

虚拟空间平滑算法

刘志刚, 汪晋宽, 王福利

(东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110004)

摘 要: 根据 MASK、BPSK 和 AM 等信号的实值特性, 利用阵列接收数据及其共轭信息, 构造了虚拟子阵, 提出了虚拟空间平滑算法, 较好地解决了信号高度相关问题. 虚拟子阵具有 M 个阵元, 避免了阵列孔径的损失, 使该算法最大可分辨的相干信号数目为 $M-1$. 仿真实验证明, 与前后空间平滑算法相比, 该算法提高了空间分辨率, 适应小样本, 在一定程度上可以降低计算量.

关键词: 多径传播; 空间平滑; 波达方向; 阵列信号处理

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 09 1762-04

Virtual Spatial Smoothing Algorithm

LIU Zhi gang, WANG Jin kuan, WANG Fu li

(School of Information Science Information and Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110004, China)

Abstract: Exploiting the real valued property of modulated signals, such as MASK, BPSK, and AM, and employing the received signals of all the array elements and their conjugate datas, virtual spatial smoothing algorithm is proposed by designing virtual subarrays for the highly correlated or coherent case. Virtual subarrays with M identical sensors avoid the reduction of the array effective aperture, and make this approach estimate $M-1$ coherent signals at most. Finally simulation results show that comparing with forward backward spatial smoothing algorithm, this algorithm with small snapshots has a better performance and a low computational complexity to some extent.

Key words: multipath propagation; spatial smoothing; direction of arrival; array signal processing

1 引言

基于特征空间分解的波达方向估计算法, 如多重信号分类算法 MUSIC^[1]、基于旋转因子的信号参数估计算法 ESPRIT^[2] 等算法, 虽然具有较高的分辨率, 但是在多径传播环境中, 期望信号相干或者高度相关, 自相关矩阵降秩, 则不能正确地估计期望信号的到达方向. 针对该问题, 提出了许多预处理算法^[3~8], 如 Shan 的空间平滑算法^[3], Pillai 的前后空间平滑算法^[4], 叶中付的空间差分算法^[5], 王布宏的加权空间平滑算法^[6,7] 和齐崇英的空间差分平滑算法^[8]. 而这些算法是以牺牲有效阵元数来实现信号解相关的, 导致阵列有效孔径的损失和空间分辨率的下降.

实值调制信号, 如 MASK, BPSK 和 AM 等, 广泛存在于现代通信系统以及卫星系统. 根据这些调制信号的实值特性, Tayem 利用阵列接收数据及其共轭信息, 构造重叠子阵, 提出了 G-SPRIT 算法^[9], 增加了信号的估计数目, 却仅仅适用于独立信号. 在此基础之上, 本文重新

设计虚拟子阵, 提出了一种基于小样本的虚拟空间平滑算法. 该算法可以避免阵列孔径的损失, 增加相干信号的估计数目, 提高空间分辨率, 在一定程度上可以降低计算量.

2 信号模型

设平面空间的全方向等距线阵阵元数为 M , 阵元间距为 d , 共有部分或者完全相关的 D 个信源, 其中 $M > D$. 设波达方向为 $\theta_1 \dots \theta_D$, 并以阵列的第一个阵元为基准, 各窄带信号在基准点的复包络分别为 $s_1(t)$, \dots , $s_D(t)$, 则第 l 阵元接收到的信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^D s_i(t) e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (l-1) d \sin \theta_i} + n_l(t) \quad (1)$$

式中, $n_l(t)$ 表示第 l 阵元上的高斯白噪声. 注意 MASK 和 BPSK 等信号为实包络, 则 $s_i(t) = s_i^*(t)$, 其中 $*$ 表示共轭.

将各阵元上的接收信号写成向量形式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_D)] \\ s(t) &= [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T \\ a(\theta_i) &= [1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_i}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d\sin\theta_i}]^T \\ n(t) &= [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T \end{aligned}$$

式中, 上标 T 表示向量或矩阵转置, $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$, 且 $x(t) \in C^{M \times 1}$ 是含噪声的数据向量; $A \in C^{M \times D}$ 为方向矩阵, 其中 $a(\theta_i) \in C^{M \times 1}$ 是第 i 个信号与 $x(t)$ 之间的引导向量, 且 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D]^T$, $s(t) \in C^{D \times 1}$ 是 D 个信号的幅值向量, $n(t) \in C^{M \times 1}$ 表示高斯加性白噪声向量。

