

视图插补与透视同伦变换

于洪川, 吴福朝, 阮宗才, 韦 穗

(安徽大学人工智能所, 安徽合肥 230039)

摘 要: 基于未标定图像序列实现任意视点插补, 是目前视点插补技术研究中的热点. 本文首次将同伦变换引入视点插补问题研究中, 提出并证明了基于透视同伦变换的视图插补定理, 并针对可忽略遮挡关系的简单场景给出了基于未标定图像序列的透视同伦变换. 算法实现的关键在于对摄像机内外参数的估计, 同时对实验结果作了详细分析, 指出实验结果的优劣(算法实现瓶颈)在于对应关系的建立.

关键词: 视图插补; 透视同伦变换; 遮挡关系; 水平扫描线

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)06-0738-06

View Interpolation and Perspective Homotopy Transform

YU Hong-chuan, WU Fu-chao, RUAN Zong-cai, WEI Sui

(Inst. of AI, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract: At present, view interpolation based on uncalibrated images is widely studied. In this paper, homotopy transform is first introduced into the view interpolation study, and view interpolation theorem based on perspective homotopy transform is presented. The perspective homotopy transform and its algorithm based on uncalibrated images is presented for non-occlusion scene. The key steps of its implementation are estimate of camera intrinsic and external parameters. The experiment indicated that the choke point of the algorithm implementation was the problem of finding matched points between the different view images.

Key words: view interpolation; perspective homotopy transform; non-occlusion; intra scanline

1 引言

基于真实图像的绘制技术(IBR)研究, 其关键在于插补图像要满足透视几何关系和接近自然光照效果. 前者满足透视几何关系的视图插补问题是本文研究的重点, 将这一问题进一步细化, 可以分为以下三个基本问题:

- (1) 旋转图像序列的视图插补问题;
- (2) 对于简单场景(可忽略遮挡关系 occlusion), 摄像机任意刚体运动前后所获图像序列的视图插补问题;
- (3) 对于复杂场景(考虑遮挡关系), 摄像机任意刚体运动前后所获图像序列的视图插补问题.

对于第一个问题, 文献[1, 2]已分别从理论和实验上证明, 对于任意复杂场景, 旋转图像序列无遮挡关系, 并且给出各自视图插补的实用算法.

对于第二、三问题, 文[3]提出图像 Warping 技术, 即重投影像素到插补图像. 他需要借助场景深度信息来解决遮挡关系. 文[4]提出 View Morphing 技术, 能保证插补图像的真实性, 但事先需已知摄像机内外参数及场景的深度信息. 以上所举有代表性的几项技术都是依赖于标定图像序列. 如何从未标定图像序列中插补出所需视图则是目前研究重点. 文[5]提出一种与视点相对应的未标定图像序列视图插补方法, 这种方法

在建立匹配关系前提下, 能够保证插补图像是某一摄像机在某一视点下的视图, 即物理可实现. 因而在有限范围内克服了 View Morphing 技术的缺陷. 文[6]中也有相关的讨论. 但如何获得 3D 场景的插补图像, 如何获得与当前摄像机对应的插补图像, 如何得知与插补图像对应的视点方位及姿态(方向), 这些仍有待进一步研究. 文[7]提出应用光场技术, 以避免对场景深度信息的依赖, 来获得 Warping 图像. 这里所称的“光场技术”并没考虑时间与光照等因素, 其实质为计算机视觉领域中的对应关系建立. 有关此类问题文献较多, 但迄今为止仍未得到圆满解决. 文[8]提出应用三角面片技术, 通过排序算法确定每一面片仿射顺序来解决遮挡关系. 这样做的明显优势在于可利用硬件资源图形加速. 但他必须首先解决每一三角形三个控制点应如何插补到新的视图中. 这实质是要建立有限点的对应关系, 而对应关系的非解析性通常使问题变得难以确定.

本文仅针对第二个问题作进一步研究, 因为简单场景中遮挡关系可以忽略, 因而不会出现“反序”情况. 这在一定程度上降低了建立对应关系的复杂度. 同时首次将拓扑学中同伦变换引入视图插补问题研究中, 针对未标定图像序列, 提出了透视同伦变换原理及实现方法.

2 透视同伦变换原理

2.1 基本概念

视点与视图 摄像机模型通常采用针孔模型, 在这种成像模型下, 摄像机投影矩阵 M 可分解为, $M = K(R|T)$, 其中, K 为摄像机内参数矩阵, 为处理简便同文[9]一样将 K 简化为一对角阵; R 为摄像机坐标系关于世界坐标系的旋转矩阵, T 为平移向量, 二者统称为摄像机外参数. 为叙述方便, 称外参数(R, T)为摄像机视点. 摄像机在视点(R, T)下所获图像, 则称与视点对应的视图.

