、 B 节点处于富散射环境中, \mathbf{H}_{AB} 、 \mathbf{H}_{BA} 为行满秩矩阵,即 $\text{rank}(\mathbf{H}_{AB}) = \text{rank}(\mathbf{H}_{BA}) = N_r$.对合法信道矩阵

进行奇异值分解,得到

$$\mathbf{H}_{AB} = \mathbf{U}_A \mathbf{\Lambda}_A \mathbf{V}_A^H \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{BA} = \mathbf{U}_B \mathbf{\Lambda}_B \mathbf{V}_B^H \quad (2)$$

其中,酉矩阵 $\mathbf{V}_L = [\mathbf{W}_L, \mathbf{Z}_L] \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ ($L = A$ 或 B) 构成 N_t 维空间. $\mathbf{W}_L \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$ 是由 \mathbf{V}_L 的前 N_r 列所组成的仿酉矩阵,可作为张成信息信号空间 $\mathbf{s}_L \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ 的基底. $\mathbf{Z}_L \in \mathbb{C}^{N_t \times (N_t - N_r)}$ 是由 \mathbf{V}_L 的后 $N_t - N_r$ 列所组成的仿酉矩阵,满足 $\mathbf{H}_{AB} \mathbf{Z}_A = \mathbf{0}$ ($\mathbf{H}_{BA} \mathbf{Z}_B = \mathbf{0}$), 为信道零空间投影矩阵,可作为人工噪声空间 $\mathbf{z}_L \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 的基底. A, B 端的发送信号可以分别构造为

$$\mathbf{x}_A = \mathbf{s}_A + \mathbf{z}_A = \mathbf{W}_A \mathbf{u}_A + \mathbf{Z}_A \mathbf{m}_A \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{s}_B + \mathbf{z}_B = \mathbf{W}_B \mathbf{u}_B + \mathbf{Z}_B \mathbf{m}_B \quad (4)$$

$\mathbf{u}_L = [u_{L_1}, u_{L_2}, \dots, u_{L_{N_r}}]^T$ ($L = A$ 或 B) 表示 L 节点的信息信号矢量,满足 $E(\mathbf{u}_L \mathbf{u}_L^H) = \phi_L P_L \mathbf{\Sigma}_L$, 其中, P_L 表示 L 节点的发送总功率; $\phi_L \in (0, 1]$ 为 L 节点信息信号功率占总功率的比值,即功率分配因子; $\mathbf{\Sigma}_L = \text{diag}(\zeta_{L_1}, \zeta_{L_2}, \dots, \zeta_{L_{N_r}}) \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ 表示对 \mathbf{u}_L 的功率分配矩阵(即 \mathbf{u}_L 的协方差矩阵),其为迹等于 1 的半正定对角矩阵,即 $\sum_{i=1}^{N_r} \zeta_{L_i} = 1$. $\mathbf{m}_L \in \mathbb{C}^{(N_t - N_r) \times 1}$ 是随机生成、元素服从零均值的复高斯分布的人工噪声矢量,满足 $E(\mathbf{m}_L \mathbf{m}_L^H) = \frac{(1 - \phi_L) P_L}{N_t - N_r} \mathbf{I}_{N_t - N_r}$.

由于工作在全双工模式, A, B 节点在接收对方信号的同时会受到自干扰的影响,它们的接收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_A &= \mathbf{H}_{BA} \mathbf{x}_B + \sqrt{\rho_A} \mathbf{H}_{AA} \mathbf{x}_A + \mathbf{n}_A \\ &= \mathbf{H}_{BA} (\mathbf{W}_B \mathbf{u}_B + \mathbf{Z}_B \mathbf{m}_B) \\ &\quad + \sqrt{\rho_A} \mathbf{H}_{AA} (\mathbf{W}_A \mathbf{u}_A + \mathbf{Z}_A \mathbf{m}_A) + \mathbf{n}_A \\ &= \mathbf{H}_{BA1} \mathbf{u}_B + \sqrt{\rho_A} \mathbf{H}_{AA1} \mathbf{u}_A + \sqrt{\rho_A} \mathbf{H}_{AA2} \mathbf{m}_A + \mathbf{n}_A \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_B &= \mathbf{H}_{AB} \mathbf{x}_A + \sqrt{\rho_B} \mathbf{H}_{BB} \mathbf{x}_B + \mathbf{n}_B \\ &= \mathbf{H}_{AB} (\mathbf{W}_A \mathbf{u}_A + \mathbf{Z}_A \mathbf{m}_A) \\ &\quad + \sqrt{\rho_B} \mathbf{H}_{BB} (\mathbf{W}_B \mathbf{u}_B + \mathbf{Z}_B \mathbf{m}_B) + \mathbf{n}_B \\ &= \mathbf{H}_{AB1} \mathbf{u}_A + \sqrt{\rho_B} \mathbf{H}_{BB1} \mathbf{u}_B + \sqrt{\rho_B} \mathbf{H}_{BB2} \mathbf{m}_B + \mathbf{n}_B \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{n}_A \sim \text{CN}(0, \sigma_A^2 \mathbf{I}_{N_r})$ 、 $\mathbf{n}_B \sim \text{CN}(0, \sigma_B^2 \mathbf{I}_{N_r})$ 为传输信道的加性复高斯白噪声; $\mathbf{H}_{BA1} = \mathbf{H}_{BA} \mathbf{W}_B$, $\mathbf{H}_{AA1} = \mathbf{H}_{AA} \mathbf{W}_A$, $\mathbf{H}_{AA2} = \mathbf{H}_{AA} \mathbf{Z}_A$, $\mathbf{H}_{AB1} = \mathbf{H}_{AB} \mathbf{W}_A$, $\mathbf{H}_{BB1} = \mathbf{H}_{BB} \mathbf{W}_B$, $\mathbf{H}_{BB2} = \mathbf{H}_{BB} \mathbf{Z}_B$, 均为零均值循环对称的标准复高斯矩阵.

窃听节点 E 同时接收到来自 A, B 节点的信号,其接收信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_E &= \mathbf{G}_{AE} \mathbf{x}_A + \mathbf{G}_{BE} \mathbf{x}_B + \mathbf{n}_E \\ &= \mathbf{G}_{AE} (\mathbf{W}_A \mathbf{u}_A + \mathbf{Z}_A \mathbf{m}_A) \\ &\quad + \mathbf{G}_{BE} (\mathbf{W}_B \mathbf{u}_B + \mathbf{Z}_B \mathbf{m}_B) + \mathbf{n}_E \\ &= \mathbf{G}_{AE1} \mathbf{u}_A + \mathbf{G}_{AE2} \mathbf{m}_A + \mathbf{G}_{BE1} \mathbf{u}_B + \mathbf{G}_{BE2} \mathbf{m}_B + \mathbf{n}_E \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{n}_E \sim \text{CN}(0, \sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_E})$ 为信道加性复高斯白噪声; $\mathbf{G}_{AE1} = \mathbf{G}_{AE} \mathbf{W}_A$, $\mathbf{G}_{AE2} = \mathbf{G}_{AE} \mathbf{Z}_A$, $\mathbf{G}_{BE1} = \mathbf{G}_{BE} \mathbf{W}_B$, $\mathbf{G}_{BE2} = \mathbf{G}_{BE} \mathbf{Z}_B$, 均为零均值循环对称标准复高斯矩阵.

3 平均保密和速率的分析

式(5)、(6)最后一个等号右边第 1 项为信号,第 2、3 项为自干扰,第 4 项为信道噪声. 定义 $\tau_A = \phi_A P_A$, $\tau_B = \phi_B P_B$, $\omega_A = \frac{(1 - \phi_A) P_A}{(N_t - N_r)}$, $\omega_B = \frac{(1 - \phi_B) P_B}{(N_t - N_r)}$, $\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Y}}$ 表示 $\mathbf{X} \mathbf{Y}^{-1}$.

节点 B 到节点 A 的信息速率可以表示为

$$R_{BA} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} + \frac{\tau_B \mathbf{H}_{BA1} \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{H}_{BA1}^H}{\sigma_A^2 \mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{K}_A} \right| \quad (8)$$

其中, $\mathbf{K}_A = \rho_A \tau_A \mathbf{H}_{AA1} \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{H}_{AA1}^H + \rho_A \omega_A \mathbf{H}_{AA2} \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{H}_{AA2}^H$.

节点 A 到节点 B 的信息传输速率为

$$R_{AB} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} + \frac{\tau_A \mathbf{H}_{AB1} \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{H}_{AB1}^H}{\sigma_B^2 \mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{K}_B} \right| \quad (9)$$

其中, $\mathbf{K}_B = \rho_B \tau_B \mathbf{H}_{BB1} \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{H}_{BB1}^H + \rho_B \omega_B \mathbf{H}_{BB2} \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{H}_{BB2}^H$.

