

# 基于遗传算法的有序盲信号提取

章晋龙, 何昭水, 谢胜利

(华南理工大学电信学院, 广东广州 510640)

**摘要:** 本文针对盲信号分离中, 如何根据信号特征进行有序提取的问题进行了探讨, 提出了一种基于遗传算法的有序盲信号提取算法. 该方法能够确保源信号按照四阶累计量的绝对值降序提取, 解决了目前一些基于梯度的提取算法容易陷入局部极值而不能保证有序提取的问题; 另外, 在信号提取的消源过程中, 我们还提出了一种基于 Schmidt 正交化的消源去相关算法, 该方法不仅简化了 Cichocki-Thawornmas-Amari(1997)消源算法的复杂计算, 同时还对消源后的混叠信号进行了白化. 仿真结果表明, 该算法能够保证实现盲信号的有序提取.

**关键词:** 遗传算法; 有序盲提取; 四阶累计量; Schmidt 正交化

**中图分类号:** TN912.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2004)04-0616-04

## Sequential Blind Signal Extraction in Order Based on Genetic Algorithm

ZHANG Jin-long, HE Zhao-shui, XIE Sheng-li

(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China)

**Abstract:** We have discussed about how to extract signal in order according to signals' character in this paper, which is an important problem in the subject of blind separation. A sequential blind signal extraction algorithm in order based on genetic algorithm is proposed, which can ensure extraction of source signals according to the order of absolute kurtosis of signals, it avoid the problem that many algorithms based on gradient descent approach get into part extremum easily. Moreover, a deflation algorithm based on Schmidt orthogonal is proposed, which not only simplify the computation of the deflation algorithm in Cichocki-Thawornmas-Amari(1997), but also whiten the mixed signals in the same time. Simulation results show that the algorithm can ensure the extraction of signals in order.

**Key words:** genetic algorithm; sequential blind extraction in order; kurtosis; schmidt orthongnal

### 1 引言

由于盲信号分离的广泛用途, 近年来有关它的研究已成为信号处理领域的热门课题之一, 各种分离技术及其相应的算法在不断涌现, 如 Bell-Sejnowski(1995)<sup>[1]</sup>的神经网络方法; 谢胜利(2002)<sup>[2]</sup>的最小互信息量方法; Yeredor(2000)<sup>[3]</sup>的高阶累计量方法; 以及 Taro(2000)<sup>[4]</sup>的几何方法. 在目前的这些工作中, 人们都只是采取各种方法和手段去对混叠信号进行分离或提取, 若混叠矩阵是列满秩的, 则采用同步分离的方法, 若混叠矩阵不是列满秩的, 则采用逐一提取的方法, 而没有考虑所提信号的其它任何信息.

如果当源信号的数量较大或者源信号不能完全分离, 而我们又只对部分源信号感兴趣的时候, 我们没有必要分离出所有的源信号, 而只须对所需要的信号进行提取即可. 针对这种情况, Cichocki-Thawornmas-Amari(1997)<sup>[5]</sup>首次提出以四阶累计量这个表述信号特征的量按其顺序提取, 并指出目前的提

取方法都不能保证这种有序提取. 其理论原因在于这些算法的寻优都采用了梯度下降法, 因为梯度下降法总是沿着梯度的反方向搜索, 如果初值选择不够合理, 很容易陷入局部极值的困境, 从而很难保证提取信号是有序的. 一旦提取信号是无序的, 我们就很难按四阶累计量的要求选择到需要的信号. 为了保证源信号在以上意义下的有序提取, Cichocki-Thawornmas-Amari(1997)<sup>[5]</sup>指出, 噪声的引入有可能避免陷入局部极值的困境, 而可进行有序提取, 并给出了一种在非线性函数中引入噪声的方法. 但遗憾的是, 在我们通过大量的仿真时发现, 该方法并不能完全保证源信号按照四阶累计量的绝对值降序提取. 此外, 该方法的非线性函数以及提取后的消源计算都很复杂, 从而对其实时性带来影响.