视图插补 设 I_0, I_1 分别为两个不同视点($I, 0$), (R, T)下同一景物的视图, 其中 I 为单位阵, 即令第一个视点的摄像机坐标系与世界坐标系重合. 旋转 R 由三个欧拉角(θ, φ, γ)唯一确定, 令 $R_s(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = R(\theta(\alpha_1), \varphi(\alpha_2), \gamma(\alpha_3))$, $\alpha_{1,2,3} \in [0, 1]$, $T_s(\beta) = (x(\beta), y(\beta), z(\beta))^T$, $\beta \in [0, 1]$ 为连接视点 c_0, c_1 的任一条空间曲线, 如图 1 所示. 由源视图 I_0, I_1 , 求摄像机在视点 $c_s(R_s, T_s)$ 下的新视图 $I_s(\lambda, \beta)$, $\lambda = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 称之为视图插补.

在本文中为了叙述方便, 假定旋转 $R_s(\lambda)$ 保持旋转轴不变, 仅改变旋转角, $T_s(\beta)$ 为连接视点 c_0, c_1 的直线, 即 $T_s(\beta) = \beta T$, ($0 \leq \beta \leq 1$). 事实上本文所给的方法可推广到任意曲线 $T_s(\beta)$ 的情形.

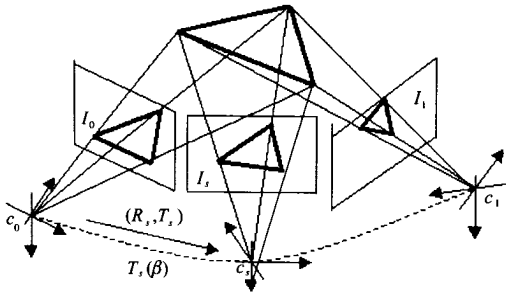


图 1 视图插补

同伦变换 设 $f(x)$ ($g(x)$) 为 $D \subset R^n$ 到 $f(D) \subset R^m$ ($g(D) \subset R^m$) 上的连续函数, 若存在 $D \times [0, 1] \times [0, 1]$ 上的连续函数 $H(x, \lambda, \beta)$, 使

$$H(x, 0, 0) = f(x), H(x, 1, 1) = g(x)$$

则称 $H(x, \lambda, \beta)$ 为连接 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的同伦变换 (homotopy). 如图 2 所示, λ, β 称为同伦参数.

$H(x, \lambda, \beta)$ 将 $f(D) = H(D, 0, 0)$ $H(D, \lambda, \beta)$ $g(D) = H(D, 1, 1)$ 集合 $f(D)$ 同伦变换到集合 $g(D)$, $f(D)$ 与 $g(D)$ 称为同伦集. 用于图像序列中的 Image Morphing 和 Warp 技术[10]实质上也是一种同伦变换, 但这种同伦变换不保持透视性质, 无法直接应用于视图插补中. 构造保持透视性质的同伦变换, 简称透视同伦变换, 是解决视图插补问题的数学基础, 也是本章研究的

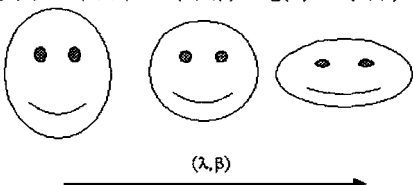


图 2 同伦变换

重点.

2.2 透视同伦变换

令 $U_0 \in I_0, U_1 \in I_1$ 为对应于空间同一点 X 的像, 则齐次坐标系下有

$$U_0 \cong KX, U_1 \cong KRX + KT$$

相差一常数因子意义下相等记为“ \cong ”. 将 U_0 代入 U_1 得, $\lambda_1 U_1 = \lambda_0 KR U^{-1} U_0 + KT$, 其中, λ_0, λ_1 为某一常数因子. 令 $H = KRK^{-1}$, 可将 H 进一步分解为 $H = BR_s(\theta)B^{-1}$, θ 为旋转角, B 为可逆阵, 控制 θ 变化可获得保持旋转轴不变并且对应于不同旋转角的旋转投影变换 H (见文[2]),

$$H(\alpha) = BR_s(\alpha\theta)B^{-1} = KR(\alpha)K^{-1}, \alpha \in [0, 1]$$

根据第 2 节构造变换,

$$\lambda_s U_s(\alpha, \beta) = \lambda_0 H(\alpha) U_0 + \beta KT \quad (1)$$

其中, $U_s \in I_s, \lambda_s$ 为某一常数因子, 易知,

$$U_s(0, 0) \cong U_0, U_s(1, 1) \cong U_1$$

因此 $U_s(\alpha, \beta)$ 将视图 I_0 同伦变换为视图 I_1 . 可以看出 $U_s(\alpha, \beta)$ 为与 U_0 对应的场景点在视点($R(\alpha), \beta T$)下的像, 因而称 $U_s(\alpha, \beta)$ 为透视同伦变换.

