

一个优化小波块量化矩阵的算法

刘九芬¹, 黄达人², 郑国清³

(11 浙江大学数学系, 杭州 310027; 21 中山大学数学系, 广州 510275; 31 河南农科院信息所, 郑州 450002)

摘 要: 小波变换以其良好的空间-频率局部特性, 在图像编码标准 JPEG2000 和 MPEG4 中占据了重要位置。本文选用正交小波基对图像做小波变换, 然后重新组织小波系数成小波块, 最后提出了一个构造小波块量化矩阵以产生最优比特分配的算法。本算法用一种新的方式统计小波系数分布, 并结合人体视觉系统的特点, 采用动态策略在很大的比特率范围内产生最优的小波块量化矩阵。

关键词: 小波块; 量化矩阵; 动态策略; 最优比特分配

中图分类号: TN911.12 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 05-0670-04

An Algorithm for Optimizing Wavelet Block Quantization Tables

LIU Jiu2fen¹, HUANG Da2ren², ZHENG Guo2qing³

(11 Dept. of Mathematics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 21 Dept. of Mathematics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China; 31 Institute of Information for Agricultural Science and Technology, Henan Academy of Agricultural sciences, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The Discrete Wavelet Transform (DWT), which has good spatial frequency characteristics, is widely used in lossy image and video compression schemes such as JPEG2000 and MPEG4. In this paper, we introduce orthogonal wavelet bases to decompose images, then reorganize wavelet image coefficients to form wavelet blocks. Finally we propose an efficient algorithm for constructing wavelet block quantization tables with optimal bit allocations for a given image. The algorithm uses wavelet coefficient distribution statistics in a novel way, and pays attention to the traits of Human Visual System (HVS), and uses a dynamic programming strategy to produce optimal quantization tables over a wide range of bit rates.

Key words: wavelet block; quantization table; dynamic programming strategy; optimal bit allocation

1 引言

近年来, 小波变换以其良好的空间-频率局部特性和与人眼视觉特性相符的变换机制, 在图像编码领域得到了广泛应用。一幅原始的图像经小波变换后得到了一系列不同尺度、不同方向的细节信号和最终的低频信号。如何对这些信号进行量化编码输出就成了关键问题。在实际应用中, 有时需要指定码率。例如, 在一定大小的介质上需要存储多少幅图像。更具体一点的例子, 数码照相机成像在闪存芯片上, 在昂贵的、一定大小的闪存芯片上, 用户想存多少幅像片。诸如此类的问题都需要指定码率。对指定的码率, 如何分配比特数, 如何量化、编码达到指定的码率, 并使图像具有比较好的质量, 这是需要研究的问题, 这也是本文要研究的问题。

这类问题已有两类算法。第一类算法是 Shapiro^[1] 的零树编码以及 Said 的 SPIHT^[2] 和 Xiong 的时频量化^[3] 等。但它们的量化过程都没有考虑各个尺度之间数据的量化对恢复图像的影响。同时, 上述算法不能保证图像的输出保持在一定比特率条件下的失真最小。第二类算法是基于率-失真模型以频带为单位进行最优比特分配。但由于它以频带为单位, 故不能提供基于内容的量化。同时对一幅具体的图像来说, 率-失真模型并不精确。本算法不依赖于率-失真模型, 但结合了人体视觉系统(HVS)的特性考虑各个尺度之间数据的量化对恢复图

像的影响, 用一种新的方式统计小波系数分布、计算熵和失真, 并使得图像的输出保持在一定比特率的条件下的失真最小, 即进行最优比特分配, 同时可以提供基于内容的量化。

2 小波变换和小波块

在选择小波基时, 注重选择正交的滤波器组, 以去除图像像素之间的相关性。选择好可分离的滤波器组后, 对输入图像进行小波分解, 产生 LH_j、HL_j、HH_j 三个高频带系列, 一个低频带 LL₃ 频带(三级分解时)(见图 1)。其中各个高频带分别对应了原图像在不同尺度和不同分辨率下的细节信息, 低频带表示由小波变换分解级数决定的最小尺度, 最小分辨率下对原始图像的最佳逼近。它的统计特征和原图像相似, 图像的大部分能量集中在此。