假设信号 $s(t)$ 和噪声 $n(t)$ 均为零均值的广义平稳随机过程, 且互不相关, 各阵元噪声也互不相关且功率为 σ^2 , 则阵列接收向量 $x(t)$ 的自相关矩阵为

$$R_{xx} = E\{x(t)x^H(t)\} = ASA^H + \sigma^2 I \quad (3)$$

其中

$$S = E\{s(t)s^H(t)\} \quad (4)$$

式中, 上标 H 表示向量的复共轭转置。

3 空间虚拟平滑算法

3.1 虚拟子阵的构造

利用阵列接收数据及其共轭信息, 可以设 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_M\}$ 为第一个虚拟子阵, $\{x_2^*, x_1, x_2, \dots, x_{M-1}\}$ 为第二个虚拟子阵, 以此类推, $\{x_M^*, x_{M-1}^*, x_{M-2}^*, \dots, x_1\}$ 为第 M 个虚拟子阵。则第 k 个虚拟子阵的接收信号的向量形式为

$$x_k(t) = A\Phi^{*(k-1)}s(t) + n_k(t) \quad (5)$$

其中, Φ^* 为 ESPRIT 算法中的旋转矩阵的共轭形式, 其具体形式如下,

$$\Phi^* = \text{diag}\left\{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_1}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_D}\right\}$$

第 k 个虚拟子阵的自相关矩阵为

$$R_k = A\Phi^{*(k-1)}S[\Phi^{*(k-1)}]^H A^H + \sigma^2 I \quad (6)$$

因此, 虚拟空间平滑矩阵可定义为

$$R_V = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M R_k \quad (7)$$

3.2 解相关的推导

结合公式(6), 虚拟空间平滑矩阵可以改写为

$$R_V = ASVA^H + \sigma^2 I \quad (8)$$

其中, 虚拟空间平滑的信号矩阵为

$$S_V = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \Phi^{*(k-1)}S[\Phi^{*(k-1)}]^H$$

与 Shan 的推导^[3]相类似, 进一步可以得到如下的重要结论:

当虚拟子阵的数目大于或者等于入射信号的数目

D , 则虚拟空间平滑的信号矩阵是满秩的。而该算法的虚拟子阵的数目为 M , 即等距线阵的阵元数, 因此, 虚拟空间平滑的信号矩阵是满秩的, 并且该算法所估计的相干信号的最大数目为 $M-1$ 。

3.3 算法小结

基于虚拟子阵的虚拟空间平滑算法的具体步骤如下所示:

- (1) 利用阵列接收数据以及其共轭信息, 构造出 M 个虚拟子阵;
- (2) 计算出各个虚拟子阵的自相关矩阵;
- (3) 根据公式(7), 得到虚拟空间平滑矩阵。

4 性能分析

4.1 相干信号数目估计

对于 M 个阵元的等距线阵, 采用空间平滑算法, 最大可分辨 $M/2$ 个相干信号; 采用空间差分算法, 最大可分辨 $2M/3-2$ 个相干信号; 采用前后空间平滑算法、加权空间平滑算法或者空间差分平滑算法, 最大可分辨 $2M/3$ 个相干信号。

对于虚拟空间平滑算法, 各个虚拟子阵所对应的阵元数均为 M , 因此该算法最大可分辨 $M-1$ 个相干信号。当阵元数 $M > 3$ 时, 与以前的算法相比, 可以估计更多的相干信号。

4.2 克拉美-拉美界

第 i 个信号波达方向估计值的克拉美-拉美界 $\text{CRB}^{[10]}$ 可以定义为

$$\text{CRB}(\theta_i) = \frac{6}{m^3 N \text{SNR}_i}$$

其中, m 表示阵元个数, N 表示信号的采样数目, 而 SNR_i 为第 i 个信号的信噪比。对于 M 个阵元的等距线阵, 当采用前后空间平滑算法时, 子阵所对应的阵元数为 $P(P < M)$, 则前后空间平滑算法的克拉美-拉美界为

$$\text{CRB}_{PB}(\theta) = \frac{6}{P^3 N \text{SNR}_i} \quad (9)$$

而虚拟子阵所对应的阵元数为 M , 则该算法的克拉美-拉美界为

$$\text{CRB}_V(\theta_i) = \frac{6}{M^3 N \text{SNR}_i} \quad (10)$$

综上两式, 当信噪比和数据采样数给定时, 虚拟空间平滑算法的 CRB 必然小于前后空间平滑算法的 CRB。因此, 该算法避免了阵列孔径损失, 提高了波达方向的空间分辨率。

5 仿真试验

考虑阵元数为 5 的等距线阵, 阵列间距为半个波长。当预处理算法采用前后空间平滑算法时, 子阵数为

4; 当预处理算法采用虚拟空间平滑算法时, 虚拟子阵数为 5. 对于预处理算法得到的数据, 采用 MUSIC 算法估计波达方向.