类似地, 可构造变换,

$$\lambda_s \dot{U}_s(\alpha, \beta) = \lambda_1 H(\alpha - 1) U_1 + (\beta I - H(\alpha - 1)) KT \quad (2)$$

其中, λ_s 为某一常数因子. $\dot{U}_s(\alpha, \beta)$ 为与 U_1 对应的场景点在视点($R(\alpha - 1), (\beta I - H(\alpha - 1))T$)下的像. 因而 $\dot{U}_s(\alpha, \beta)$ 也为透视同伦变换. 按上述定义易知点集 $\{U_s\} \cup \{\dot{U}_s\}$ 构成插补视图 I_s , 即 $I_s \supseteq \{U_s\} \cup \{\dot{U}_s\}$. 仅从两幅源图像所包含的信息出发, 并非任意视点下的视图均可插补, 插补视点应满足以下插补条件:

- (1) 视点($R(\alpha), \beta T$)下的可见场景点, 或者在 I_0 中可见, 或者在 I_1 中可见;
- (2) 在视点($R(\alpha), \beta T$)下不可见场景点, 两幅源图中同时也是不可见场景点.

不满足插补条件(1), 导致插补图像有空洞现象; 不满足插补条件(2), 导致插补图像有重叠现象, 如图 3 所示. 如果没有场景的空间几何结构信息, 仅从两幅源图像所包含的信息出发, 这两种缺陷是无法克服的, 本文假定满足可插补性条件.

由以上定义的透视同伦变换 $\dot{U}_s(\alpha, \beta)$ 与 $U_s(\alpha, \beta)$, 有下述视图插补定理.

定理: 令 $U_0 \in I_0, U_1 \in I_1$, 透视同伦变换为:

$$\begin{cases} \lambda_s U_s(\alpha, \beta) = \lambda_0 H(\alpha) U_0 + \beta KT \\ \lambda_s \dot{U}_s(\alpha, \beta) = \lambda_1 H(\alpha - 1) U_1 + (\beta I - H(\alpha - 1)) KT \end{cases} \quad (3)$$

其中, $H(\alpha - 1) = KR(\alpha - 1)K^{-1}$, $\alpha, \beta \in [0, 1]$, 则点集 $\{U_s\}, \{\dot{U}_s\}$ 构成插补视图 I_s , 即 $I_s \supseteq \{U_s\} \cup \{\dot{U}_s\}$. 证明见附录 1.

2.3 未标定图像序列的透视同伦变换

若摄像机内外参数已知, 或 I_0 与 I_1 是已标定的图像, 可以直接使用视图插补定理插补出所需视点下的视图. 而对于未标定图像序列, 摄像机内外参数未知, 只要对插补条件作一定限制是可以获得关于未标定图像序列的透视同伦变换.

共视条件: 视点($R(\alpha), \beta T$)下的可见场景点, 在 I_0, I_1 中

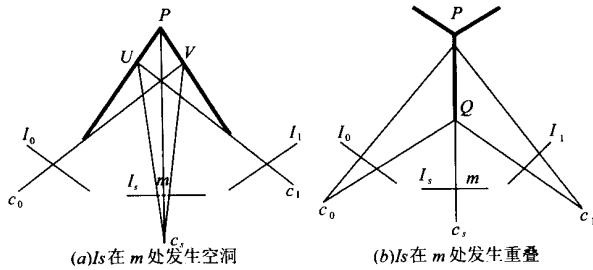


图3 空洞与重叠现象

均可见。

将共视条件与插补条件相比,不难发现,共视条件实质上排除了遮挡关系。进一步分析表明,满足共视条件下场景点在 I_0, I_1 中不会出现“反序”现象。这与文[11]中提出的“单调性约束”(Monotonicity)是一致的。

文[2]中针对旋转未标定图像序列给出下述透视同伦变换,

$$\begin{cases} U_s(\alpha) \cong H(\alpha) U_0 \\ U'_s(\alpha) \cong H(\alpha-1) U_1 \end{cases}, \alpha \in [0, 1] \quad (4)$$