空间域上的每一个像素块对应小波变换域中的几个块, 分别可由一棵二叉树表示其位置关系, 根据它们所在的方向分别称为水平子树、竖直子树和对角子树, 总称为小波子树(见图 2)。小波子树树根在低频带, 对应于同一空间位置的相同方向、不同尺度的小波系数成为它的孩子, 进一步的细节见文[1]。除低频带外, 若父母的位置为 (i, j), 则它四个孩子的位置为 (2i, 2j)、(2i, 2j+1)、(2i+1, 2j)、(2i+1, 2j+1)。把所有具有相同树根的三个不同方向的二叉小波子树组织在一起形成具有固定大小的块。例如, 三级小波分解是 8@8 大小的块, 四级

分解是 16@16 大小的块。所有这些固定大小的块统称为小波块(见图 2),小波块的块数为低频带系数的个数。小波块把空间域同一位置不同尺度,不同方向的小波系数组织在一起,从而它把小波系数和它代表的空间域联系在一起。因此这样的组织形式可以提供基于内容、纹理、能量和边界的量化,进一步的细节见文[4]。同时这样的组织形式也容易进行码率控制,也有利于利用不同尺度、不同方向频带的相关性。

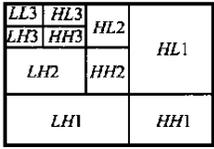


图 1 图像小波分解

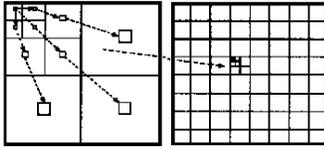


图 2 小波树和小波块

3 基于 HVS 的权值控制

对图像数据压缩的客观评价,传统的度量是基于整体均方误差,重建图像的峰值信噪比(PSNR)或信噪比(SNR)。PSNR 和 SNR 的本质还是基于整体均方误差。这些方法的特点和各个系数对总体失真的贡献一样,没有区别。然而根据 HVS 的生理实验表明:恢复图像的视觉失真不仅取决于整体均方误差,而且还取决于这个失真空间频率上的分布。实验表明, HVS 对不同频率视觉信号的敏感度是不一样的:即对低频信号比较敏感,而随着信号频率的升高,敏感度随之下降,呈现出一个减函数关系。因此,在量化过程中,低频分量 LL 层的系数,对整体的视觉效果影响最大,应给予最大的重视,而随着频率的增高,可重视程度随之降低,可对其处理得比较粗糙些。通过失真加权,放大重要系数的失真使其赢得更多的比特数,使得整个图像的视觉质量有所提高。

本文中,小波块的每个系数对应一个权值。小波块中每个系数的权值为小波块系数原先所在的分辨率上的权值,从而形成了和小波块一样大小的加权矩阵。采用文献[5]的一组权值(见表 1)。每组权值对应不同的分解层数,即每组权值对应不同的分辨率。假设图像分解三级(见图 1),由分解过程可知,频带 LL3 对应表 1 第三行的分辨率 4, LH3、HL3、HH3 具有相同的分辨率,对应表 1 第三行的分辨率 3,频带 LH2、HL2、HH2 对应表 1 第三行的分辨率 2,频带 LH1、HL1、HH1 对应表 1 第三行的分辨率 1。因此它们对应的权值分别是 01 306685、01 281492、01 243702、01 168122。小波块左上方第一个系数原先在频带 LL3 上,因此它对应的权值是 01 306685。小波块左上方的四个系数除第一个系数外原先依次在频带 LH3、HL3、HH3 上,因此它们对应的权值都是 01 281492。同理可得其它系数的权值,由此形成了表 2 加权矩阵。

表 1 不同分解层数上的权值组

分辨率	分解层数				
	1	2	3	4	5
1	0.128663	0.186504	0.215424	0.229884	0.293525
2	0.168122	0.243702	0.281492	0.306685	
3	0.238163	0.345230	0.416608		
4	0.384703	0.615297			

表 2 加权矩阵

01 306685	128 1492	1243702	1243702	1168122	1168122	1168122	1168 122
1281492	1281492	1243702	1243702	1168 122	1168122	1168122	1168122
1243702	1243702	1243702	1243702	1168 122	1168122	1168122	1168122
1243702	1243702	1243702	1243702	1168 122	1168122	1168122	1168122
1168122	1168122	1168122	1168122	1168 122	1168122	1168122	1168122
1168122	1168122	1168122	1168122	1168 122	1168122	1168122	1168122
1168122	1168122	1168122	1168122	1168 122	1168122	1168122	1168122
1168122	1168122	1168122	1168122	1168 122	1168122	1168122	1168122