系统的信息传输和速率为

$$R = R_{AB} + R_{BA} \quad (10)$$

由于窃听信道的瞬时状态信息不可知,因此不能得到窃听节点 E 的瞬时窃听速率,但已知窃听信道状态统计分布时,可以分析窃听节点 E 的平均窃听速率.

根据文献[17], E 端平均窃听速率的上界可表示为

$$\bar{R}_E = E \left(\frac{G_{AE1} \cdot G_{AE2}}{G_{BE1} \cdot G_{BE2}} \right) \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \frac{\mathbf{K}_{E1}}{\sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{K}_{E2}} \right| \right\} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{K}_{E1} = \tau_A \mathbf{G}_{AE1} \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{G}_{AE1}^H + \tau_B \mathbf{G}_{BE1} \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{G}_{BE1}^H$, $\mathbf{K}_{E2} = \omega_A \mathbf{G}_{AE2} \mathbf{\Sigma}_A \mathbf{G}_{AE2}^H + \omega_B \mathbf{G}_{BE2} \mathbf{\Sigma}_B \mathbf{G}_{BE2}^H$.

因此,系统的平均可达保密和速率为

$$\bar{R}_S = [R_{AB} + R_{BA} - \bar{R}_E]^+ \quad (12)$$

其中, $[x]^+$ 表示 $\max\{0, x\}$.

在推导平均可达保密和速率的闭式表达式前,先给出一个定理^[18].

定理 1 设信道矩阵 \mathbf{H} 是一个 $n \times p$ 维的、元素为均值为 0、单位方差的复高斯循环对称随机变量的矩阵,设 $\mathbf{\Phi}$ 是发送信号的协方差矩阵,其为一个 $n \times n$ 的正定矩阵,定义 $n_{\min} = \min(n, p)$, 则 MIMO 信道的平均可达速率可以表示为

$$\begin{aligned} C(n, p, \mathbf{\Phi}) &= E_{(\mathbf{H})} \{ \log_2 |\mathbf{I}_p + \mathbf{H} \mathbf{\Phi} \mathbf{H}^H| \} \\ &= \frac{K}{\ln 2} \sum_{k=1}^{n_{\min}} \det(\mathbf{Q}^{(k)}) \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $K = \frac{(-1)^{p(n - n_{\min})}}{\Gamma_{n_{\min}}(p)} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{\delta} \chi_i^{p} \alpha_{(i)}}{\prod_{i=1}^{\delta} \Gamma_{\chi_i}(\chi_i) \prod_{i < j} (\alpha_{(i)} - \alpha_{(j)})^{\chi_i \chi_j}}$,

$\Gamma_k(n) = \prod_{i=1}^k (n - i)!$, $\alpha_{(1)} > \alpha_{(2)} > \dots > \alpha_{(\delta)}$ 是 $\mathbf{\Phi}^{-1}$ 的 δ

个不同的特征值,其重数分别为 $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_\delta$, 满足 n

$= \sum_{i=1}^{\delta} \chi_i \cdot \mathbf{Q}^{(k)}$ 矩阵的元素如式(14)所示:

$$q_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} (-1)^{d_i} \frac{\varphi(i,j)!}{(\alpha_{(e_i)})^{\varphi(i,j)+1}}, & 1 \leq j \leq n_{\min}, j \neq k \\ (-1)^{d_i} \varphi(i,j)! e^{\alpha_{(e_i)}} \\ \times \sum_{l=0}^{\varphi(i,j)} \frac{\Gamma(l - \varphi(i,j), \alpha_{(e_i)})}{(\alpha_{(e_i)})^{l+1}}, & 1 \leq j \leq n_{\min}, j = k \\ (\alpha_{(e_i)})^{n-j-d_i} \frac{(n-j)!}{(n-j-d_i)!}, & n_{\min} + 1 \leq j \leq n \end{cases} \quad (14)$$

其中, e_i 是满足不等式 $\chi_1 + \dots + \chi_{e_i-1} < i \leq \chi_1 + \dots + \chi_{e_i}$ 的

正整数, $d_i = \sum_{k=1}^{e_i} \chi_k - i$, $\Gamma(a, b) = \int_b^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx$ 是不完整伽马函数, $\varphi(i, j) = p - n_{\min} + j - 1 + d_i$.

定理1的证明参阅文献[18].

根据定理1, MIMO 信道的平均可达速率是天线数 n, p , 以及信号协方差矩阵 Φ 的函数, 可以表示为对 n_{\min} 个非对称矩阵求行列式之和的形式. 接下来我们利用定理1推导出 \bar{R}_E 的解析表达式, 进而求出系统的平均可达保密和速率.

根据公式 $\log_2 |\mathbf{I} + \mathbf{X}\mathbf{Y}^{-1}| = \log_2 |\mathbf{X} + \mathbf{Y}| - \log_2 |\mathbf{Y}|$, \bar{R}_E 可以进一步改写为

$$\begin{aligned} \bar{R}_E &= \mathbb{E} \left(\frac{g_{AE1}, g_{AE2}}{g_{BE1}, g_{BE2}} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \frac{\mathbf{K}_{E1}}{\sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{K}_{E2}} \right| \right\} \right) \\ &= \mathbb{E} \left(\frac{g_{AE1}, g_{AE2}}{g_{BE1}, g_{BE2}} \left\{ \log_2 \left| \sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{K}_{E1} + \mathbf{K}_{E2} \right| \right\} \right) \\ &\quad - \mathbb{E}_{(G_{AE2}, G_{BE2})} \left\{ \log_2 \left| \sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{K}_{E2} \right| \right\} \\ &= \mathbb{E}_{(G_1)} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H \right| \right\} \\ &\quad - \mathbb{E}_{(G_2)} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H \right| \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $\mathbf{G}_1 = [\mathbf{G}_{AE1}, \mathbf{G}_{BE1}, \mathbf{G}_{AE2}, \mathbf{G}_{BE2}] \in \mathbb{C}^{N_E \times 2N_1}$, $\mathbf{G}_2 = [\mathbf{G}_{AE2}, \mathbf{G}_{BE2}] \in \mathbb{C}^{N_E \times (2N_1 - 2N_r)}$, 仍然为标准复高斯矩阵; $\Psi_1 \in \mathbb{C}^{2N_1 \times 2N_1}$, $\Psi_2 \in \mathbb{C}^{(2N_1 - 2N_r) \times (2N_1 - 2N_r)}$ 是与 $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$ 相对应的半正定对角系数矩阵, 其定义为

$$\Psi_1 = \text{diag} \left\{ \frac{\tau_A}{\sigma_E^2} \Sigma_A, \frac{\tau_B}{\sigma_E^2} \Sigma_B, \frac{\omega_A}{\sigma_E^2} \mathbf{I}_{N_1 - N_r}, \frac{\omega_B}{\sigma_E^2} \mathbf{I}_{N_1 - N_r} \right\} \quad (16)$$

$$\Psi_2 = \text{diag} \left\{ \frac{\omega_A}{\sigma_E^2} \mathbf{I}_{N_1 - N_r}, \frac{\omega_B}{\sigma_E^2} \mathbf{I}_{N_1 - N_r} \right\}$$

因为 Ψ_1, Ψ_2 的半正定性, 并不能直接运用定理1对式(15)进行推导. 先对 $\mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H, \mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H$ 进行变形. 将 $\mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H, \mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H$ 分别改写为 $\sum_{k=1}^{2N_1} \lambda_k \mathbf{g}_{1k} \mathbf{g}_{1k}^H + \sum_{i=1}^{2N_1 - 2N_r} \mu_i \mathbf{g}_{2i} \mathbf{g}_{2i}^H$ 的形式, 其中 \mathbf{g}_{1k} 是 \mathbf{G}_1 的第 k 列, \mathbf{g}_{2i} 是 \mathbf{G}_2 的第 i 列. 记 λ_k 是 Ψ_1 的第 k 个对角元素, μ_i 是 Ψ_2 的第 i 个对角元

素, λ_k 和 μ_i 为正数或为0. 定义 N_1, N_2 分别为 Ψ_1, Ψ_2 中正对角元素的个数, D_1 是满足 λ_k 为正数的下标 k 的集合, D_2 是满足 μ_i 为正数的下标 i 的集合. $\mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H, \mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H$ 可以表示为

$$\mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H = \sum_{k=1}^{2N_1} \lambda_k \mathbf{g}_{1k} \mathbf{g}_{1k}^H = \sum_{j \in D_1} \lambda_j \mathbf{g}_{1j} \mathbf{g}_{1j}^H = \mathbf{G}_{11} \Psi_{11} \mathbf{G}_{11}^H \quad (17)$$

$$\mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H = \sum_{i=1}^{2N_1 - 2N_r} \mu_i \mathbf{g}_{2i} \mathbf{g}_{2i}^H = \sum_{l \in D_2} \mu_l \mathbf{g}_{2l} \mathbf{g}_{2l}^H = \mathbf{G}_{21} \Psi_{21} \mathbf{G}_{21}^H \quad (18)$$