综上所述, 对源信号按其特征进行有序提取的方法仍是人们需要继续进行探讨的课题. 本文针对以上问题, 为了确保源信号能够有序提取, 提出了一种基于遗传算法的提取方法, 该方法能够搜索到问题的全局最优解, 从而避免了算法陷入

收稿日期: 2002-09-10; 修回日期: 2003-11-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金(No. 60325310); 国家自然科学基金(No. 60274006); 广东省自然科学基金重点基金(No. 020826); 教育部重点科研基金(No. 02152); 教育部跨世纪优秀人才基金资助项目

局部极值的问题.另外,所给方法还需要计算文[5]的非线性函数,而且在提取的消源过程中,我们还提出了一种基于 Schmidt 正交化的消源去相关算法,该方法大大的简化了文[9]消源算法的复杂计算.为了说明所给方法对有序提取的有效性及其简化复杂计算的优越性,我们分别对图像与语音信号采用两种算法进行了仿真比较.仿真结果表明,本文算法能够确保盲信号按照四阶累计量的绝对值进行降序提取.

### 2 算法原理

所谓盲提取问题,就是不知道任何先验知识,只利用观测的混叠信号去提取原始源信号.用数学表达式可以将该问题描述为

$$\begin{aligned} x(t) &= As(t) & (1) \\ u_i(t) &= wx(t) & (2) \end{aligned}$$

其中,(1)为混叠模型;(2)为提取模型.  $x(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))^T$ ,  $s(t) = (s_1(t), \dots, s_n(t))^T$  分别代表混叠信号和源信号,  $u_i(t)$  为单个的提取信号,  $A$  为未知的  $m \times n$  的混叠矩阵,源信号  $s(t)$  也是未知的,  $w$  为提取向量.盲提取的目的就是调节提取向量  $w$ ,使得提取出来的信号与源信号的波形保持一致,即

$$u_i(t) = wx(t) = wAs(t) = \lambda_j s_j(t) \quad (3)$$

为了讨论的方便,和通常一样,本文依然假设源信号具有零均值,单位方差的性质.由文[5]知,将混叠信号白化后的盲提取问题等价于解下面的带约束的单目标优化问题

$$\max |kurt(u_i)|; \quad \|w\| = 1 \quad (4)$$

为了避免梯度法容易陷入局部极值的问题,本文将采用遗传算法解这个问题.

因为(4)的容许解在半径为 1 超球面上,如图 1 所示.

从而采用参数方程表示的形式可消掉约束,然后采用单目标的遗传算法.为此我们将其转化为参数方程表示,即

$$\begin{cases} w_{11} = \sin\theta_{n-1} \sin\theta_{n-2} \cdots \sin\theta_2 \sin\theta_1 \\ w_{12} = \sin\theta_{n-1} \sin\theta_{n-2} \cdots \sin\theta_2 \cos\theta_1 \\ w_{13} = \sin\theta_{n-1} \sin\theta_{n-2} \cdots \cos\theta_2 \\ \dots\dots \\ w_{1,n-1} = \sin\theta_{n-1} \cos\theta_{n-2} \\ w_{1,n} = \cos\theta_{n-1} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $0 \leq \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1} \leq 2\pi$ . 因此对  $w$  的优化即转化为对角度  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1})$  的优化,可见本方法优化的变元个数为  $n-1$  个.因此,本文选择  $f(\theta) = |kurt(\theta)|$  作为算法的适应度函数,其中  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}), 0 \leq \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1} \leq 2\pi$ .

### 3 进化算子设计及算法步骤

按通常的进化算法要求,本文采用如下的杂交和变异算

子.

(1)杂交:采用算术杂交算子,即产生一个随机数  $\alpha$ ,对于两个杂交个体  $\theta^1, \theta^2$ ,则其杂交子代为

$$\theta^{new1} = \alpha\theta^1 + (1-\alpha)\theta^2, \quad \theta^{new2} = (1-\alpha)\theta^1 + \alpha\theta^2 \quad (6)$$

(2)变异:采用高斯变异算子,即对要进行变异的个体  $\theta$ ,确定  $n-1$  个均值为 0,方差为  $\sigma_i$  的正态分布随机变量  $N(0, \sigma_i)$ ,则变异后的子代的分量为:

$$\theta_i^{new} = \theta_i + N(0, \sigma_i) \quad (7)$$

即对变异个体的附近区域进行重点搜索.