可以证明在像平面直角坐标系下,该透视同伦变换等式严格成立,且保持摄像机内参数不变,插补视点可以控制。

对于一般刚体运动情况下,未标定图像序列的视图插补问题,文[5]已作过讨论,并根据线性插补关系给出以下线性透视同伦变换,

$$U_s = sU_0 + (1-s)U_1, s \in [0, 1] \quad (5)$$

研究表明,在像平面直角坐标系下该透视同伦变换仅保证插补图像满足透视关系,而摄像机内参数已经改变,插补视点无法控制。

本文中仅考虑摄像机纯平移情况,当 $R=I$ 时,有纯平移情况下透视同伦变换

$$\begin{cases} \lambda U_s(\beta) = \lambda_0 U_0 + \beta KT \\ \lambda'_s U'_s(\beta) = \lambda_1 U_1 + (\beta-1)KT \end{cases} \quad (6)$$

当平移矢量 T 的第三维分量与场景深度相比较小时,可以证明,在像平面直角坐标系下该透视同伦变换等式近似成立,而当平移矢量 T 的第三维分量为零时,该透视同伦变换等式严格成立,且保持摄像机内参数不变,插补视点可以控制。证明见附录2。

对于一般未标定图像序列,如果能通过其他手段获得对旋转 R 的估计,并校正源视图 I_0, I_1 , 使之满足视点平移关系,运用透视同伦变换(6)可插补出所需视点下的视图。比较透视同伦变换式(4), (5), (6)可知,由于旋转图像序列无遮挡关系,且源视图 I_0, I_1 满足旋转投影变换,因此透视同伦变换式(4)可线性建立 I_0, I_1 间的对应关系。而透视同伦变换式(5), (6)则要求事先已知对应关系,由于视点间存在平移,则对应关系无解析形式。因此建立图像间的对应关系,是实现透视同伦变换的基础。

3 算法实现与实验分析

3.1 算法实现

由上一节分析可知,对于一般未标定图像序列的视图插

补算法可描述为:

(1)对两视点间的旋转 R 进行估计,并旋转原视图使 I_0, I_1 满足平移关系;

(2)建立 I_0, I_1 间对应关系(逐点对应);

(3)应用透视同伦变换式(6)插补出所需视点下的视图。

校正平移关系 通常对外参数的估计和匹配关系的建立可以通过外极约束来获得。文[12]中给出对摄像机内外参数估计方法。首先由源视图 I_0, I_1 确定基础矩阵,按摄像机简化模型求解 Kruppa 方程估计出摄像机内参数阵 K ,并以此求解出本质矩阵,再通过本质矩阵分解来确定旋转 R ,同时可进一步估计出两视点间单位平移矢量 T_0 。

校正源视图 I_0, I_1 成平移关系,就是要插补视点 (I, T) 下的视图 I_{s1} , 不难看出视点 (R, T) 与 (I, T) 是纯旋转关系,因此视图 I_{s1} 与 I_1 满足旋转投影变换,由于 $H = KRK^{-1}$ 及上述对摄像机内参数阵 K 和旋转阵 R 的估值,可以构造出2D投影变换 H , 则有

$$I_{s1} = \{U_{s1} = H(-1)U_1, U_1 \in I_1\} \quad (7)$$

为在直角坐标系下应用透视同伦变换式(6),必须抑制平移矢量 T 的第三维分量。根据外极约束,可推知,当平移矢量 $T = (t_1, t_2, 0)^T$ 时,平移前后两个像平面在空间共面,此时平移前后两个像平面中的外极线为同一组平行线,这样一组平行线通常称为扫描线(scan line)。当平移矢量 $T = (t_1, 0, 0)$ 时,两张像平面上外极线构成一组水平平行线,通常称作水平扫描线(intra scanline)。详细推导见附录3。形成水平扫描线有利于下一步匹配关系的建立。

变换视图中的外极线为水平扫描线,就是要构造一变换使视点间只在水平坐标轴上相差一个平移,上述分析提供了一个有效的变换方法。由于摄像机光心距像平面距离是固定不变的,可以通过旋转使两个像平面共面,按上述扫描线的几何约束,可以构造出所需的旋转变换。

设 $U_0^{(i)} \in I_0, U_1^{(i)} \in I_1, i = 1, 2, \dots, n$ 为 n 对对应点,为了计算方便,选择绕摄像机坐标系 y -轴旋转使两幅视图中外极线变为扫描线。构造旋转投影变换 $H_y = KR_yK^{-1}$, 令: $\Delta x_i = \frac{H_y^{(1)} \cdot U_0^{(i)}}{H_y^{(3)} \cdot U_0^{(i)}} - \frac{H_y^{(1)} \cdot U_1^{(i)}}{H_y^{(3)} \cdot U_1^{(i)}}, \Delta y_i = \frac{H_y^{(2)} \cdot U_0^{(i)}}{H_y^{(3)} \cdot U_0^{(i)}} - \frac{H_y^{(2)} \cdot U_1^{(i)}}{H_y^{(3)} \cdot U_1^{(i)}}$, 其中, $H_y^{(i)}$ 为 H_y 之行向量, $i = 1, 2, 3$, 则有方程组

$$\Delta y_i / \Delta x_i = \Delta y_j / \Delta x_j, i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j \quad (8)$$