其中, \mathbf{G}_{11} 是一个 $N_E \times N_1$ 的复高斯随机矩阵, 其列向量为 $\mathbf{g}_{1j} (j \in D_1)$, \mathbf{G}_{21} 是一个 $N_E \times N_2$ 的复高斯随机矩阵, 其列向量为 $\mathbf{g}_{2l} (l \in D_2)$; Ψ_{11} 是一个 $N_1 \times N_1$ 维的正定对角矩阵, 其对角元素为 $\lambda_j (j \in D_1)$, Ψ_{21} 是一个 $N_2 \times N_2$ 维的正定对角矩阵, 其对角元素为 $\mu_l (l \in D_2)$. 由于 Ψ_{11}, Ψ_{21} 为正定矩阵, 因此应用定理1得到

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}_{(G_1)} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_1 \Psi_1 \mathbf{G}_1^H \right| \right\} \\ &= \mathbb{E}_{(G_{11})} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_{11} \Psi_{11} \mathbf{G}_{11}^H \right| \right\} = C(N_1, N_E, \Psi_{11}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}_{(G_2)} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_2 \Psi_2 \mathbf{G}_2^H \right| \right\} \\ &= \mathbb{E}_{(G_{21})} \left\{ \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_E} + \mathbf{G}_{21} \Psi_{21} \mathbf{G}_{21}^H \right| \right\} = C(N_2, N_E, \Psi_{21}) \end{aligned} \quad (20)$$

将式(19)、(20)代入式(15), 得到 E 的平均窃听速率为

$$\bar{R}_E = C(N_1, N_E, \Psi_{11}) - C(N_2, N_E, \Psi_{21}) \quad (21)$$

将式(21)代入式(12), 得到系统平均可达保密和速率为

$$\bar{R}_S = [R_{AB} + R_{BA} - C(N_1, N_E, \Psi_{11}) + C(N_2, N_E, \Psi_{21})]^+ \quad (22)$$

上式中, $N_1, N_2, \Psi_{11}, \Psi_{21}$ 决定于半正定对角矩阵 Ψ_1, Ψ_2 , 而 Ψ_1, Ψ_2 则由对角矩阵 Σ_A, Σ_B 和功率分配因子 ϕ_A, ϕ_B 决定. 因此, 系统的平均可达保密和速率为 $\Sigma_A, \Sigma_B, \phi_A, \phi_B$ 的函数.

4 平均保密和速率的优化

4.1 优化问题构造

根据上节推导的结果, 可通过优化 $\Sigma_A, \Sigma_B, \phi_A, \phi_B$ 的设置使系统平均可达保密和速率最大化, 优化问题可以表述为

$$\begin{aligned} \max_{\phi_A, \phi_B, \Sigma_A, \Sigma_B} \quad & \bar{R}_S = [R_{AB} + R_{BA} - \bar{R}_E]^+ \\ \text{s. t.} \quad & \Sigma_A, \Sigma_B \geq 0, \\ & \phi_A, \phi_B \in (0, 1], \\ & \text{tr}(\Sigma_A) = 1, \text{tr}(\Sigma_B) = 1 \end{aligned} \quad (23)$$

需要优化的变量有:(1) A, B 节点的信号功率分配

对角矩阵 Σ_A, Σ_B ; (2) A, B 节点的信号和人工噪声功率的分配因子 ϕ_A, ϕ_B .

由式(8)、(9)、(11)可知, $R_{AB}, R_{BA}, \bar{R}_E$ 都是 $\Sigma_A, \Sigma_B, \phi_A, \phi_B$ 的函数. 对于 \bar{R}_E 闭式表达式中的 $C(N_1, N_E, \Psi_{11})$, Ψ_{11} 与 Σ_A, Σ_B 相关. 因为 Σ_A, Σ_B 至少包含 $\text{rank}(\Sigma_A)$ 维、 $\text{rank}(\Sigma_B)$ 维非零变量, 因此 Ψ_{11} 是由多元变量组成的对角矩阵. 根据式(13), $C(N_1, N_E, \Psi_{11})$ 表示对 $\min(N_1, N_E)$ 个包含多元变量的非对称矩阵的行列式求和, 对其进行优化的难度十分大.

为降低优化的难度, 考虑先获得 \bar{R}_E 的一个与 Σ_A, Σ_B 无关的上界, 相应获得保密速率 \bar{R}_S 的下界, 改为对该下界进行优化.

定理 2 \bar{R}_E 的一个上界为

$$\bar{R}_E \leq \bar{R}_{EU} \triangleq C(N_3, N_E, \Psi_{31}) - C(N_2, N_E, \Psi_{21}) + N_E(\log_2 \beta - \log_2 \sigma_E^2) \quad (24)$$

其中, $\beta = \sigma_E^2 + \tau_A + \tau_B$, N_3 是半正定对角矩阵 $\Psi_3 = \text{diag}\left\{\frac{\omega_A}{\beta} I_{N_1-N_r}, \frac{\omega_B}{\beta} I_{N_1-N_r}\right\}$ 中的正对角元素个数, Ψ_{31} 是由 Ψ_3 的 N_3 个正对角元素组成的正定对角矩阵.

证明 对数函数是一个严格的上凸函数, 根据詹森不等式^[19], 有

$$\begin{aligned} \bar{R}_E &= E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 \left| I_{N_E} + \frac{K_{E1}}{\sigma_E^2 I_{N_E} + K_{E2}} \right| \right\} \\ &\leq E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 \left| I_{N_E} + \frac{E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \{K_{E1}\}}{\sigma_E^2 I_{N_E} + K_{E2}} \right| \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

其中, $E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \{K_{E1}\}$ 可以表示为

$$\begin{aligned} E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \{K_{E1}\} &= \tau_A E_{(G_{AE1})} \{G_{AE1} \Sigma_A G_{AE1}^H\} \\ &\quad + \tau_B E_{(G_{BE1})} \{G_{BE1} \Sigma_B G_{BE1}^H\} \\ &= \tau_A E_{(c_{A_i})} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} \zeta_{A_i} c_{A_i} c_{A_i}^H \right\} \\ &\quad + \tau_B E_{(c_{B_j})} \left\{ \sum_{j=1}^{N_r} \zeta_{B_j} c_{B_j} c_{B_j}^H \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $c_{A_i} \in \mathbb{C}^{N_E \times 1}, c_{B_j} \in \mathbb{C}^{N_E \times 1}$ 分别为 G_{AE1} 的第 i 列向量, G_{BE1} 的第 j 列向量. 因为 G_{AE1}, G_{BE1} 为标准复高斯矩阵,

因此 $E_{(c_{A_i})} \{c_{A_i} c_{A_i}^H\} = I_{N_E}, E_{(c_{B_j})} \{c_{B_j} c_{B_j}^H\} = I_{N_E}$. 由于 $\sum_{i=1}^{N_r} \zeta_{A_i}$

$= 1, \sum_{j=1}^{N_r} \zeta_{B_j} = 1$, 故 $E_{(c_{A_i})} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} \zeta_{A_i} c_{A_i} c_{A_i}^H \right\} = I_{N_E}$,

$E_{(c_{B_j})} \left\{ \sum_{j=1}^{N_r} \zeta_{B_j} c_{B_j} c_{B_j}^H \right\} = I_{N_E}$, $E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \{K_{E1}\} = (\tau_A + \tau_B) I_{N_E}$;

代入式(25)得到

$$\begin{aligned} \bar{R}_E &\leq E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 \left| I_{N_E} + \frac{(\tau_A + \tau_B) I_{N_E}}{\sigma_E^2 I_{N_E} + K_{E2}} \right| \right\} \\ &= E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 |\beta I_{N_E} + K_{E2}| \right\} \\ &\quad - E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 |\sigma_E^2 I_{N_E} + K_{E2}| \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 |I_{N_E} + G_2 \Psi_3 G_2^H| \right\} + N_E \log_2 \beta \\ &\quad - E_{(G_{AE1}, G_{BE1})} \left\{ \log_2 |I_{N_E} + G_2 \Psi_2 G_2^H| \right\} - N_E \log_2 \sigma_E^2 \\ &= C(N_3, N_E, \Psi_{31}) - C(N_2, N_E, \Psi_{21}) \\ &\quad + N_E(\log_2 \beta - \log_2 \sigma_E^2) \end{aligned} \quad (27)$$

证毕.

