

# 一种基于 TOA 定位的 CHAN 改进算法

杨天池<sup>1</sup>, 金梁<sup>1</sup>, 程娟<sup>2</sup>

(1. 国家数字交换系统工程技术研究中心, 河南郑州 450002; 2. 解放军信息工程大学信息工程学院, 河南郑州 450002)

**摘要:** 本文提出了一种基于 TOA 参数的 CHAN 改进定位算法. 首先利用坐标平移的方法, 消除定位方程中的未知参数, 得到移动台位置的一次估计; 其次通过对一次定位结果误差的分析表明基站的几何位置结构和到达距离对定位误差具有不同的“贡献”度, 依据“贡献”度大小的不同, 对大“贡献”度采用小权值而对小“贡献”度采用大权值的原则, 提出了虚拟基站的方法来减小系统的总体误差, 从而提高定位精度. 仿真结果验证了本文算法的有效性.

**关键词:** 无线定位; 改进 CHAN 算法; TOA 估计; 虚拟基站;

**中图分类号:** TN929.533 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 04-0819-04

## An Improvement CHAN Algorithm Based on TOA Position

YANG Tian-chi<sup>1</sup>, JIN Liang<sup>1</sup>, CHENG Juan<sup>2</sup>

(1. China National Digital Switching System Engineering and Technological Research Center, Zhengzhou, Henan 450002, China;

2. Institute of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450002, China)

**Abstract:** An improvement CHAN position algorithm based on TOA parameters is proposed in this paper. The first step estimation results can be gotten by using coordinate shift method to eliminate the unknown parameter in the location function. The geographical structure of the base stations and the distances of arrival between base stations and mobile station have the different ‘contribution’ degree to position error through the analysis of the error of the first step estimation result. According to the principle that the weight is inverse to the ‘contribution’ degree, we propose the method of virtual base station to reduce the total system errors and improve the precise of the position estimation. The simulation results also verify the ability of this method.

**Key words:** wireless location; improvement CHAN algorithm; time-of-arrival (TOA); virtual base station

### 1 引言

随着移动通信技术的不断发展, 使得面向移动通信服务的需求和服务种类不断增多, 对移动台的定位服务就是其中的一种. 对移动台 (MS) 的定位就是通过 MS 与基站 (BS) 间的信息交互, 提取可用于定位的特征信息, 来实现对 MS 位置信息估计. MS 定位在无线资源规划与管理、导航定位、紧急营救、打击犯罪等方面具有重要的实用价值. 1996 年, 美国联邦通信委员会 (FCC) 作出规定, 即 E911 计划<sup>[1,2]</sup>, 该计划要求无线蜂窝网必须对移动台提供定位服务, 该计划促进了无线定位技术的研究与发展.

当前, 流行的定位技术种类比较多, 根据定位参数的不同, 可以分为到达角测量技术 (AOA)、到达时间定位技术 (TOA)、到达时间差定位技术 (TDOA) 等, 并由此派生出 CHAN<sup>[3]</sup>、FRIELAND<sup>[4]</sup>、泰勒级数展开<sup>[5]</sup> 以及分类征服 (DAC) 算法<sup>[6]</sup> 等多种性能不同, 复杂度不同的定位算法.

CHAN 算法是由 Y. T. Chan 于 1994 年提出的 TOA 估计定位算法. 该算法采用二次估计方法实现对 MS 位置的估计, 计算简单、定位精度高具有很大的实用价值. 本文从消除定位方程中的公共未知参数入手, 利用坐标平移的方法, 实现了对 MS 位置的一次快速估计; 通过对一次估计结果误差的分析, 得出了定位误差不仅与 BS 的几何位置有关, 并且与 BS 和 MS 之间的距离有关的结论, 因此不同的 BS 对最终定位误差结果的“贡献”度不同. 根据上述的结论, 采用了虚拟基站的方法来降低系统的总体定位误差, 对具有大“贡献”度采用小的权系数, 而对小“贡献”度采用大的权系数, 从而抑制 BS 的总体误差“贡献”度, 提高定位精度. 本文算法与 CHAN 算法相比, 其性能具有较大提升, 本文算法计算简单, 适于实际的应用.