其具体算法步骤如下:

第一步:确定参数值,给出种群规模  $N$ ,杂交概率  $p_1$ ,变异概率  $p_2$ ,最大代数  $T$ .

第二步:随机产生初始种群  $G(t) = \{\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^N\}$ ,令  $t = 0$ .

第三步:杂交,在第  $t$  代,产生  $N$  个随机数  $r_1, r_2, \dots, r_N \in [0, 1]$ ,如果  $r_i \leq p_1$ ,则在  $G(t)$  中选取  $\theta^i$  参与杂交运算.按照上述杂交方法进行杂交,设产生新个体的集合为  $G_1(t)$ .

第四步:变异,在第  $t$  代,产生  $N$  个随机数  $r_1, r_2, \dots, r_N \in [0, 1]$ ,第  $i$  个随机数对应种群  $G(t)$  中的第  $i$  个个体,如果  $r_i \leq p_2$ ,则在  $G(t)$  中选取  $\theta^i$  参与变异运算.按照上述变异方法进行变异,设产生新个体的集合为  $G_2(t)$ .

第五步:选择,根据个体的适应值函数从集合  $G(t) \cup G_1(t) \cup G_2(t)$  中选择最好的前  $N$  个个体,这  $N$  个个体组成的集合为下一代个体种群即  $G(t+1)$ ,令  $t = t+1$ .

第六步:终止,如果  $t = T$ ,则结束运行,最后一代最好的个体即为所求的解;否则,转第三步.

### 4 Schmidt 消源去相关方法

为了简化文[5]在消源过程中的复杂计算,我们将采用 Schmidt 消源去相关方法.为此,先给出如下定理.

**定理 1** 设信号空间  $S$  是实数域上的一个线性空间,定义  $S$  的内积如下

$$(s_1(t), s_2(t)) = cum(s_1(t), s_2(t)) \quad (7)$$

则源信号构成的空间  $S$  为一个欧氏空间,且由源信号构成的基为标准正交基.但并非所有的标准正交基皆为源信号.

**证明** 依据假设条件及累计量的性质<sup>[6]</sup>有:

$$(1) (s_i(t), s_j(t)) = cum(s_i(t), s_j(t)) = (s_j(t), s_i(t)) = (s_j(t), s_i(t)) \quad (8)$$

$$(2) (ks_i(t), s_j(t)) = kcum(s_i(t), s_j(t)) = k(s_i(t), s_j(t)) \quad (9)$$

$$(3) (s_i(t) + s_j(t), s_k(t)) = (s_i(t), s_k(t)) + (s_j(t), s_k(t)) \quad (10)$$

$$(4) (s_i(t), s_i(t)) \geq 0, \text{ 当且仅当 } s_i(t) = 0 \text{ 时取等号.} \quad (11)$$

故源信号构成的空间为欧氏空间.由独立性及假设条件可知:

$$\begin{cases} (s_i(t), s_j(t)) = cum(s_i(t), s_j(t)) = 0, i, j = 1, \dots, n; i \neq j \\ (s_i(t), s_i(t)) = cum(s_i(t), s_i(t)) = 1, i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (12)$$

所以源信号构成的基为标准正交基.

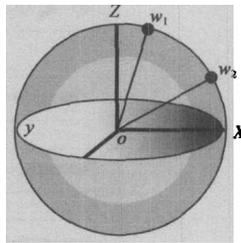


图 1 优化问题(4)的有效界面

但是由于定理中定义的内积只能刻画互不相关,并不一定独立,故并非所有的标准正交基皆为源信号,从几何上可以很明显的看出,如图 2. 图 2(a)所示为源信号空间  $S$ ; 图 2(b)所示为 Schmidt 正交化后的混叠信号空间  $X$ ,显然有  $S \subset X$ .