将窃听速率的上界 \bar{R}_{EU} 代入式(12), 可得系统平均可达保密和速率的下界为

$$\bar{R}_S \geq \bar{R}_{SL} = R_{AB} + R_{BA} - \bar{R}_{EU} \quad (28)$$

其中, R_{AB}, R_{BA} 与 $\Sigma_A, \Sigma_B, \phi_A, \phi_B$ 有关, \bar{R}_{EU} 只与 ϕ_A, ϕ_B 有关. 将对保密和速率的最大化改为最大化其下界, 优化问题改为

$$\begin{aligned} &\max_{\phi_A, \phi_B, \Sigma_A, \Sigma_B} \bar{R}_{SL} \\ \text{s. t. } &\Sigma_A, \Sigma_B \geq 0, \\ &\phi_A, \phi_B \in (0, 1], \\ &\text{tr}(\Sigma_A) = 1, \text{tr}(\Sigma_B) = 1 \end{aligned} \quad (29)$$

由于同时获得使 \bar{R}_{SL} 最大的 $\Sigma_A, \Sigma_B, \phi_A, \phi_B$ 的解并不容易, 因此, 本文采用迭代的方式求解上述优化问题, 将 4 个优化变量分为 (Σ_A, Σ_B) 和 (ϕ_A, ϕ_B) 两组, 交替地固定一组变量优化另一组变量, 最终得到最优的 $(\Sigma_A^*, \Sigma_B^*, \phi_A^*, \phi_B^*)$ 的解. 后面将证明这样的迭代优化过程是收敛的.

4.2 功率分配对角矩阵 Σ_A, Σ_B 的优化

本节讨论在信号与人工噪声的功率分配因子 ϕ_A, ϕ_B 固定下, 信号功率分配对角矩阵 Σ_A, Σ_B 的优化.

因为 \bar{R}_{EU} 已经与 Σ_A, Σ_B 解耦, 在对功率分配对角矩阵 Σ_A, Σ_B 的优化过程中, \bar{R}_{EU} 可以看成常数, 因此仅需优化 Σ_A, Σ_B 使 $R_{AB} + R_{BA}$ 最大化.

将 R_{AB} 重写为

$$R_{AB} = f_1(\Sigma_A, \Sigma_B) - f_2(\Sigma_B) \quad (30)$$

其中, $f_1(\Sigma_A, \Sigma_B), f_2(\Sigma_B)$ 为严格的上凸函数:

$$f_1(\Sigma_A, \Sigma_B) = \log_2 |F_B + \tau_A H_{AB1} \Sigma_A H_{AB1}^H + \rho_B \tau_B H_{BB1} \Sigma_B H_{BB1}^H| \quad (31)$$

$$f_2(\Sigma_B) = \log_2 |F_B + \rho_B \tau_B H_{BB1} \Sigma_B H_{BB1}^H| \quad (32)$$

其中, $F_B = \sigma_B^2 I_{N_r} + \rho_B \omega_B H_{BB2} H_{BB2}^H$.

同理, R_{BA} 重写为

$$R_{BA} = f_3(\Sigma_A, \Sigma_B) - f_4(\Sigma_A) \quad (33)$$

其中, $f_3(\Sigma_A, \Sigma_B), f_4(\Sigma_A)$ 为严格的上凸函数:

$$f_3(\Sigma_A, \Sigma_B) = \log_2 |F_A + \tau_B H_{BA1} \Sigma_B H_{BA1}^H + \rho_A \tau_A H_{AA1} \Sigma_A H_{AA1}^H| \quad (34)$$

$$f_4(\Sigma_A) = \log_2 |F_A + \rho_A \tau_A H_{AA1} \Sigma_A H_{AA1}^H| \quad (35)$$

其中, $F_A = \sigma_A^2 I_{N_r} + \rho_A \omega_A H_{AA2} H_{AA2}^H$.

R_{AB}, R_{BA} 为两个上凸函数之差, 可以使用 DC 规划使其最大化. 将 $f_2(\Sigma_B)$ 在 $\tilde{\Sigma}_B$ 处进行一阶泰勒展开, 得到其线性近似函数 $\tilde{f}_2(\Sigma_B)$:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_2(\Sigma_B) = & \log_2 |F_B + \rho_B \tau_B H_{BB1} \tilde{\Sigma}_B H_{BB1}^H| \\ & + \frac{1}{\ln 2} \text{tr} [M_1 \rho_B \tau_B H_{BB1} (\Sigma_B - \tilde{\Sigma}_B) H_{BB1}^H] \end{aligned} \quad (36)$$

其中, $M_1 = (F_B + \rho_B \tau_B H_{BB1} \tilde{\Sigma}_B H_{BB1}^H)^{-1}$.

同理, 将 $f_4(\Sigma_A)$ 在 $\tilde{\Sigma}_A$ 处进行一阶泰勒展开, 得到其线性近似函数 $\tilde{f}_4(\Sigma_A)$:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_4(\Sigma_A) = & \log_2 |F_A + \rho_A \tau_A H_{AA1} \tilde{\Sigma}_A H_{AA1}^H| \\ & + \frac{1}{\ln 2} \text{tr} [M_2 \rho_A \tau_A H_{AA1} (\Sigma_A - \tilde{\Sigma}_A) H_{AA1}^H] \end{aligned} \quad (37)$$

其中, $M_2 = (F_A + \rho_A \tau_A H_{AA1} \tilde{\Sigma}_A H_{AA1}^H)^{-1}$.

R_{AB}, R_{BA} 可以近似为

$$R_{AB} \approx \bar{R}_{AB} = f_1(\Sigma_A, \Sigma_B) - \tilde{f}_2(\Sigma_B) \quad (38)$$

$$R_{BA} \approx \bar{R}_{BA} = f_3(\Sigma_A, \Sigma_B) - \tilde{f}_4(\Sigma_A) \quad (39)$$

$\bar{R}_{AB}, \bar{R}_{BA}$ 为关于 Σ_A 与 Σ_B 的上凸函数.

将式(28)中的 R_{AB}, R_{BA} 用其近似 $\bar{R}_{AB}, \bar{R}_{BA}$ 代替, 得到 \bar{R}_{SL} 的近似函数为

$$\begin{aligned} \bar{R}_{SL} = & f_1(\Sigma_A, \Sigma_B) + f_3(\Sigma_A, \Sigma_B) \\ & - \tilde{f}_2(\Sigma_B) - \tilde{f}_4(\Sigma_A) - \bar{R}_{EU} \end{aligned} \quad (40)$$

\bar{R}_{SL} 也为关于 Σ_A, Σ_B 的上凸函数, 因此, 可采用凸优化工具(如 cvx)获取使 \bar{R}_{SL} 取值最大的对角矩阵 $(\Sigma_A^{\text{opt}}, \Sigma_B^{\text{opt}})$, 优化 Σ_A, Σ_B 的 DC 规划如算法 1 所示.

算法 1 求解 (Σ_A^*, Σ_B^*) 的 DC 规划算法

1. $\tilde{\Sigma}_{A_0} = \frac{1}{N_r} I_{N_r}, \tilde{\Sigma}_{B_0} = \frac{1}{N_r} I_{N_r}, j=0$ % 迭代起始点, j 为迭代步数
2. do
3. $(\Sigma_A^{\text{opt}}, \Sigma_B^{\text{opt}}) = \arg \max_{\Sigma_A, \Sigma_B} \bar{R}_{SL}(\tilde{\Sigma}_{A_j}, \tilde{\Sigma}_{B_j})$
4. $(\tilde{\Sigma}_{A_{j+1}}, \tilde{\Sigma}_{B_{j+1}}) = (\Sigma_A^{\text{opt}}, \Sigma_B^{\text{opt}})$
5. if $-\varepsilon_1 \leq \|\tilde{\Sigma}_{A_{j+1}}\|_F - \|\tilde{\Sigma}_{A_j}\|_F \leq \varepsilon_1$ 且 $-\varepsilon_1 \leq \|\tilde{\Sigma}_{B_{j+1}}\|_F - \|\tilde{\Sigma}_{B_j}\|_F \leq \varepsilon_1$ then
6. $(\Sigma_A^*, \Sigma_B^*) = (\Sigma_A^{\text{opt}}, \Sigma_B^{\text{opt}})$
7. break
8. else
9. $j = j + 1$
10. end if
11. end while

当满足条件 $-\varepsilon_1 \leq \|\tilde{\Sigma}_{A_{j+1}}\|_F - \|\tilde{\Sigma}_{A_j}\|_F \leq \varepsilon_1$ 且 $-\varepsilon_1 \leq \|\tilde{\Sigma}_{B_{j+1}}\|_F - \|\tilde{\Sigma}_{B_j}\|_F \leq \varepsilon_1$ 时(其中, $\|\cdot\|_F$ 代表矩阵的 Frobenius 范数, ε_1 为较小的正常数), 算法收敛, 即可得到使得 \bar{R}_{SL} 最大的解 (Σ_A^*, Σ_B^*) . 根据文献[11]的定理 2, 解 (Σ_A^*, Σ_B^*) 也是 \bar{R}_{SL} 的一个优化解.