通过以上方程组求解 R_y 来构造 H_y , 再使摄像机坐标系绕 z -轴旋转使外极线变为水平扫描线。仿照式(8)求解绕 z -轴旋转 R_z 来构造旋转投影变换 H_z , 至此已完成水平扫描线的建立。

建立对应关系 如何搜索水平扫描线建立对应关系,方法较多,是视觉研究中一个重要课题。本节是边缘检测基础上通过相关运算完成对应关系的建立,需要说明的是,目前所有基于相似性的匹配方法都是假设空间点在两像平面上投影点的灰度值相似,这种假设本身就不是充分的,因而所有这些算法都没有完美地解决对应点匹配问题,人工干预是不可避免的,这一点可从下一节实验中清楚地看到。

透视同伦变换式(6)的实现 令视图 I_{s0}, I_{s2} 中外极线为水平扫描线, 像平面直角坐标系下一对匹配点为 $(x_0, y_0, 1)^T \in I_{s0} \Leftrightarrow (x_2, y_0, 1) \in I_{s2}$, 代入透视同伦变换式(6)有

$$(x_s, y_0)^T = \beta(x_0, y_0)^T + (1 - \beta)(x_2, y_0)^T \quad (9)$$

不难获得视点沿摄像机坐标系 x 轴水平平移的插补视图。若要改变视点方向, 只须给定旋转 R 即可构造出相应的旋转变换, 插补出所需视图。与插补定理相比, 不同之处在于插补视点方向可以绕不同轴旋转。根据对两个源视点间单位平移矢量 T_0 的估值, 可以改变 T_0 来获得视点在任意曲线 $T(\beta)$ 下的视图。

3.2 实验与分析

同一部未标定摄像机在两个未知视点下, 对同一景物摄像, 源视图如图 4 所示。以下结合实验对算法实现过程做一详细描述和分析。

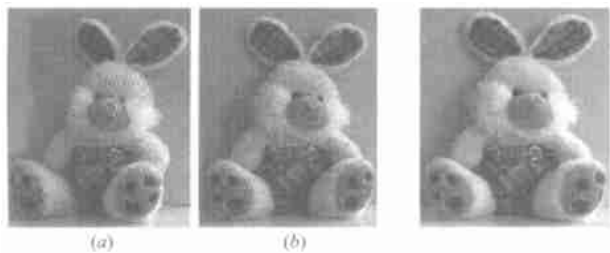


图 4 两张源视图

图 5 与图 4(a) 满足
平移关系

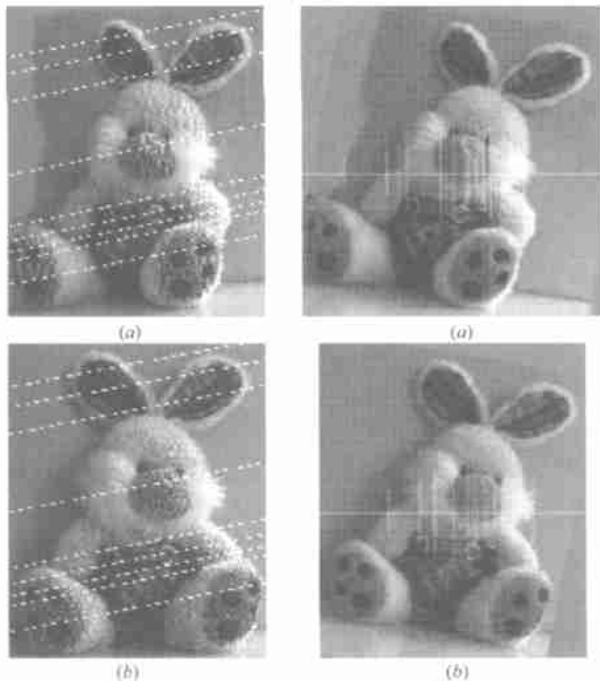


图 6 形成扫描线图

图 7 形成水平扫描线

(1) 从两幅源视图中选取有限个对应点 ($n > 8$), 求解所对应的基础矩阵。基础矩阵的准确与否直接影响对内参数 K 及旋转 R 的估值, 影响实验的精度。精确求解基础矩阵一直是视觉研究的热点, 从实验结果来看无论采用哪种算法, 用来完成视觉系统标定任务, 基础矩阵的精度是不够的, 而用来产生