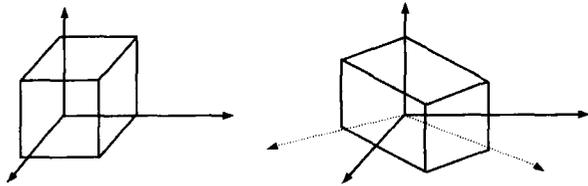


图 2 信号空间示意图

由定理 1 我们可以得到如下的 Schmidt 消源去相关方法. 假设我们已经提取出了一个源信号  $z_1(t) = \lambda_1 s_1(t)$ , 并且可知白化后的信号  $y_i(t)$  是正交的, 则由  $y_i(t)$  可以采用 Schmidt 正交化方法将  $z_1$  扩充为标准正交基<sup>[7]</sup>, 即

$$\left\{ \begin{aligned} y'_1(t) &= z_1(t) \\ y'_2(t) &= y_2(t) - \frac{(y_2(t), y'_1(t))}{(y'_1(t), y'_1(t))} y'_1(t) \\ y_2^{new}(t) &= \frac{y'_2(t)}{\|y'_2(t)\|} = \frac{y'_2(t)}{\sqrt{(y'_2(t), y'_2(t))}} \\ &\dots\dots \\ y'_n(t) &= y_n(t) - \frac{(y_n(t), y'_1(t))}{(y'_1(t), y'_1(t))} y'_1(t) - \\ &\quad \dots - \frac{(y_n(t), y'_{n-1}(t))}{(y'_{n-1}(t), y'_{n-1}(t))} y'_{n-1}(t) \\ y_n^{new}(t) &= \frac{y'_n(t)}{\|y'_n(t)\|} = \frac{y'_n(t)}{\sqrt{(y'_n(t), y'_n(t))}} \end{aligned} \right. \quad (13)$$

则此时的  $y_i^{new}(t), i = 2, \dots, n$ , 将是互不相关的混叠信号, 且方差为 1; 这些信号里面将不再含有  $s_i(t)$ .

5 仿真比较

为了验证算法的有效性, 我们分别对图像、语音信号进行了仿真, 并与文[5]算法仿真结果进行了比较, 具体情况如下:

**仿真 1** 源信号为一张照片与 Matlab 中的两幅  $256 \times 256$  的灰度图像, 其混叠矩阵为  $A = (A_1, A_2, A_3)^T$ , 其中  $A_1 = (1, 0, 5, 0.3)^T, A_2 = (0.5, 1, 0.6)^T, A_3 = (0.2, 0.5, 1)^T$  通过计算  $\text{rank}(A) = 3$ , 满足完全提取的条件, 其提取结果如图 3.

表 1 提取结果与比较

信号序列	源信号 kurt	文[5]提取信号 kurt	本文算法提取信号 kurt	
仿 真 1	1	-0.7492	11.5630	12.0208
	2	12.0447	1.7965	2.4097
	3	2.4356	-0.7237	-0.7248
仿 真 3	1	8.1391	4.0853	8.2356
	2	1.8636	8.2588	4.0912
	3	4.2964	不能提取	不能提取
	4	3.5618	不能提取	不能提取

**仿真 2** 源信号为 4 个语音信号, 混叠矩阵  $A = (A_1, A_2,$

$A_3)^T$ , 其中  $A_1 = (1, 1, 0, 1)^T, A_2 = (0, 1, 1, 1)^T, A_3 = (1, 1, 1, 1)^T$ , 通过计算  $\text{rank}(A) = 3 < 4$ , 不满足完全提取的条件, 其提取结果如图 4.



图 3 图像提取结果 (a)源信号;(b)混叠信号;

(c)文[5]提取信号;(d)本文算法提取信号

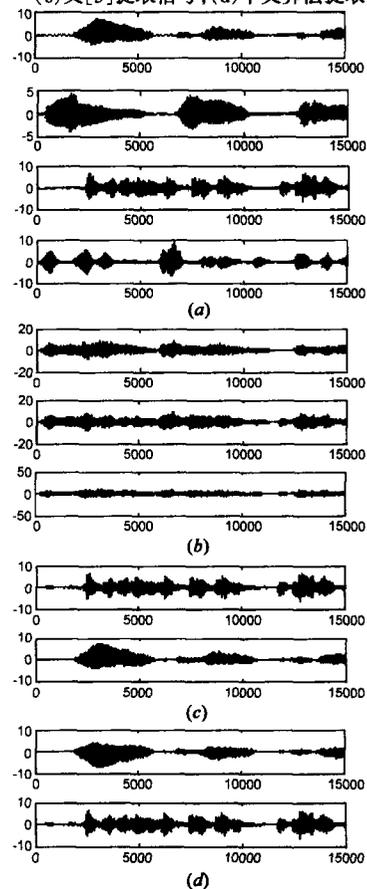


图 4 语音信号提取结果 (a)源信号;(b)混叠信号;

(c)文[5]提取信号;(d)本文算法提取信号

为了说明本文算法的提取效果, 我们计算了信号的四阶累积量并与 Cichocki-Thawonmas-Amari(1997)的结果进行了比较, 其结果如表 1.