4.3 功率分配因子 ϕ_A, ϕ_B 的优化

本节讨论当 Σ_A, Σ_B 固定时, ϕ_A, ϕ_B 的优化.

由式(8)、(9)、(24)可知, 在功率分配对角矩阵给定的条件下, $R_{AB}, R_{BA}, \bar{R}_{EU}$ 为关于功率分配因子 (ϕ_A, ϕ_B) 的二元高次函数. 因此, 无法得到使 \bar{R}_{SL} 最大的 (ϕ_A, ϕ_B)

的解析解.

遗传算法通过模拟自然界优胜劣汰的进化现象, 在求解复杂优化问题中具有较高的求解效率. 本文采用遗传算法对功率分配因子进行优化. 记初始种群中个体数目为 N_{im} , 遗传代沟为 γ , 交叉概率为 p_c , 变异概率为 p_m . 遗传算法的流程如图 2 所示, 其中 t 表示遗传代数, 具体说明如下.

步骤 1: 编码和初始化种群, 即首先按均匀分布随机产生 N_{im} 组变量 (ϕ_A, ϕ_B) , 设定每组变量的编码序列长度为 2η , 编码序列中的每个 0 或 1 为基因, 编码后的 (ϕ_A, ϕ_B) 为个体, 由 N_{im} 个个体组成初始种群 ($t=0$).

步骤 2: 判断遗传代数 t 是否达到设定的最大值 T , 如果达到最大遗传代数, 则退出, 否则进行下一步.

步骤 3: 根据每个个体对应的优化目标 \bar{R}_{SL} 值, 分配种群中个体的适应度值. 个体对应的目标 \bar{R}_{SL} 值越大, 则分配给个体的适应度值越大.

步骤 4: 选择, 即对个体的适应度值进行降序排序, 然后根据遗传代沟 γ , 从第 t 代种群中选择 $N_{\text{im}} \times \gamma$ 个个体作为第 $t+1$ 代个体的父本. 这里采用遍历随机抽样的方式对个体进行选择, 以获得更快的收敛速度.

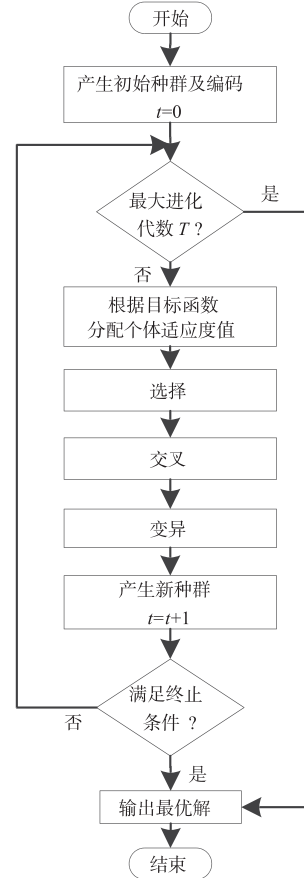


图2 遗传算法流程图

步骤 5:交叉,即随机将步骤 4 中的父本个体两两配对,并以交叉概率 p_c 交换配对个体的部分基因,以产生具有新基因的子代. 这里采用单点交叉的方式.

步骤 6:变异,即随机选择一定数量的个体,对选中的个体以变异概率 p_m 随机地改变其编码序列中的某个基因的值,以产生具有新基因的个体.

步骤 7:将步骤 6 产生的 $t+1$ 代的 $N_{\text{int}} \times \gamma$ 个个体重新插入到第 t 代种群(重插入是一个随机复制替换的过程),生成第 $t+1$ 代的 N_{int} 个个体,组成第 $t+1$ 代种群,并将该代($t+1$ 代)中最大的 \bar{R}_{SL} 值及其对应的 (ϕ_A, ϕ_B) 存储在表格中.

步骤 8:判断遗传算法是否满足停止条件,如果不满足,返回步骤 2;如果满足,执行下一步. 本文以种群个体适应度值的方差小于参数 ε_2 作为终止条件.

步骤 9:从当前种群中选择出最优个体作为优化问题最终的最优解,即使得优化目标 \bar{R}_{SL} 最大的 (ϕ_A^*, ϕ_B^*) .

4.4 联合优化

上两节分别给出了在功率分配因子固定的前提下,使用 DC 规划实现 Σ_A, Σ_B 的优化,以及在固定 Σ_A, Σ_B 的条件下,使用遗传算法优化 ϕ_A, ϕ_B . 全局最优的 $\Sigma_A^*, \Sigma_B^*, \phi_A^*, \phi_B^*$ 则通过联合迭代的算法 2 进行求解,其中 ε_3 表示较小的正常数.

算法 2 功率分配矩阵 Σ_A^*, Σ_B^* 和功率分配因子 ϕ_A^*, ϕ_B^* 的联合优化

```

1.  $\phi_{A_0} = 1, \phi_{B_0} = 1, \Sigma_{A_0} = \frac{1}{N_r} \mathbf{I}_{N_r}, \Sigma_{B_0} = \frac{1}{N_r} \mathbf{I}_{N_r}, i = 0$  % 初始化
2. do
3.  $(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}}) = \arg \max_{\Sigma_A, \Sigma_B} \bar{R}_{\text{SL}}(\phi_{A_i}, \phi_{B_i})$  % DC 规划优化  $\Sigma_A, \Sigma_B$ 
4.  $(\phi_{A_{i+1}}, \phi_{B_{i+1}}) = \arg \max_{\phi_A, \phi_B} \bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}})$  % 遗传算法优化  $\phi_A, \phi_B$ 
5. if  $|\phi_{A_i} - \phi_{A_{i+1}}| \leq \varepsilon_3$  且  $|\phi_{B_i} - \phi_{B_{i+1}}| \leq \varepsilon_3$ 
6.  $\phi_A^* = \phi_{A_{i+1}}, \phi_B^* = \phi_{B_{i+1}}, \Sigma_A^* = \Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_B^* = \Sigma_{B_{i+1}}$ 
7. break;
8. else
9.  $i = i + 1$ 
10. end if
11. end while

```

算法 2 在每一轮的迭代中交替地固定功率分配因子和信息信号功率分配矩阵,获取新的使得目标函数值最大的功率分配矩阵和分配因子. 实际上每一轮迭代后平均可达保密和速率一定不小于上一轮迭代.

命题 1

$$\bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}}, \phi_{A_{i+1}}, \phi_{B_{i+1}}) \geq \bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_i}, \Sigma_{B_i}, \phi_{A_i}, \phi_{B_i}) \quad (41)$$

证明 算法 2 步骤 3 是在固定 (ϕ_{A_i}, ϕ_{B_i}) 的条件下,优化 $(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}})$ 使目标 $\bar{R}_{\text{SL}}(\phi_{A_i}, \phi_{B_i})$ 最大化,因此

必有

$$\bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}}, \phi_{A_i}, \phi_{B_i}) \geq \bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_i}, \Sigma_{B_i}, \phi_{A_i}, \phi_{B_i}) \quad (42)$$

算法 2 步骤 4 是在固定 $(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}})$ 的条件下,优化 $(\phi_{A_{i+1}}, \phi_{B_{i+1}})$ 以最大化目标 $\bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}})$, 因此有

$$\bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}}, \phi_{A_{i+1}}, \phi_{B_{i+1}}) \geq \bar{R}_{\text{SL}}(\Sigma_{A_{i+1}}, \Sigma_{B_{i+1}}, \phi_{A_i}, \phi_{B_i}) \quad (43)$$

由式(42)、(43)可得,命题 1 成立.

证毕.