所需视图, 达到视觉可接受效果是完全能胜任的。

(2) 根据第(1)步中求解的基础矩阵 F , 按摄像机简化模型对摄像机内参数阵 K 估值, 再对旋转 R 估值。

(3) 根据式(7)和第(2)步中对 K, R 的估值构造旋转投影变换 H , 使视图经变换后满足视点平移关系。图 5 为源视图 4(b) 经旋转变换后, 与源视图 4(a) 保持平移关系。

(4) 根据式(8)构造绕 y 轴旋转投影变换 H_y , 使源视图 4(a) 与图 5 经 H_y 变换后, 像平面共面且外极线变为扫描线, 如图 6 所示。同理构造绕 z 轴旋转投影变换 H_z , 将视图(6)经 H_z 变换后, 像平面上外极线变为水平扫描线, 如图 7 所示。

(5) 在图 7 的两幅视图对同一根水平扫描线作一维搜索, 首先通过边缘检测分别找出每幅视图对应对应的扫描线上的边缘点等灰度不连续点, 以此来分割两幅视图中所对应的扫描线。再对分割的线段作相关运算选取匹配线段, 完成线段匹配后, 再经仿射建立较为准确的点与点的对应关系。

(6) 根据透视同伦变换式(6)不难获得视点沿摄像机坐标系 x 轴水平平移的插补视图, 如图 8 所示。若要改变视点方向, 只须给定旋转 R 即可构造出相应的旋转变换, 插补出所需视图。

最终所获插补视图(图 8)中边缘处有较多的“毛刺”, 缺损严重, 这主要源于第(5)步中线段匹配错误所致, 由于对两幅视图中水平扫描线的分割难以作到一一对应, 导致线段匹配阶段一幅视图中的许多线段无法在另一幅视图找到与之相匹配的线段, 因此没有人工干预是难以获得满意的插补图像。另外对摄像机内外参数也直接影响最终所获插补图像质量, 而对摄像机参数的估计好坏, 完全可通过第(4)步校正的扫描线是否平行来评价。

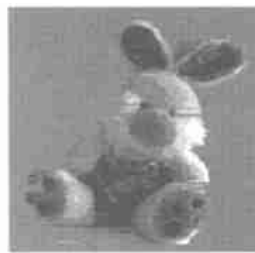


图 8 插补视图

4 结束语

本文首次将同伦变换引入视点插补问题研究中, 提出并证明了基于透视同伦变换的视图插补定理, 并针对可忽略遮挡关系的简单场景提出共视条件约束, 在此基础上给出了基于未标定图像序列的透视同伦变换。同时对算法的实现作了较为详细的推导。实验结果表明插补视图质量的好坏(算法实现瓶颈)仍在于水平扫描线上对应关系的建立, 因此如何建立对应关系仍是今后研究的重点。

本文是在共视约束条件下, 建立基于未标定图像序列的透视同伦变换。而寻找在插补条件下的透视同伦变换, 仍是今后研究的重点。

附录 1:

视图插补定理: 令 $U_- \in I_0, U_+ \in I_1$, 透视同伦变换为:

$$\begin{cases} \lambda_s U_s(\alpha, \beta) = \lambda_0 H(\alpha) U_0 + \beta K T \\ \lambda_s U_s(\alpha, \beta) = \lambda_1 H(\alpha - 1) U_1 + (\beta I - H(\alpha - 1)) K T' \end{cases}$$

其中, $H(\alpha-1) = KR(\alpha-1)K^{-1}$, $\alpha, \beta \in [0, 1]$, 则点集 $\{U_s\}$, $\{\dot{U}_s\}$ 构成插补视图 I_s , 即 $I_s \supseteq \{U_s\} \cup \{\dot{U}_s\}$.

证明: 当 $U_0 \in I_0$, $U_1 \in I_1$ 为一对匹配点时, 有

$$\begin{aligned} \lambda_s \dot{U}_s(\alpha, \beta) &= \lambda_1 H(\alpha-1) U_1 + (\beta I - H(\alpha-1)) K T \\ &= H(\alpha-1) (\lambda_0 H(1) U_0 + K T) \\ &\quad + (\beta I - H(\alpha-1)) K T \end{aligned}$$

文[2]已经证明 $H(a_1)H(a_2) = H(a_1 + a_2)$, 且 $H^{-1}(\alpha) = H(-\alpha)$, $\alpha, a_1, a_2 \in [0, 1]$, 则

上式 $= \lambda_0 H(\alpha) U_0 + \beta K T = \lambda_s U_s(\alpha, \beta)$

即与 U_0, U_1 对应的场景点在视点 $(R(\alpha), \beta T)$ 下的像 $U_s(\alpha, \beta) = \dot{U}_s(\alpha, \beta)$.