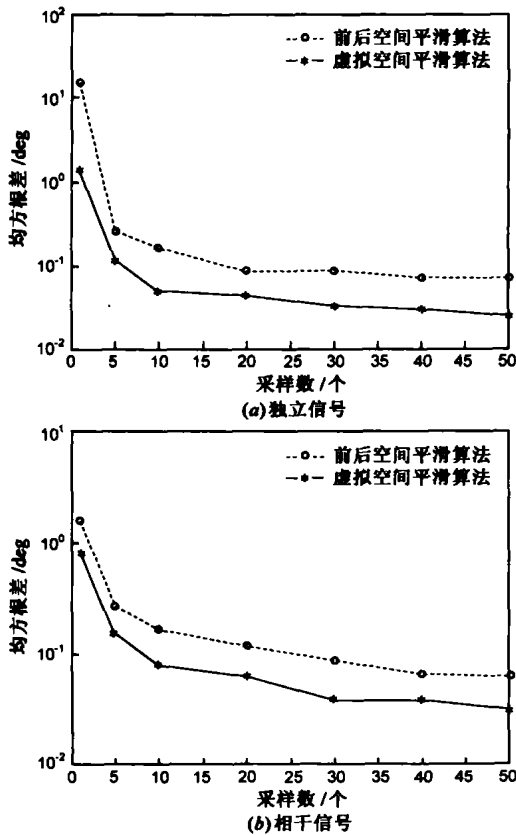


图 1 均方根差与采样数的关系

在信噪比为 10dB 的条件下, 根据 20 次的 Monte Carlo 实验, 可以得到如图 1 所示的小样本情况下均方根差结果, 其中图 1(a) 给出了两个独立信号 (-35° , -15°) 的波达方向随着采样数的变化的仿真结果, 而图 1(b) 给出了两个相干信号 (-35° , -15°) 的波达方向随着采样数的变化的仿真结果. 由图 1 可知, 与前后空间平滑算法相比, 虚拟空间平滑算法具有更好的性能, 适应于小样本; 样本比较小, 在一定程度上相当于降低了计算量. 因此, 以下的仿真实验的采样数均为 10.

当信噪比在 $-5 \sim 30$ dB 范围内变化时, 根据 20 次的 Monte Carlo 试验, 可以得到如图 2 所示的均方根差仿真结果, 其中图 2(a) 给出两个独立信号 (-35° , -15°) 的波达方向的均方根差随信噪比变化的仿真结果, 图 2(b) 给出两个相干信号 (-35° , -15°) 的波达方向的均方根差随信噪比变化的仿真结果. 由图 2 可知, 在不同的信噪比条件下, 无论独立信号还是相关信号, 虚拟空间平滑算法都比前后空间平滑算法具有更好的空间分辨率.

在信噪比为 10dB 的条件下, 根据 10 次的 Monte Carlo 实验, 可以得到如图 3 所示的空间谱仿真结果; 图

3 给出了四个相干信号 (-55° , -25° , 15° , 45°) 的波达方向被估计的仿真结果. 由该图可知虚拟空间平滑算法, 最大可以分辨 $M-1$ 相干信号.