4.5 复杂度分析

本文的优化算法包括 DC 规划和遗传算法. 文献[20]给出 DC 规划的复杂度近似为 $O(\omega^{3.5} \log_{10}(1/\nu))$, 其中 ω 代表优化变量个数, ν 为给定的精度, 因此本文 DC 规划的复杂度为 $O((2N_r)^{3.5} \log_{10}(1/\varepsilon_1))$. 遗传算法中对个体适应度值的分配, 涉及到对个体目标函数值 \bar{R}_{SL} 的计算, 在算法中“贡献”了主要的复杂度. 根据 \bar{R}_{SL} 相关的表达式(16)、(8)、(9)、(24), \bar{R}_{SL} 的计算主要为矩阵行列式的求解. 一个矩阵行列式求解的复杂度为 $O(n^3)$ (n 为矩阵维度), 因此 \bar{R}_{SL} 的计算复杂度为 $J = O(2N_r^3 + \min(N_2, N_E)N_2^3 + \min(N_3, N_E)N_3^3)$. 相应, 遗传算法的复杂度近似为 $t_{\text{end}}N_{\text{int}}J$, 其中 t_{end} 表示遗传终止代数, 满足 $t_{\text{end}} \leq T$. 联合迭代算法的复杂度近似为 $O((2N_r)^{3.5} \log_{10}(1/\varepsilon_1) + t_{\text{end}}N_{\text{int}}J)\Theta$, 其中 Θ 为联合迭代算法中的迭代轮数.

5 仿真

本节对系统的保密性能进行仿真. 仿真中, 所有信道为独立同分布的平坦瑞利衰落信道且服从均值为 0、方差为 1 的复高斯分布, 噪声方差 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_E^2 = 1$, 自干扰残余因子 $\rho_A = \rho_B = 0.1$. 遗传算法中 $N_{\text{int}} = 20, \gamma = 0.9, p_c = 0.7, p_m = 0.02, \eta = 20, T = 100$, 参数 $\varepsilon_1 = 0.01, \varepsilon_2 = 10^{-4}, \varepsilon_3 = 0.01$. 如果没有特别说明, 仿真中合法节点天线数 $N = 6$, 其中 $N_1 = 4, N_r = 2$; 窃听天线 $N_E = 2$.

5.1 特定主信道和自干扰信道矩阵下的仿真

先在信道矩阵固定的条件下, 给出优化过程中的仿真结果. 仿真中 A, B 节点的发送功率为 10dBW. 主信道和自干扰信道矩阵值如下:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}_{AB} &= \begin{bmatrix} 0.38 + 2.53i & -1.60 - 0.95i & 0.23 + 0.51i & -0.31 + 0.51i \\ 1.30 + 1.96i & 0.61 + 2.15i & -0.92 - 0.04i & 0.24 - 0.14i \end{bmatrix} \\
 \mathbf{H}_{BA} &= \begin{bmatrix} -0.09 + 0.35i & 1.00 + 0.51i & 0.47 + 0.21i & 0.51 + 0.63i \\ 1.05 + 0.73i & 1.00 - 0.21i & -0.85 - 0.56i & 1.15 - 0.81i \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$H_{AA} = \begin{bmatrix} -0.76 - 0.07i & -2.08 + 0.23i & 0.23 - 0.61i & 0.97 - 0.12i \\ -0.57 - 0.17i & 1.01 + 0.22i & -0.53 - 0.02i & -1.21 + 0.44i \end{bmatrix}$$

$$H_{BB} = \begin{bmatrix} 0.77 - 0.54i & -0.61 - 0.16i & -0.86 - 0.77i & -0.01 + 0.39i \\ 0.78 + 0.26i & 0.05 + 0.79i & -0.79 + 0.02i & 1.08 + 0.78i \end{bmatrix}$$

首先对 DC 规划算法的有效性进行验证, 固定 $\phi_A = \phi_B = 1$, 每次迭代后的功率分配矩阵、平均保密和速率 \bar{R}_S 及其下界的近似值 \bar{R}_{SL} 、准确值 R_{SL} 、 \bar{R}_{SL} 与 R_{SL} 之间的相对误差 $\Delta = |\bar{R}_{SL} - R_{SL}|/\bar{R}_{SL}$ 见表 1. 如表 1 所示, 每次迭代后, \bar{R}_S 、 \bar{R}_{SL} 、 R_{SL} 都会增加, 且随迭代次数的增加, \bar{R}_{SL} 与 R_{SL} 之间的差距会逐渐减小, 当算法收敛时, Δ 仅为 1.48×10^{-5} , 说明 DC 规划通过优化 \bar{R}_{SL} 找出的 (Σ_A^*, Σ_B^*) 能逼近原 R_{SL} 的一个优化解.

表 1 DC 规划中每次迭代的 Σ_{A_i} , Σ_{B_i} 与 \bar{R}_{SL} , R_{SL} , \bar{R}_S 以及 Δ 的取值变化表

变量次数	Σ_{A_i}	Σ_{B_i}	\bar{R}_{SL}	R_{SL}	相对误差 Δ	\bar{R}_S
$i=0$	diag{0.5, 0.5}	diag{0.5, 0.5}	—	—	—	—
$i=1$	diag{0.5639, 0.4361}	diag{0.6847, 0.3153}	6.6780	6.7209	6.38×10^{-3}	7.5015
$i=2$	diag{0.5819, 0.4181}	diag{0.7490, 0.2510}	6.7359	6.7417	8.60×10^{-4}	7.5599
$i=3$	diag{0.5875, 0.4125}	diag{0.7732, 0.2268}	6.7438	6.7447	1.33×10^{-4}	7.5797
$i=4$	diag{0.5893, 0.4107}	diag{0.7827, 0.2173}	6.7450	6.7451	1.48×10^{-5}	7.5880

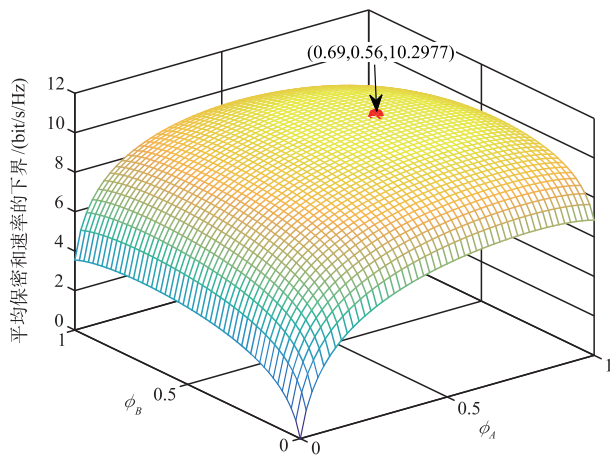


图 3 \bar{R}_{SL} 与功率分配因子 ϕ_A, ϕ_B 的关系

图 5 给出了平均保密和速率随联合迭代算法中迭代轮数的变化情况. 其中, 仿真值是窃听信道随机变化 1×10^5 次的保密速率的平均值. 因为本文是在仅已知窃听信道统计信息的条件下进行的优化, 因此只要主信道状态及窃听信道的统计分布未变化, 窃听信道瞬时状态的变化不改变平均保密和速率的优化结果. 图 5 显示, 每一轮迭代包含两次优化, 即固定 (ϕ_A, ϕ_B) 优化 (Σ_A, Σ_B) , 固定 (Σ_A, Σ_B) 优化 (ϕ_A, ϕ_B) . 迭代开始时, 每次优化后 \bar{R}_{SL} 的数值都有所增加, 经过 2 轮迭代的四次

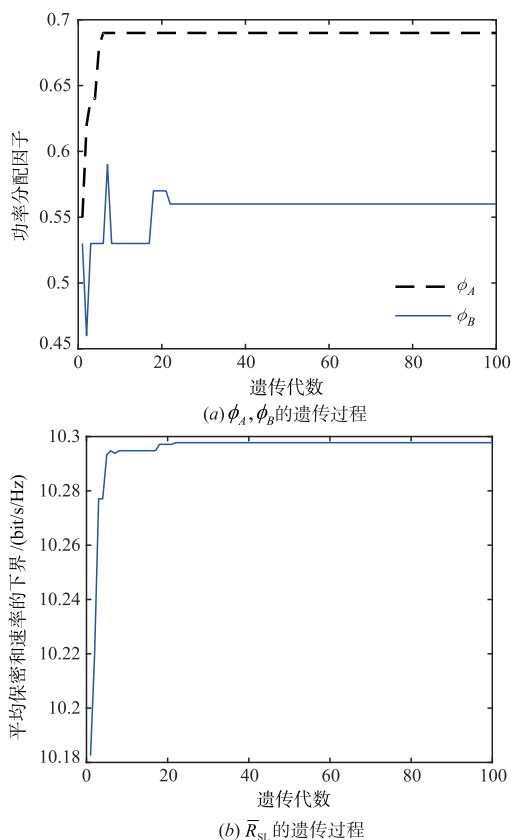
下面验证遗传算法在优化功率分配因子过程中的有效性. 将功率分配对角矩阵固定为表 1 中的 $(\Sigma_{A_4}, \Sigma_{B_4})$, 并对比采用二维遍历搜索和遗传算法获得的最优的 (ϕ_A, ϕ_B) . 图 3 给出采用遍历步长为 0.01 的二维搜索得到的平均保密和速率的下界. 从图 3 中可以看到 \bar{R}_{SL} 是功率分配因子的上凸函数, 其极值点位于 $(0.69, 0.56)$, 对应的极大值也即最大值为 $\bar{R}_{SL} = 10.2977 \text{ bit/s/Hz}$. 二维遍历搜索共需计算 $\bar{R}_{SL} 100 \times 100 = 10000$ 次. 遗传算法中变量 (ϕ_A, ϕ_B) 保留两位小数 (此时遗传算法的精度和二维遍历相同), 其中一次 $\phi_A, \phi_B, \bar{R}_{SL}$ 的遗传过程如图 4 所示. (ϕ_A, ϕ_B) 收敛于 $(0.69, 0.56)$, 对应的 \bar{R}_{SL} 为 10.2977 bit/s/Hz , 与二维遍历的结果相同. 遗传算法对 \bar{R}_{SL} 计算的最大次数为 $T \times N_{\text{ini}} = 100 \times 20 = 2000$ 次, 计算量显著低于二维搜索.