当 $U_1 \in I_1$ 在 I_0 中无匹配点时, 令与 U_1 对应的场景点为 X , 由于 U_1 在 I_0 中无匹配点, 则存在另一场景点 Q 位于 $c_0 X$ 上, 如附图 1 所示.

空间点 X 在视点 $(R(\alpha), \beta T)$, (R, T) 下成像分别为,

$$U_s \cong KR(\alpha)X + \beta K T, U_1 \cong K R X + K T$$

将 U_1 代入 U_s 得:

$$\begin{aligned} \lambda_s U_s &= K R(\alpha) (\lambda_1 R^T K^{-1} U_1 - R^T T) + \beta K T \\ &= \lambda_1 H(\alpha) H^{-1}(1) U_1 - H(\alpha) H^{-1}(1) K T + \beta K T \\ &= \lambda_1 H(\alpha-1) U_1 + (\beta I - H(\alpha-1)) K T \\ &= \lambda_s \dot{U}_s(\alpha, \beta) \end{aligned}$$

同理可证: 当 $U_0 \in I_0$ 在

I_1 中无匹配点时, $U_s(\alpha,$

$\beta)$ 是与 U_0 对应的场景点在视点 $(R(\alpha), \beta T)$ 下的像. 证毕.

附录 2:

命题 1: 摄像机纯平

移情况, 两幅源视图 $I_0,$

I_1 间的透视同伦变换式

(6), 只有当平移矢量 T 的第三维分量与场景深度相比较小时, 在像平面直角坐标系下该透视同伦变换等式近似成立, 而当平移矢量 T 的第三维分量为零时, 该透视同伦变换等式严格成立, 且保持摄像机内参数不变, 插补视点可以控制.

证明: 将 $U_0 \cong KX$, $U_1 \cong KX + KT$ 代入透视同伦变换式 (6) 得:

$$\begin{aligned} \lambda_s U_s(\beta) &= KX + \beta K T = \beta KX + (1-\beta) KX + \beta K T \\ &= \lambda_1 \beta U_1 + \lambda_0 (1-\beta) U_0 \end{aligned}$$

同理可得: $\lambda_s \dot{U}_s(\beta) = \lambda_1 \beta U_1 + \lambda_0 (1-\beta) U_0$, 易知透视同伦变换式 (6) 是透视同伦变换式 (5) 在 $R=I$ 时的特例. 在直角坐标系下, 上式并不能保证严格相等, 将像平面齐次坐标归一化 $U_i = (u_i, v_i, 1)^T$, $i=0, 1, s$, 不难推知比例因子 $\lambda_0 = z$, $\lambda_1 = z + t_3$, z 为景深, t_3 为平移矢量 T 的第三维分量, 可以看到在像平面直角坐标系下, 当 t_3 与景深 z 相比较小时, 可以被忽略, 因此可以认为在直角坐标系下满足上述近似条件时, 透视同伦变换式 (6) 近似成立.

当 $t_3 = 0$ 时, 则有 $\lambda_0 = \lambda_1 = z$, 因此在像平面直角坐标系下, 透视同伦变换式 (6) 严格成立. 证毕.

附录 3:

平移视点下的视图应满足以下命题.

命题 2: 摄像机作纯平移运动时, 运动前后两个象平面中, 外极点的象平面直角坐标相等, 对应极线相同.

证明: 令 $R=I$, 可以得到摄像机纯平移运动所对应的基础矩阵 $F = e_1^\times$, 其中, e_1^\times 为外极点 e_1 构成的反对称矩阵, 有方程组
$$\begin{cases} F^T x = -e_1^\times x = 0 \\ Fx = e_1^\times x = 0 \end{cases}$$
, 解得在相差某一常数因子时, 两个像平面上外极点分别为 $e_1, -e_1$, 将齐次坐标第三维归一化, 易知其像平面坐标相等.

令 m_1, m_2 为空间中某一点 X 在摄像机平移前后象平面中投影点,

$$m_1 = KX, m_2 = KX + KT$$

则 m_1, m_2 对应的外极线射影坐标分别为

$$I_1 = e_1^\times m_2 = e_1^\times KX, I_2 = -e_1^\times m_1 - e_1^\times KX$$

因此对应极线相同, 证毕.