4 整体熵和量化噪声分析

对给定的图像 I, 设小波块的大小为 M@M, 因此加权矩阵 W 的大小也为 M@M。大小也为 M@M 的整数矩阵 Q 称为量化矩阵, 用来量化每个相同位置的小波块系数。即每个小波块的第 u 行第 v 列元素除以量化矩阵 Q 的第 u 行第 v 列元素然后四舍五入取整。对小波块、加权矩阵 W、量化矩阵 Q 分别进行逐行扫描, 三者都形成大小为 N = M@M 的一维数组。这样对每个小波块 f, 元素 f[u][v] 即为 f[Mu + v], M 表示小波块的行宽。记 $f_0[n] = f[n] // Q[n]$ 其中 // 表示分子除以分母后取四舍五入取整。

由于采用正交小波变换, 去除了图像元素之间的相关性, 因此整体熵可以分解为小波块各个系数熵的和的平均值。

记 $R_n(q) = (1/N) \sum_{n=0}^{N-1} \text{Entropy} \{ (f[n] // q) \}$, Entropy 表示 f[n] 取遍小波图像所有小波块的第 n 个系数的熵。记 R(Q) 表示小波图像量化后(除以量化矩阵 Q)的熵, 则 $R(Q) = \sum_{n=0}^{N-1} R_n(Q[n])$ 。

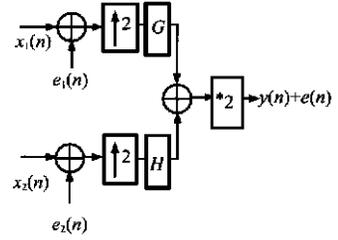


图 3 一维情况下的噪声分析

也就是说, 整体熵可以分解成单个系数的贡献和, 和的每一部分只依赖于量化矩阵的一个元素。

为了实现压缩编码, 各小波系数必须进行量化。这样, 恢复图像与原始图像之间就会产生误差。下面分析量化误差和恢复误差的关系。为了便于分析, 首先分析一维小波变换的情况, 如图 3 所示。其中 {e1(n)} 和 {e2(n)} 分别表示量化 {x1(n)} 和 {x2(n)} 时产生的误差。

注意: 滤波器 h(n) 和 g(n) 具有以下性质:

$$\sum_{n=-1}^{n=+1} h(n-2k)h(n-2l) = \frac{1}{2} \delta_{kl};$$

$$\sum_{n=-1}^{n=+1} g(n-2k)g(n-2l) = \frac{1}{2} \delta_{kl};$$

$$\sum_{n=-1}^{n=+1} h(n-2k)g(n-2k) = 0.$$

文献[6]证明了:

$$\frac{1}{2S} \sum_n E(e^2(n)) = \frac{1}{S} \sum_n E(e_1^2(n)) + \frac{1}{S} \sum_n E(e_2^2(n))$$

其中 S 表示子带信号的系数个数。即经一次分解恢复的一维信号的均方误差是经分解产生的两个子带信号的量化均方误差和。文献[6]把这个结论扩展到二维情况得出: 系统的

恢复均方误差也就是图像的整体均方误差是各层子图像量化均方误差和。从而, 图像的整体均方误差可以分解成每个小波系数的量化误差的均方和。记 $D_n(q) = (1/N) @ W[n] @ \text{Mean} \{ [f(n) - q @ (f(n) // q)]^2 \}$, 其中 $f[n]$ 为小波块 f 的第 n 个系数, Mean 表示 $f[n]$ 取遍小波图像所有小波块的第 n 个系数的平均值。记 $D(Q)$ 表示小波图像的加权均方误差, 则

$$D(Q) = \sum_{n=0}^{N-1} D_n(Q[n]).$$

把 $D(Q)$ 分解成单个系数的贡献和是很重要的, 它把最小化 $D(Q)$ 的工作简化为最小化一种和, 和的每一部分只依赖于量化矩阵的一个元素。

正是由于 $D(Q)$ 和 $R(Q)$ 可以分解为小波块各个系数相应值的和, 使可以用动态策略优化量化矩阵 Q 。

5 优化量化矩阵 Q 的算法

在这一部分, 提出了优化量化矩阵 Q 的算法。

Step 1 统计小波图像的系数分布。

Step 2 利用小波图像的系数分布, 对任何可能的 q 计算 $R_n(q)$ 和 $D_n(q)$ 。

Step 3 采用动态策略, 在很大的比特率范围内, 优化量化矩阵 Q 。

以下给出每一步的细节。

5.1 统计小波图像的系数分布

这一步的任务是统计除小波块左上方的四个系数外的系数分布。此分布可以有效回答下列问题:

(1) 当 $Q[n] = q$ 时, 第 n 个系数的量化值等于 v 共出现多少次?