优化后算法即收敛, 且不同信道状态下平均保密和速率随迭代轮数的变化规律类似, 说明本文的迭代算法收敛速率较快. 从图 5 还可以看出, 平均可达保密和速率的理论值和仿真值非常接近, 说明平均保密和速率的理论推导是正确的.

5.2 信道随机变化下的仿真

这一部分给出 2000 组随机信道样本的仿真均值.

图 6(a) 和 6(b) 分别给出了窃听天线固定为 $N_E = 3$ 和 $N_E = 6$ 两种场景下, 分配不同数量收发天线时系统的和速率以及平均保密和速率随发送功率变化的情况, 图 6(c) 是对应的功率分配因子. 仿真显示, 随着发送功率的增加, 平均保密和速率逐渐增大. 从图 6(a) 可以看出, 当窃听天线为 3 时, 在合法节点天线总数一定的条件下, 接收天线越多, 合法信道的信息传输和速率越高, 且在发送功率较低时, 系统的保密和速率也越高. 根据 MIMO 的容量理论, MIMO 系统的传输速率与收发天线中的较小者成正比. 由于本文方案采用零空间人工噪声, 要求发送天线数大于接收天线数, 因此其中数量较少的接收天线数增加则系统的和速率增加. 另一方面, 只要窃听天线数不大于合法节点的发送天线数, 窃听者就不能有效抑制人工噪声对其造成的不利影响, 因此, 在发送总功率较小时, 窃听速率的值相对较小, 系统平均保密和速率主要受合法信道传输和

图4 $\phi_A, \phi_B, \bar{R}_{SL}$ 的遗传过程

速率的影响,能随接收天线的增加而增加.对比6(a)和6(b),可以看出窃听者天线数增加时,同一天线分配下的保密和速率有明显的下降.这是因为窃听者天线数增加,其抑制人工噪声的能力增强,导致系统保密和速率下降.从图6(c)可以看出,当窃听天线数增加时,为

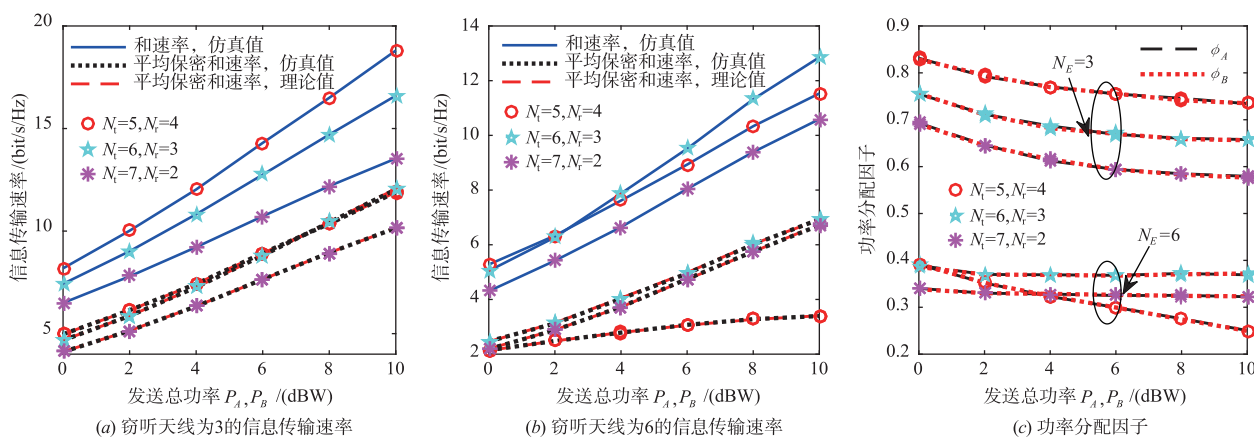


图6 不同天线分配方案下信息传输速率及功率分配因子

图7给出了在发送天线数 $N_t=4$, 接收天线数 $N_r=2$, 窃听天线 $N_e=2$ 的条件下, 功率分配因子固定为 1 (不发送人工噪声) 和 0.5 (用一半的功率发送人工噪

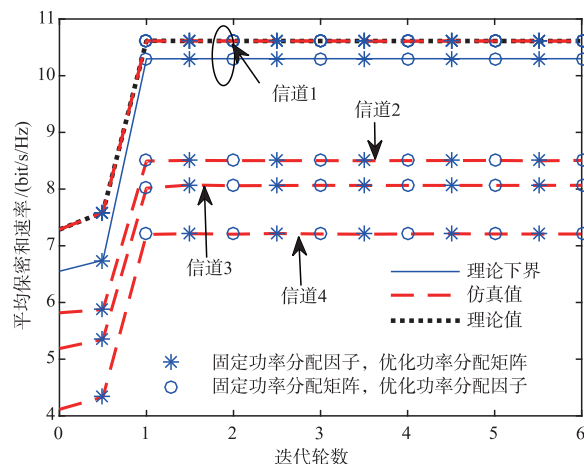


图5 联合迭代优化过程中平均保密和速率随迭代轮数的变化

了有效抑制窃听者的窃听,需要分配更多的功率发送人工噪声.同时仿真也显示,窃听天线为 6 时平均保密和速率并不是接收天线数越多性能越好,而是发送天线数与窃听天线数相同时性能最好.这是因为对于窃听者而言,如果其天线数不大于发送人工噪声的天线数,就不能有效抑制人工噪声的影响,其窃听能力就会受较大的影响.而若窃听天线数大于发送天线数,窃听者就能较为有效地消除人工噪声的影响.另外,图 6(b)也显示合法信道和速率并不是接收天线越多越大,这是因为窃听天线数较多时,若发送天线数较少,需要分配较多的功率发送人工噪声,导致信息信号功率减小,从而导致合法信道速率下降,如图 6(c) 功率分配因子的仿真.图 6(c) 还显示 A、B 节点功率分配因子的平均值是一样的,这是因为仿真中 $A \rightarrow B$ 与 $B \rightarrow A$ 的信道分布特性相同, $A \rightarrow E$ 与 $B \rightarrow E$ 的信道统计特性也是相同的.