当平移矢量 $T = (t_1, t_2, 0)^T$ 时, 平移前后两个像平面共面, 且外极点 $e_1 = (e'_1, e'_2, 0)^T$, 令 $m = (a, b, c)^T$, $m' = (a', b', c')^T$ 为同一像平面上任意两个不同点, 过 m, m' 的两条外极线为

$$I = e_1^\times m = (-e'_2 c, e'_1 c, e'_2 a - e'_1 b)^T,$$

$$\dot{I} = e_1^\times m' = (-e'_2 c', e'_1 c', e'_2 a' - e'_1 b')^T,$$

两条外极线交点为

$$I \times \dot{I} = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} e'_1 c & e'_2 a - e'_1 b \\ e'_1 c' & e'_2 a' - e'_1 b' \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} -e'_2 c & e'_2 a - e'_1 b \\ -e'_2 c' & e'_2 a' - e'_1 b' \end{vmatrix}, 0 \end{bmatrix}^T$$

不难看出交点为无穷远点. 由射影几何可知, 外极线为一组平行直线. 按命题 2 推知, 平移前后两个像平面中的外极线为同一组平行线, 这样一组平行线通常称为扫描线 (scan line).

当平移矢量 $T = (t_1, 0, 0)$ 时, 外极点 $e_1 = (e''_1, 0, 0)$, 则过 m, m' 的两条外极线为

$$I = e_1^\times m = (0, e''_1 c, -e''_1 b)^T,$$

$$\dot{I} = e_1^\times m' = (0, e''_1 c', -e''_1 b')^T$$

可知, 这两条外极线 I, \dot{I} 为平行于像平面水平坐标轴 (x -轴) 的一对平行线, 由两张像平面上外极线所构成的这样一组水平平行线通常称作水平扫描线.

参考文献:

- [1] R Szeliski, H-Y Shum. Creating full view panoramic image mosaics and environment maps [A]. Computer Graphics (ACM SIGGRAPH' 97) [C], August 1997: 251- 258.
- [2] 于洪川, 吴福朝, 阮宗才, 韦穗. VR 环境图像生成中几项关键技术研究 [J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(11): 1349- 1357.
- [3] S E Chen, L Williams. View interpolation for image synthesis [A]. Computer Graphics (ACM SIGGRAPH' 93) [C], 1993: 279- 288.
- [4] S M Seitz, C R Dyer. View Morphing [A]. Computer Graphics (ACM SIGGRAPH' 96) [C], 1996: 21- 30.
- [5] Yuan Bo, Wu Fuchao, Yu Hongchuan, Wei Sui. Image interpolation correspondence with viewpoint [A]. in Proc. of ISMIP' 98 [C]. SPIE,

1998: 3545: 304– 308.

- [6] R Szeliski. Video mosaics for virtual environments [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1996, 16(2): 22– 30.
- [7] L McMillan, G Bishop. Plenoptic Modeling: An image based rendering system [A]. Computer Graphics (ACM SIGGRAPH' 95) [C], 1995: 39– 46.
- [8] C W Fu, T T Wang, P A Heng. Triangle based image warping without depth buffering [J]. Journal of Graphics Tools, 1998, 3(4): 13– 32.
- [9] K Kanatani, Y Onodera. Anatomy of camera calibration using vanishing points [J]. IEICE Trans. on Informations and systems, E74(10), 1991: 3369– 3378.
- [10] T Beier, S Neely. Feature Based image metamorphosis [A]. Computer Graphics (ACM SIGGRAPH' 92) [C], 1992: 35– 42.
- [11] S Seitz. Image based transformation of viewpoint and scene appearance [D]. Ph. D. Dissertation, Dept. of Computer Science, University of Wisconsin Madison, 1997.
- [12] 于洪川. 视觉基础矩阵的算法及其应用研究 [D]. 中国科学院合肥智能机械研究所工学博士学位论文, 2000, 4.

作者简介:



于洪川 男. 1969 年生于四川乐山, 工学博士, 现为清华大学计算机系博士后, IEEE 计算机学会会员, 目前主要从事计算机视觉, 虚拟现实技术等研究工作.

吴福朝 男. 1957 年生于安徽安庆, 安徽大学人工智能所教授, 博士生导师, 目前主要从事计算机视觉, 人工神经网络, 虚拟现实技术等科研教学工作.

阮宗才 男. 1970 年生于新疆乌鲁木齐, 工学硕士, 现为安徽大学电子工程学院博士生, 目前主要从事计算机视觉, 虚拟现实技术等研究工作.

韦 穗 女. 1946 年生于江苏南京, 安徽大学教授, 博士生导师, 目前主要从事图像处理, 计算机视觉, 虚拟现实技术等科研教学工作.