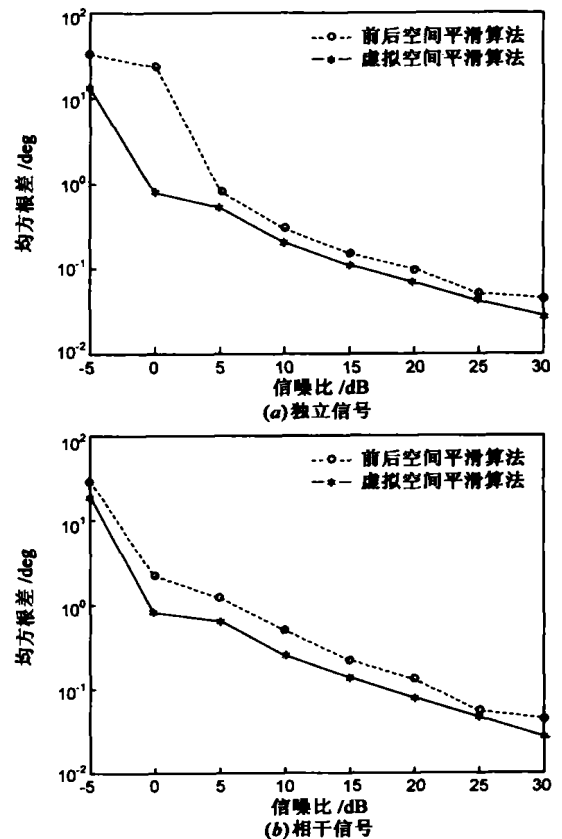


图 2 均方根差与信噪比的关系

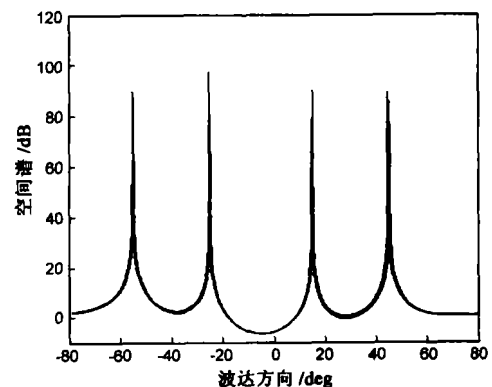


图 3 相干信号的空间谱

6 结论

根据 MASK、BPSK 和 AM 等调制信号的实值特性, 提出了一种基于虚拟子阵的小样本的虚拟空间平滑算法. 通过相干信号估计数目和克拉美-拉奥性能分析, 以及仿真实验的验证, 与前后空间平滑算法相比, 该算法具有以下优点: 最大可分辨的相干信号数目为 $M-1$; 虚拟子阵可以避免阵列孔径损失, 提高了空间分辨率; 在相同的精度条件下, 所需要的采样样本更小. 在

一定程度上降低了计算量。

但是该算法也有它的局限性, 仅适用于 MASK、BP-SK 和 AM 等实值调制信号, 需要进一步分析研究。

参考文献:

- [1] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation. 1986, AP 34(3): 276–280.
- [2] ROY R, KAILATH T. ESPRIT- Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Trans ASSP, 1989, 37(7): 984–995.
- [3] SHAN T J, WAX M, KAILATH T. On spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals[J]. IEEE Trans ASSP, 1985, 33(8): 806–811.
- [4] PILLAI S U, KWON B H. Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification[J]. IEEE Trans ASSP. 1989, 37(1): 8–15.
- [5] 叶中付, 沈凤麟. 基于空间差分技术的测向方法[J]. 电子学报. 1996, 24(7): 38–43.
YE Zhong fu, SHEN Feng lin. Direction finding using spatial differencing technique[J]. Acta Electronica Sinica, 1996, 24(7): 38–43. (in Chinese)
- [6] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法[J]. 通信学报. 2003, 24(4): 31–40.
WANG Bu hong, WANG Yong liang, CHEN Hui. Weighted spatial smoothing algorithm for direction of arrival estimation of coherent sources[J]. Journal of China Institute of Communications, 2003, 24(4): 31–40. (in Chinese)
- [7] 王布宏, 王永良, 陈辉. 一种新的相干信源 DOA 估计算法: 加权空间平滑协方差矩阵的 Toeplitz 矩阵拟和[J]. 电子学报. 2003, 31(9): 1394–1397.
WANG Bu hong, WANG Yong liang, CHEN Hui. A novel genetic approach to DOA estimation of coherent sources based on weighted spatial smoothing and toeplitz matrix fitting[J]. Acta Electronica Sinica. 2003, 31(9): 1394–1397. (in Chinese)
- [8] 齐崇英, 王永良, 张永顺, 陈辉. 色噪声背景下相干信源 DOA 估计的空间差分平滑算法[J]. 电子学报. 2005, 33

(7): 1314–1318.

Qi Chong ying, WANG Yong liang, ZHANG Yong shun, CHEN Hui. Spatial difference smoothing algorithm for DOA estimation of coherent sources in the presence of colored noise fields[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(7): 1314–1318. (in Chinese)

- [9] TAYEM N, KWON H M. Conjugate ESPRIT[J]. IEEE Trans On Antennas and Propagation, 2004, 52(10): 2618–2624.
- [10] STOICA P, NEHORAL A. MUSIC, maximum likelihood, and cramer rao bound[J]. IEEE Trans ASSP, 1989, 37(5): 720–741.

作者简介:



刘志刚 男, 1975 年生于河南新乡, 东北大学博士生. 主要研究方向为非平稳信号处理、空间信号参数辨识. E-mail: zliu@mail.neuq.edu.cn



汪晋宽 男, 1957 年生于辽宁沈阳, 东北大学教授、博士生导师. 主要研究方向为自适应信号处理. E-mail: wjk@mail.neuq.edu.cn



王福利 男, 1957 年生于辽宁沈阳, 东北大学教授、博士生导师. 主要研究方向为复杂工业过程建模与智能控制. E-mail: flwang@mail.neu.edu.cn