### 2 TOA 估计基本模型

假设在一次定位过程中, 有  $N$  个基站接收到 MS 的信号 ( $N \geq 3$ ), 第  $i$  基站接收到的 MS 的 TOA 值为  $t_i$ <sup>[7,8]</sup>,

由此可以得到距离值  $r_i = c_i$ ,  $c$  为光速则:

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中  $(x_i, y_i)$  是第  $i$  基站的位置坐标,  $(x, y)$  是移动台的位置坐标,  $r_i$  是 MS 到第  $i$  基站的距离,  $r_i = r_i^0 + e_{ri}$ ,  $e_{ri} \sim N(0, \sigma^2)$ . 由式(1)可以得到:

$$2A = b \quad (2)$$

$$\text{其中: } A = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \dots & \dots \\ x_N & y_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} s + K_1 - r_1^2 \\ s + K_2 - r_2^2 \\ \dots \\ s + K_N - r_N^2 \end{pmatrix}$$

并且有:

$$s = x^2 + y^2, K_i = x_i^2 + y_i^2 \quad (3)$$

式(2)的最小二乘解(LS)为:

$$= (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b} / 2 \quad (4)$$

在实际定位过程中,各基站位置  $(x_i, y_i)$  已知,测量值  $r_i$  已知,  $\mathbf{b}$  但是矩阵中的项为未知,且  $s$  为移动台位置  $(x, y)$  的函数,因此无法直接使用最小二乘方法进行估计,需对式(4)进行改进.

### 3 定位算法

#### 3.1 基于坐标平移的一次估计

为消除  $\mathbf{b}$  中的  $s$  项未知参数,把式(4)展开,并令  $F$

$$\begin{aligned} &= (A^T A)^{-1} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}, \text{ 则可以得到:} \\ &= F A^T \mathbf{b} = \\ &\left[ \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s + \sum_{i=1}^N (f_{11} x_i + f_{12} y_i) (K_i - r_i^2) \\ s + \sum_{i=1}^N (f_{21} x_i + f_{22} y_i) (K_i - r_i^2) \end{pmatrix} \right] / 2 \end{aligned} \quad (5)$$

通过式(5)可以发现,  $s$  参数的系数均有两个公共部分  $\sum_{i=1}^N x_i$  和  $\sum_{i=1}^N y_i$ , 若  $\sum_{i=1}^N x_i = 0$ ,  $\sum_{i=1}^N y_i = 0$  成立,即  $s$  的系数为 0, 则  $s$  参数可被消除. 令:

$$x_v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, y_v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (6)$$

并选择  $(x_v, y_v)$  为新的坐标原点, 则有以下方程组成立:

$$\begin{cases} x_i = x_i - x_v \\ y_i = y_i - y_v \\ \sum_{i=1}^N x_i = 0 \\ \sum_{i=1}^N y_i = 0 \\ s = x^2 + y^2 \\ K_i = x_i^2 + y_i^2 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

方程组中符号 ' $'$ ' 代表新坐标系下对应的参数, 式(7)中的第 3、4 项可满足式(6)的要求. 由式(1)可得:

$$\begin{aligned} r_i^2 &= (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \\ &= \left[ (x - x_v) - (x_i - x_v) \right]^2 + \left[ (y - y_v) - (y_i - y_v) \right]^2 \\ &= r_i^2 \end{aligned} \quad (8)$$

可以得到:

$$\begin{aligned} &= (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b} / 2 = F A^T \mathbf{b} / 2 \quad (9) \\ &= \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \\ &\left[ \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s + \sum_{i=1}^N (f_{11} x_i + f_{12} y_i) (K_i - r_i^2) \\ s + \sum_{i=1}^N (f_{21} x_i + f_{22} y_i) (K_i - r_i^2) \end{pmatrix} \right] / 2 \end{aligned} \quad (10)$$

将式(7)代入式(10), 由式(7)中的第 3、4 项, 使得  $\sum_{i=1}^N x_i = 0$ ,  $\sum_{i=1}^N y_i = 0$  成立, 满足  $s$  系数为 0 的条件, 因此新的坐标下, 向量  $\mathbf{b}$  中将不再含有未知项  $s$ , 由此可得到不含未知参数的简化方程:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \left[ \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N (f_{11} x_i + f_{12} y_i) (K_i - r_i^2) \\ \sum_{i=1}^N (f_{21} x_i + f_{22} y_i) (K_i - r_i^2) \end{pmatrix} \right] / 2 \quad (11)$$

将得到的移动台坐标  $(x, y)$  代入式(7)中, 则可得到原坐标系下移动台  $(\hat{x}^1, \hat{y}^1)$  位置的估计. 上标“1”表示对 MS 位置的一次估计.