声)时,仅对信息信号的功率分配矩阵进行 DC 优化,或注水优化(注水优化忽略全双工自干扰影响)这两种对比方案与本文方案的对比,其中图 7(a) 为平均保密和

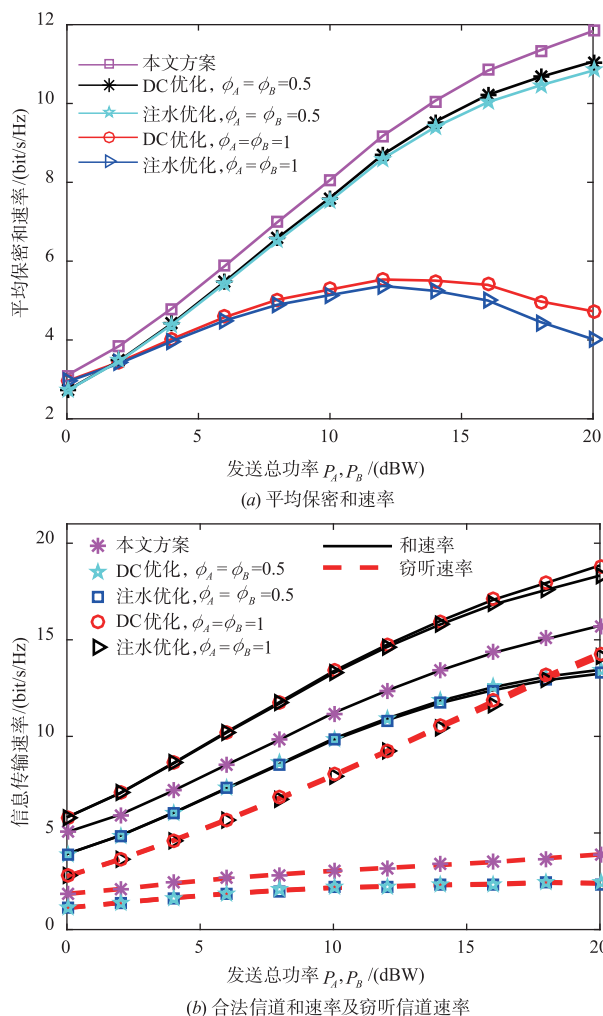


图7 与固定功率分配因子的DC优化和注水优化方案的性能比较

速率的仿真结果,图7(b)为合法信道平均和速率与窃听信道平均速率。从图7可以看出,本文方案由于同时优化了信息信号与人工噪声的功率分配因子,以及信息信号的功率分配矩阵,因此其保密性能要优于两种对比方案。当合法节点发送功率较低时,两种对比方案的平均保密和速率值很接近,这是因为当发送功率较低时,残留的全双工自干扰功率较低,考虑自干扰影响的DC优化和忽略自干扰影响的注水优化性能差距不大。但是随着发送功率的增加,残留自干扰增加,其对优化过程的影响也增大,因此DC优化的保密速率要高于注水优化。此外,图7还显示将全部功率都用于信息信号的传输时,两种对比方案的系统平均保密和速率随功率的增加先缓慢增加,然后转为降低。这是因为随着发送功率的增加,将全部功率发送合法信息,可以增加合法信道传输和速率,在低发送功率区域,和速率与窃听速率同步增长,但由于这两种方案都根据合法信道特性对信息信号功率分配矩阵进行了优化,故合法信道速率高于窃听信道,且差距随功率的增加而有所

增大,因此系统的平均保密和速率增加。但发送功率增加到一定程度之后,合法接收端全双工自干扰已大于信道噪声,成为影响合法接收端接收性能的主要因素,且其随发送功率的增加而同步增加,导致合法信道传输和速率随功率的增大而增长速率逐渐降低。同时,对于窃听端,因为没有人工噪声干扰其接收信息,窃听节点的窃听速率能随发送功率增加而持续增加,其增长速度逐渐大于合法信道,因此系统的平均保密和速率反而随发送功率的增加而下降。该仿真结果表明人工噪声的使用对于提高保密传输速率具有重要的意义,即使是在没有任何窃听信道瞬时状态信息的情况下,采用固定分配人工噪声功率的方法也能改善系统的保密传输速率。

6 总结

本文研究了多天线点对点双向通信系统中的物理层安全方案的设计。系统中,合法节点工作在全双工模式,在接收信息的同时向对方发送保密合法信息,并发送零空间人工噪声干扰窃听节点。考虑存在残余全双工自干扰的情形,在合法信道状态信息已知,窃听信道状态仅统计分布已知的条件下,首先推导了系统平均保密和速率的闭式表达式,在此基础上对信息信号和人工噪声的功率分配和信息信号的功率分配矩阵进行优化,以获得最大的平均保密和速率。为降低优化的难度和复杂度,进一步利用詹森不等式得到平均保密和速率的下界,改为以该下界最大化为目标进行优化。采用迭代的方式分别优化信息信号和人工噪声的功率分配因子和信息信号功率分配矩阵。每轮迭代过程中,先固定功率分配因子,使用DC规划优化信息信号功率分配矩阵,然后固定功率分配矩阵,使用遗传算法优化功率分配因子。对所提方案在信道固定和随机变化两种情况下进行了仿真验证,证明理论推导正确,优化算法能有效地提高平均保密和速率。相比仅优化信息信号功率分配矩阵的两种优化方案,本文方案能获得更高的系统平均保密和速率。

参考文献

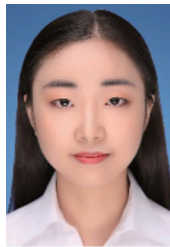
- [1] Sheng Z, Tuan H D, Duong T Q, Poor H V. Beamforming optimization for physical layer security in MISO wireless networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(14): 3710–3723.
- [2] Li C, He C, Jiang L, Liu F. Robust beamforming design for max-min SINR in MIMO interference channels [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(4): 724–727.
- [3] Romero-Zurita N, Ghogho M, McLernon D. Outage probability based power distribution between data and artificial noise for physical layer security [J]. IEEE Signal Process-

- ing Letters, 2012, 19(2): 71 – 74.
- [4] Zhu Y, Zhou Y, Patel S, Chen X, Pang L, Xue Z. Artificial noise generated in MIMO scenario: optimal power design [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(10): 964 – 967.
- [5] Chae S H, Choi W, Lee J H, Quek T Q S. Enhanced secrecy in stochastic wireless networks: artificial noise with secrecy protected zone [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2014, 9(10): 1617 – 1628.
- [6] Foroozanfar E, Franek O, Tatomirescu A, Tsakalaki E, Carvalho E D, Pedersen G F. Full-duplex MIMO system based on antenna cancellation technique [J]. Electronics Letters, 2014, 50(16): 1116 – 1117.
- [7] Tuyen L A, Tran L C, Huang X. Cyclostationary analysis of analog least mean square loop for self-interference cancellation in in-band full-duplex systems [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(12): 2738 – 2741.
- [8] Khaledian S, Farzami F, Smida B, Erricolo D. Inherent self-interference cancellation at 900 MHz for in-band full-duplex applications [A]. 2018 IEEE 19th Wireless and Microwave Technology Conference (WAMICON) [C]. Sand Key, FL, USA: IEEE, 2018. 1 – 4.
- [9] 吴飞, 邵士海, 唐友喜. 一种基于多天线波束成形的全双工自干扰抵消算法 [J]. 电子学报, 2017, 45(1): 8 – 15.
- Wu F, Shao S h, Tang Y X. A novel self-interference cancellation algorithm using multi-antenna beamforming in full-duplex system [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(1): 8 – 15 (in Chinese).
- [10] Zheng G, Krikidis I, Li J, Petropulu A P, Ottersten B. Improving physical layer secrecy using full-duplex jamming receivers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(20): 4962 – 4974.
- [11] Zhou Y, Zhu Y, Xue Z. Enhanced MIMOME wiretap channel via adopting full-duplex MIMO radios [A]. 2014 IEEE Global Communications Conference [C]. Austin, TX, USA: IEEE, 2014. 3320 – 3325.
- [12] Kim J, Kim J, Lee J, Choi J P. Physical-layer security against smart eavesdroppers: exploiting full-duplex receivers [J]. IEEE Access, 2018, 6: 32945 – 32957.
- [13] Chen G, Gong Y, Xiao P, Chambers J A. Physical layer network security in the full-duplex relay system [J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2015, 10(3): 574 – 583.
- [14] Li Y, Zhao R, Wang Y, Pan G, Li C. Artificial noise aided precoding with imperfect CSI in full-duplex relaying secure communications [J]. IEEE Access, 2018, 6: 44107 – 44119.
- [15] Feng R, Li Q, Zhang Q, Qin J. Robust secure beamforming in MISO full-duplex two-way secure communications [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(1): 408 – 414.
- [16] Chu Z, Le T A, Nguyen H X, Nallanathan A, Karamanoglu M. Robust sum secrecy rate optimization for MIMO two-way full duplex systems [A]. 2017 IEEE 86th Vehicular Technology Conference (VTC-Fall) [C]. Toronto, ON, Canada: IEEE, 2017. 1 – 5.
- [17] Tekin E, Yener A. The general Gaussian multiple-access and two-way wiretap channels: achievable rates and cooperative jamming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(6): 2735 – 2751.
- [18] Chiani M, Win M Z, Shin H. MIMO networks: the effects of interference [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(2): 336 – 349.
- [19] Hardy G H, Littlewood J E, Polya G. Inequalities [M]. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1988.
- [20] Nesterov Y, Nemirovskii A. Interior-point Polynomial Algorithms in Convex Programming [M]. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 1994.

作者简介



雷维嘉 男, 1969 年出生, 云南元谋人, 教授、博士, 主要从事无线和移动通信技术的研究。
E-mail: leiwj@cqupt.edu.cn



周洋 女, 1995 年出生, 重庆合川人, 硕士研究生, 主要从事物理层安全研究。
E-mail: zhouyang@126.com