(2) 当 $Q[n] = q$ 时, 第 n 个系数的均方差为多少?

对任何实数 c , 令 $\text{Bucket}(c) = [2c]$, $[2c]$ 表示 $2c$ 的整数部分。显然, 对任何整数 $q \in I$,

$$c // q = \text{Bucket}(c) // (2q).$$

因此, 只要计数每个小波系数的值在特定的 Bucket 出现的次数就可得到统计。因此只要对每一小波块的任何系数 $f[n]$, $\text{occurs. count}[n][\text{Bucket}(f[n])] + 1$ 。这个计数可以用来计算特定的系数量化后取特定值的次数。

$\text{occurs. count}[N][4C^* + 1]$ 为二维数组, 它的元素 $\text{occurs. count}[n][v]$ 值为小波块第 n 个系数 c_n , 使得 $\text{Bucket}(c_n) = v$ 。常数 C 为小波图像最高分解级的四个频带的最大绝对值, C^* 为剩下的小波图像系数的最大绝对值。 C^* 比 C 小。如 Lena(256@256@8bits) 分解三级, C 为 1549, 而 C^* 为 232。

5.2 计算 $R_n(q)$ 和 $D_n(q)$

设量化矩阵 Q 的每个元素的变化范围为 $1F \leq q \leq \text{Max}Q$, 记 $R[N][\text{Max}Q + 1]$ 和 $D[N][\text{Max}Q + 1]$ 为二维矩阵。用 $R[n][q] = R_n(q)$, $D[n][q] = D_n(q)$ 填充上面两个矩阵。

由小波块的形成可知, 小波块的前四个系数分别组成最高分解级的四个频带。可以很方便单独计算前四个系数的 $R_n(q)$ 和 $D_n(q)$ 。注意计算 $D_n(q)$ 时乘上相应的权值 $W[n]$ 。

R 、 D 的系数分别利用数组 occurs. count 完成。

(1) 填充其它 $R[n][q]$ 通过计算第 n 个系数除以 q 量化

后的熵来完成。

(a) 对任何可能的量化值 (QuantizedVal), 第 n 个系数量化 (除以 q) 值为 QuantizedVal 的次数 count 只是满足 $v // (2q) = \text{QuantizedVal}$ 的 $\text{occurs. count}[n][v]$ 的简单和。

(b) 若 F 是小波块的块数, 小波块第 n 个系数量化 (除以 q) 所得的熵为:

$$\text{Entropy} = - \sum_{\text{QuantizedVal}} \frac{\text{count}}{F} \log_2 \frac{\text{count}}{F}$$

(2) 填充其它 $D[n][q]$, 通过计算由于量化第 n 个系数 (除以 q) 所形成的误差来完成。

对任何整数 v , $-2C^* \leq v \leq 2C^*$, 第 n 个系数量化值为 $\text{QuantizedVal}(= v // (2q))$ 共有 $\text{occurs. count}[n][v]$ 块。

(a) 小波块除左上角四个系数外的系数的实际值由 $\text{OriginalVal} = v / 2 + (v < 0) ? -0.25 : 0.25$ 替代。

替代误差为 0.25 。系数经由 Bucket 处理, 系数和经如此处理的系数的误差在 0.25 之内。计算, 由 OriginalVal 而不是实际值所形成的均方差的开平方的误差至多为 0.25 。

(b) 对每一个 v , 误差以 $\text{occurs. count}[n][v] @ W[n] @ (\text{OriginalVal} - q @ \text{QuantizedVal})^2$ 增加。

至此, 小波块的左上角四个系数单独处理有如下的好处:

(1) 数组 occurs. count 所占内存极大减少。(2) FillR 和 FillD 的运算复杂度极大减少。(3) 本身容易处理且不引入误差。

5.3 优化量化矩阵 Q

本步采用动态策略 (DP), 利用矩阵 R 和 D 优化量化矩阵 Q 。为此, $R(Q)$ 离散成整数数值, 在 DP 算法中用作索引。

令 BPPSCALE 表示较大的整数常量。通过每个 $R[n][q]$ 乘以 BPPSCALE 再取最邻近的整数离散 $R(Q)$, 这在 FillR 里完成。下面, 当涉及 $R(Q)$ 和 $R[n][q]$, 是指它们的离散值。由于离散 $R(Q)$, 因此引入误差, 引入误差至多为 $N @ 0.5 / \text{BPPSCALE}$ 。

令 Maxrate 为在 DP 中感兴趣的最大值。矩阵 $\text{LeastD}[N][\text{Maxrate} + 1]$ 的元素 $\text{LeastD}[n][s]$ 由下定义: $\text{LeastD}[n][s]$ 表示第 0 个系数到第 n 个系数 $R[k][Q[k]]$ 的和等于 s 时, 这些系数误差和的最小值。即 $\text{LeastD}[n][s]$ 为 $\sum_{k=0}^n D[k][Q[k]]$ 在条件 $\sum_{k=0}^n R[k][Q[k]] = s$ 限制下的最小值。

定理 1 给出了 LeastD 的性质, 这个性质使得可用 DP 计算 LeastD 。

定理 1^[4] 设任意 $n, 1 \leq n \leq N - 1$, 任意 $s, 0 \leq s \leq \text{Maxrate}$ 。

设, $D(n, s)$

$$= \left\{ \begin{array}{l} D[n][q] + \text{LeastD}[n-1][s] \\ \left. \begin{array}{l} 1F \leq q \leq \text{Max}Q \\ s = s - R[n][q], \\ s \in 0 \end{array} \right\} \end{array} \right\},$$

则

$$\text{LeastD}[n][s] = \left\{ \begin{array}{l} \min D(n, s), \text{ 若 } D(n, s) \text{ 非空} \\ \text{其它} \end{array} \right\}.$$

矩阵 LeastD 由如下步骤应用定理 1 填充。

(1) 初始化 LeastD 所有元素为 $]$ 。

(2) 逐行填充.

第 n 行由第 $n-1$ 行、 $D[n][\]$ 和 $R[n][\]$ 填充. 对每一 $q(0 \leq q \leq \text{Max}Q)$ 和每一个 $s(0 \leq s \leq \text{Maxrate})$, 比较 $D[n][q] + \text{Least}D[n-1][s]$ 和 $\text{Least}D[n][s]$, 此时 $s = s + R[n][q]$. 若前者小, 则后者用前者代替.

(3) 为跟踪每一点的选择, $\text{FillLeast}D$ 维持另一个数据结构 $Q\text{choice}[N][\text{Maxrate}+1]$.

若 $D[n][q] + \text{Least}D[n-1][s]$ 进入 $\text{Least}D[n][s]$, 则 $Q\text{choice}[n][s] = q$.

现在, 若目标比特率 B 确定, 容易找到这样的 $s(s \leq B)$, 且 $\text{Least}D[N-1][s]$ 对所有这样的 s 最小. 这样的 s 可在 $\text{Least}D[N-1][s]$ 找到.

寻找目标比特率为 s 的量化矩阵 $Q[N]$ 步骤如下:

(1) $Q[N-1] = Q\text{choice}[N-1][s]$, 即从矩阵 $Q\text{choice}$ 的最后一行开始.

(2) 至下而上到第一行得到量化矩阵.

从第 n 行到第 $n-1$ 行, 若 $s + R[n][Q[n]] = s$, 则 $Q[n-1] = Q\text{choice}[n-1][s]$.

至此算法描述完毕. 现分析算法的计算复杂度. 算法第一步运行时间为应用小波图像每个系数一次. 第二步运行时间少于 $(M \times M - 4) \times \text{Max}Q$. 第三步运行时间少于 $M \times M \times \text{Maxrate}$. 在实际运行中, 这些时间会减少. 例如, 若一个小波图像系数的最大值为 C , 那么量化矩阵系数不能超过 $2C+1$, 否则对应系数都量化为 0. 类似的优化, 这里不多讲了.