但是通过仿真如图 2 所示, 该一次估计算法性能并不理想, 与 CRLB<sup>[3,9]</sup> 限的差值较大, 而且随着基站误差方差的变大而迅速变大, 因此有必要对该一步估计算法进行更进一步的改善.

#### 3.2 CHAN 算法的改进

CHAN 是通过二次估计来提高定位的精度. 但 CHAN 算法没有考虑到不同 BS 接收到的距离信息对 MS 估计的均方误差具有不同的“贡献”程度. 因此与 CRLB<sup>[3,9]</sup> 限相比, 仍具有一定差值. 下面将通过误差的分析, 说明 BS 接收的距离信息对均方误差的不同“贡献”度, 并提出改进的 CHAN 算法.

由式(11)可得:

$$\begin{pmatrix} x^0 + e_x \\ y^0 + e_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N a_i (K_i - (r_i^0 + e_{ri})^2) \\ \sum_{i=1}^N b_i (K_i - (r_i^0 + e_{ri})^2) \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中  $a_i = f_{11} x_i + f_{12} y_i$ ,  $b_i = f_{21} x_i + f_{22} y_i$ ,  $e_x$  为一次估计后沿  $x$  轴方向的误差,  $e_y$  为沿  $y$  轴方向的误差, 上标“0”表示不含误差量的真实值, 提取式(12)的误差项, 并忽略平方项可得 ( $e_{ri} \ll r_i^0$ ):

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N a_i (-2r_i^0 e_{ni} - e_{ni}^2) \\ \sum_{i=1}^N b_i (-2r_i^0 e_{ni} - e_{ni}^2) \end{pmatrix} \quad (13)$$

由于  $e_{ni} \sim N(0, \sigma^2)$ , 且  $e_x$  和  $e_y$  为  $e_{ni}$  的线性加权, 则  $e_x$  和  $e_y$  近似服从高斯分布, 并且:

$$\begin{cases} E[e_x] = 0 \\ E[e_y] = 0 \\ E[e_x^2] = 4 \sum_{i=1}^N (a_i r_i^0)^2 \sigma^2, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ E[e_y^2] = 4 \sum_{i=1}^N (b_i r_i^0)^2 \sigma^2 \end{cases} \quad (14)$$

由式(1)提取误差项可以得到:

$$2r_i^0 e_{ni} + e_{ni}^2 = 2(x^0 - x_i) e_x + 2(y^0 - y_i) e_y + e_x^2 + e_y^2 \quad (15)$$

忽略平方项可得:

$$e_{ni} \approx ((x^0 - x_i) e_x + (y^0 - y_i) e_y) / r_i^0 \quad (16)$$

仿照式(16)由式(15)构造  $(x_v, y_v)$  点到 MS 位置坐标  $(x, y)$  距离  $r_0^0$  的误差  $e_{n0}$ :

$$((x^0 - x_v) e_x + (y^0 - y_v) e_y) / \sqrt{(x^0 - x_v)^2 + (y^0 - y_v)^2} = e_{n0} \quad (17)$$

由式(17)可以看出  $e_{n0}$  近似服从  $e_{n0} \sim N(0, \sigma_0^2)$  的高斯分布, 方差为:

$$\sigma_0^2 = \frac{(x^0 - x_v)^2 E[e_x^2] + (y^0 - y_v)^2 E[e_y^2]}{(x^0 - x_v)^2 + (y^0 - y_v)^2} \quad (18)$$

$E[e_x^2]$  和  $E[e_y^2]$  的计算参见式(14),  $r_0 = r_0^0 + e_{n0}$  由于误差量  $e_{n0}$  服从高斯分布, 与  $N$  个实际地 BS 的距离误差量相比, 只是方差不同, 由此, 可以很合理地认为坐标点  $(x_v, y_v)$  是一个由  $N$  个 BS 共同构成的虚拟基站。