从上表的仿真结果我们可以看出,仿真 1 中,本文算法与 Cichocki-Thawonmas-Amari (1997)<sup>[5]</sup>算法的提取顺序都是按照四阶累计量的绝对值的降序提取的,但我们的提取效果要比<sup>[5]</sup>的好.同时可以看出对于超高斯与亚高斯信号的混叠,本文算法依然适用.仿真 2 中,Cichocki-Thawonmas-Amari(1997)<sup>[5]</sup>算法的提取顺序是失败的,本文算法是能够确保提取顺序的;通过仿真 2 还可以看出,在不能完全提取的情况下,两种算法都能提取部分源信号,但 Cichocki-Thawonmas-Amari(1997)<sup>[5]</sup>方法不能保证提取的顺序,如果需要的信号是四阶累计量的绝对值较大的信号,则本文算法就能达到目的.

## 6 结论

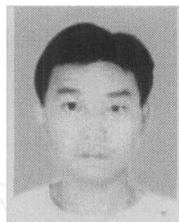
本文提出了一种基于遗传算法的盲信号提取算法,该方法能够按照四阶累计量的绝对值的递减顺序逐一有序的提取源信号,与 Cichocki-Thawonmas-Amari(1997)<sup>[5]</sup>的梯度方法比较而言,该方法避免了局部极值的问题;回避了许多神经网络算法中非线性函数的选择问题;在亚高斯信号与超高斯信号混叠的情况下,由于本文选择了四阶累计量的绝对值作为优化目标,从而避免了非线性函数的切换问题;另外,本文还提出了一种基于 Schmidt 正交化的消源去相关算法,该方法不仅简化了 Cichocki-Thawonmas-Amari(1997)消源算法的复杂计算,同时还对消源后的混叠信号进行了白化.理论分析与仿真结果表明,该算法具有很好的提取效果.

## 参考文献:

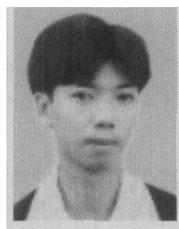
- [1] Bell A J, Sejnowski T J. An information-maximization approach to blind source separation and blind deconvolution[J]. Neural Compute, 1995, 7: 1129-1159.
- [2] 谢胜利,等.基于旋转变换的最小互信息量盲分离算法[J].电子学报,2002,30(5):628-631.
- [3] Yeredor A. Blind source separation via the second characteristic function[J]. Signal Process, 2000, 80: 897-902.
- [4] Taro Y, et al. Independent component analysis by transforming a scatter diagram of mixtures of signal[J]. Optics Communications, 2000, 173: 107-114.

- [5] Cichocki A, Thawonmas R, Amari S. Sequential blind signal extraction in order specified by stochastic properties[J]. Electronics Letters, 1997, 33(1,2):64-65.
- [6] 张贤达.时间序列分析——高阶统计量方法[M].北京:清华大学出版社,1999.
- [7] 王萼芳.高等代数教程(下)[M].北京:清华大学出版社,1999.

## 作者简介:



**章晋龙** 男,1974年7月生于湖北监利县,分别于2000年和2003年获硕士和博士学位,于盲信号分离领域发表了多篇论文,主要研究方向为盲信号处理、无线网络优化.



**何昭水** 男,1978年9月17日生于湖南省永兴县,现为华南理工大学电信学院博士生,主要研究方向为盲信号处理,自适应滤波.



**谢胜利** 男,1958年12月生于湖北省公安县,华南理工大学无线电与自动控制研究所教授、博士生导师,于非线性系统控制理论与应用、自适应信号处理等领域在国内外学术刊物上发表论文60多篇,出版专著(国家'九五'重点图书)一部,目前感兴趣的领域为:非线性系统学习控制理论、自适应信号处理、盲信号分离和图像处理等.