6 编码和实验仿真

对任意给定的目标比特率, 经由上述算法可得到优化的小波块量化矩阵. 例如, 若给定的目标比特率为 0.4bpp, 经由上述算法得到优化的小波块量化矩阵为: 66, 96, 18, 17, 97, 101, 101, 88; 89, 88, 14, 21, 112, 100, 84, 110; 28, 20, 71, 40, 105, 112, 101, 97; 25, 22, 44, 65, 109, 90, 93, 104; 39, 113, 106, 50, 43, 49, 40, 41; 81, 60, 62, 58, 48, 34, 41, 47; 75, 78, 63, 63, 44, 40, 45, 47; 29, 22, 31, 48, 48, 48, 40, 48.

用优化的小波块量化矩阵量化小波块. 这时小波系数的熵等于给定的目标比特率.

现在的问题是: 如何编码可使输出码率逼近给定的目标比特率, 也就是如何编码可使输出码率逼近小波系数的熵. 对 DCT 系数来说, 由于它本身的分布特点, 可以寻求到好的方法, 使得输出码率逼近量化后 DCT 系数的熵. 但对小波系数来说, 这个问题并没有得到很好地解决, 还需要进一步的研究. 这是因为在小波图像中, 不为 0 的系数主要集中在 LL 低频带和各个高频带中对应图像边缘、轮廓位置的地方. 对一般图像而言, 这种边缘、轮廓通常是无序的, 关于它们位置的编码缺乏有效的手段, 很难找到一种较好的方法来组织系数.

本文采用游长熵编码加 Huffman 编码. 为了有效确定非零系数的位置, 引进重要图的概念, 重要图即为同原始图像大小一样的矩阵, 它的元素值由小波图像相同位置的系数性质

决定. 若小波系数等于零, 它也取值零, 若小波系数非零, 它取值 1. 若给定的目标比特率较高, 利用游长熵编码重要图. 若给定的目标比特率较低, 用零树编码重要图^[1]. 非零系数的幅值由 Huffman 编码输出.

本文采用标准图像 Lena (256 @ 256 @ 8bits) 和 Girl (256 @ 256 @ 8bits) 做实验仿真. 指定目标比特率为: 0.18bpp, 0.17bpp, 0.16bpp, 0.15bpp, 0.14bpp. 实验结果证明了本算法的有效性. 见表 3, 其中实际压缩比第一行为 Lena 数据, 第二行为 Girl 数据.

表 3 实验结果

指定压缩比	10	11.4	13.33	16	20
实际压缩比	9	9.19	12.75	13.65	15.13
	9.14	10.107	11.3	15	17.134

参考文献:

- [1] Shapiro J.M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445-3462.
- [2] Said A and Pearlman W.A. A new, fast, and efficient image code based on set partitioning in hierarchical trees [J]. IEEE Trans On Circuits and System for Video Technology, 1996, 6(3): 243-250.
- [3] Xiong Z, Ranehandran K and Orchard M.T. Space-frequency quantization for wavelet image coding [J]. IEEE Trans On Image Processing, 1997, 6(5): 677-693.
- [4] Ratnakar V and Livny M.RD. OPT: An efficient algorithm for optimizing DCT quantization tables [A]. In: Proceedings of DCC. 95 [C]. IEEE Press. Piscataway, New Jersey.
- [5] 范伟, 宣国荣. 基于视觉特性的小波图像压缩算法 [A]. 第八届全国多媒体技术学术会议论文集 [C]. 成都, 1999: 1-7.
- [6] 李涛, 俞斯乐. 基于小波变换的图像编码中的噪声分析和优化比特分配 [J]. 中国图像图学报, 1997, 2(8, 9): 549-553.

作者简介:



刘九芬 浙江大学应用数学系博士生, 解放军信息工程大学信息安全学院信息研究系讲师. 1985年毕业于河南大学数学系获学士学位. 1990年毕业于河南大学数学系函数逼近论专业, 获北京师范大学理学硕士学位. 主要研究方向: 函数逼近论、小波理论及其应用、图像压缩编码、图像水印技术.



黄达人 中山大学和浙江大学数学教授、博士生导师. 发表论文 70 余篇. 主要研究方向: 线性算子逼近、非线性算子逼近、最优算法、小波理论及其应用、图像处理、图像压缩编码、图像水印技术.