参看式(13),  $e_x$  为  $e_{ni}$  的线性加权, 权值分别为  $(-2r_i^0 a_i)$ , 该权值受到实际距离值以及 BS 的位置双重影响, 由于权值不同, 每个  $e_{ni}$  对  $e_x$  的“贡献”不同, 同样的, 每个  $e_{ni}$  对  $e_y$  的“贡献”也是不同的。最终, 每个  $e_{ni}$  对 MS 估计点的均方误差  $MSE = E[e_x^2 + e_y^2]$  也具有不同的“贡献”程度。在 CHAN 算法中, 未考虑到“贡献”程度的差异, 因此对 MS 位置的估计精确程度不够, 充分利用这种“贡献”程度上的差异, 则可以提高 MS 位置估计的精度。

在改进的 CHAN 算法中, 通过虚拟基站的方法引入这种“贡献”程度上的差异, 来减小均方误差改善定位精度。仍假设一次定位中, 有  $N$  个 BS 服务于定位请求, 利用这  $N$  个 BS 确定新的坐标原点  $(x_v, y_v)$  并完成对 MS 位置的一次估计  $(\hat{x}^1, \hat{y}^1)$ , 由  $(x_v, y_v)$  和  $(\hat{x}^1, \hat{y}^1)$  可以确定这两点间距离  $r_0$ , 根据式(13)、(18)并用测量值代替真

实值, 可以确定对均方误差具有最大“贡献”度的 BS 以及  $e_{n0}$  的方差, 由此该虚拟基站的全部信息便可以确定。假设第  $m$  个 BS 为具有最大“贡献”度的 BS, 并由前所述,  $(x_v, y_v)$  为一虚拟基站, 用  $(x_v, y_v)$  替代第  $m$  个 BS, 并同余下的  $N - 1$  个基站作为新的基站集合组成  $N$  个基站, 利用 CHAN 算法的第二次估计方法, 对 MS 位置进行二次估计, 仿真表明, 新的  $N$  个基站的组合可明显提高 MS 位置的估计精度。反复运用虚拟基站的方法, 则经过多次虚拟基站替代之后, 所有基站对最终误差的“贡献”度将趋于一致, 逐渐收敛。

在进行一次估计时, 利用到了所有的  $N$  个 BS 的位置信息以及与 MS 的距离信息, 并确定虚拟基站的信息, 而在第二次使用 CHAN 算法进行二次估计时, 第  $m$  个 BS 完全由虚拟基站替代, 而虚拟基站的计算结果只是部分由第  $m$  个基站所“贡献”的, 也就是说, 第  $m$  个 BS 的对最终的 MS 位置估计的均方误差“贡献”程度被削弱了。该算法实质上, 对于具有较大偏差的 BS 采用较小的加权值, 而对具有较小偏差的 BS 采用较大的加权值来提高定位的精度。

#### 4 计算仿真

设在一次定位过程中, 有 4 个 BS 用于定位服务, 该 4 个 BS 的位置分别为  $(1900, 4355)$ 、 $(-4300, -2900)$ 、 $(3320, -5670)$ 、 $(-3346, 1732)$  而 MS 的真实位置为  $(-1400, -5000)$ , 接收信号模型采用  $r_i = r_i^0 + e_{ni}, i = 1, 2, \dots, N, e_{ni} \sim N(0, \sigma^2)$ , 分别等于 5, 10, ..., 25, 递增值为 5。进行 10000 次独立统计实验, 并最后统计 MS 位置估计的均方误差  $MSE = E[e_x^2 + e_y^2]$ 。由文献[9]可知,  $(x, y)$  位置估计的 Fisher 信息矩阵表达式为:

$$J(\cdot) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \frac{(x - x_i)^2}{r_i^2} & \sum_{i=1}^N \frac{(x - x_i)(y - y_i)}{r_i^2} \\ \sum_{i=1}^N \frac{(x - x_i)(y - y_i)}{r_i^2} & \sum_{i=1}^N \frac{(y - y_i)^2}{r_i^2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$J^{-1}(\cdot)$  的  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$  元素分别为  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  估计的

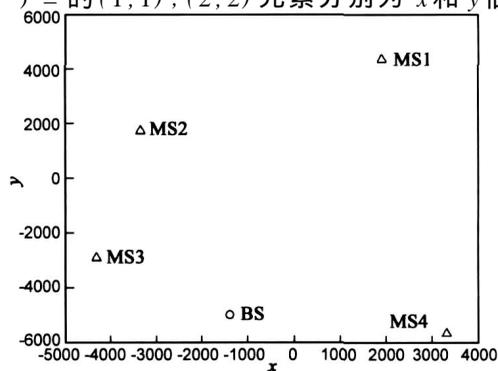


图1 移动台与基站相对地理位置关系图

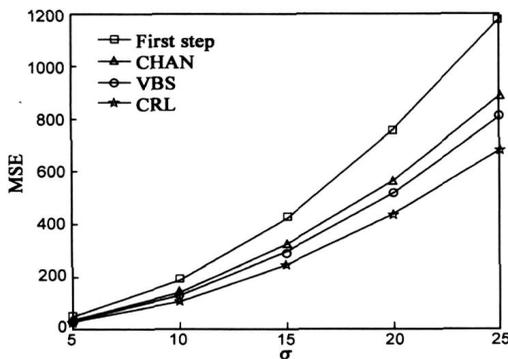


图2 三种方法的均方误差以及与CRLB的关系曲线

CRLB 限. 图 1 为 BS 与 MS 位置关系图, 图 2 为各种估计的均方误差曲线, 图中 First step 为一次估计结果的均方误差曲线, CHAN 和 VBS 分别为标准 CHAN 算法和本文改进的虚拟基站算法的均方误差曲线, CRLB 是由式 (18) 计算得出的均方误差曲线. 由图 2 可知, 一次估计具有较大的均方误差, 但由于计算简单, 适合于对精度要求不高的应用场合, VBS 较之 CHAN 具有更高的定位精度.

## 5 结论

本文提出了一种基于 TOA 位置估计的改进 CHAN 算法. 首先通过坐标平移变换, 消除定位方程中的公共未知参数, 从而实现移动台位置的一次快速位置估计; 其次, 通过对一次估计结果误差的深入分析, 不同的基站几何结构、基站与移动台间不同的达到距离对最终的定位结果误差“贡献”度不同, 依据权系数与“贡献”度方向加权的原理, 即大的“贡献”度采用小的权系数, 小的“贡献”度采用大的权系数, 提出了采用虚拟基站的方法来减小最终的定位总体误差, 提高定位的精度. 本文算法计算量小, 简单易行, 适于实际的应用, 最终的仿真结果验证了本文算法的有效性.

## 参考文献:

[1] Jeffrey H Reed, et al. An overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service [J]. IEEE Communications Magazine, 1998, 36(4): 30 - 37.

[2] J J Caffery. Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems [M]. Norwell, MS, USA: Kluwer Academic Publishers, 1999. 20 - 25.

[3] Y T Chan, K C Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1994, 42(8): 1905 - 1915.

[4] B Friedlander. A passive localization algorithm and its accuracy analysis [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1987, 12(1): 234 - 245.

[5] W H Foy. Position location solutions by Taylor-series estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(2): 187 - 194.

[6] J S Abel. A divide and conquer approach to least-squares estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(3): 423 - 427.

[7] Michaela C Vanderveen, et al. Estimation of multipath parameters in wireless communications [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1998, 46(3): 682 - 690.

[8] G C Carter. Coherence and time delay estimation [J]. Proceedings of IEEE, 1987, 75(2): 236 - 255.

[9] Yur Tong Chan, et al. Exact and approximate maximum likelihood localization algorithms [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2006, 55(1): 10 - 16.

## 作者简介:

杨天池 男, 1978 年 10 月出生于辽宁省阜新市, 国家数字交换系统工程技术研究中心博士研究生, 主要研究方向第三代移动通信、蜂窝网定位等. E-mail: yang\_tch@163.com

金 梁 男, 1969 年 4 月出生于北京, 现为国家数字交换系统工程技术研究中心博士生导师, 国家科技进步一等奖、第十届中国青年科技奖和求是奖获得者, 主要研究方向第三代移动通信、智能天线技术等. E-mail: jinliang@ndsc.com.cn

程 娟 女, 1979 年 7 月出生于河南省郑州市, 解放军信息工程大学信息工程学院讲师, 博士研究生, 主要研究方向信号与信息处理等. E-mail: cheng\_j.puppy@yahoo.com.cn