

# 约束满足神经网络

郭宝龙<sup>1</sup>, 郭 雷<sup>2</sup>, 戴冠中<sup>2</sup>

(1. 西安电子科技大学测控工程与仪器系, 西安 710071; 2. 西北工业大学自动控制系统, 西安 710072)

**摘 要:** 针对一般人工神经网络不能用于求解包含矛盾的约束满足问题(CSP)的不足, 本文依据神经网络的逻辑分析理论, 提出了一个约束满足神经网络(CSNN). CSNN体现了生物神经系统中的突触的控制原理, 它由一个基本神经网络和一个控制系统组成; 基本网的作用是提供必要的约束, 控制系统的作用不但能使约束成为自适应的, 而且依据具体问题能够动态地、自动地删除基本解中的矛盾.

**关键词:** 神经网络; 约束满足问题; 约束满足神经网络; 逻辑分析

**中图分类号:** TP183 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 01-0081-04

## A Constraint Satisfaction Neural Network

GUO Bao-long<sup>1</sup>, GUO Lei<sup>2</sup>, DAI Guan-Zhong<sup>2</sup>

(1. Dept. of Measurement Control and Instrument, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. Dept. of Automatic Control, Northwest Polytechnic University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Although the operating of a general artificial neural network (NN) can eliminate the superior contradiction, its solution still contains the inferior contradiction<sup>[8-11]</sup> which is unacceptable for actual problems such as the constraint satisfaction problems (CSPs) that contain contradictions. For this reason, a constraint satisfaction neural network (CSNN) based on the logical analytic theory of NNs is presented, which is composed of a general neural network named a basic network and a control system which has the adaptability to cope with complex problems. The former provides the necessary constraints and the latter gives the closed-open control for the constraints inside the basic network. Since contradictions in many natural problems are often inevitable, the property of the CSNN is of great significance for intelligent problems.

**Key words:** neural networks; constraint satisfaction problems; constraint satisfaction neural networks; logical analysis

## 1 引言

已知变量集合有  $N$  个变量, 要求在限定的取值范围内给各变量赋值, 使其满足  $N$  个变量之间存在的相互约束<sup>[1,2]</sup>. 这是一个基本的约束满足问题(CSP), 求解 CSP 的约束满足神经网络(CSN)在人工智能中是十分重要的<sup>[3]</sup>, 但 CSN 的解不能包含任何矛盾(否则无解). 然而, 很多智能问题是包含矛盾的 CSP, 因为这类问题中包含有大量的局部判决和弱约束, 例如, 运动判决问题<sup>[4]</sup>和边界检测问题<sup>[5,6]</sup>, 局部判决的模糊性必然导致判决与约束产生矛盾<sup>[5-8]</sup>. 虽然稳定神经网的运行能消除优势矛盾<sup>[8-11]</sup>, 但基本解中包含的劣势矛盾对于实际问题往往是不可接受的(尤其是当矛盾的范围很大时). 所以一般的神经网络要经过改良成为约束满足神经网络(CSNN)才能用于复杂问题的求解. 改良的重要方法之一是: 使约束对判决是否发挥作用成为可控制的. 本文依据建立的神经网络逻辑分析理论<sup>[8-11]</sup>和生物突触的控制原理, 提出了一个约束满足神经网络, 它由一个基本神经网络和一个控制系统组成; 控制系统不

但能使约束成为自适应的, 而且依据具体问题能够动态地、自动地删除基本解中的矛盾. CSNN 的特点是适合于求解包含矛盾的智能问题.

## 2 神经网络的逻辑分析理论

设连续状态神经网络模型为:

$$dp_i/dt = \sum_{j \neq i} w_{ij}(s_j) + I_i \quad (1)$$

式中  $p_i$  对应神经元  $i$  的模势叫作基本状态,  $s_i$  是输出状态(称作现实):  $s_i = g(p_i)$ ,  $g(x) = \tanh(ax)$ ,  $a > 0$ ,  $w_{ij}(s_j) = t_{ij}s_j$ ,  $t_{ij}$  是实数.

**定义 1** 规则函数  $w_{ij}(s_j)$  是规则类型函数  $r_{ij}$ 、规则强度  $A_{ij}$  ( $A_{ij} \geq 0$ ) 和模糊状态函数  $H_{ij}(s_j)$  的乘积:

$$w_{ij}(s_j) = A_{ij}r_{ij}[e_j(s_j)]|H_{ij}(s_j)| \quad (2)$$

规则类型函数  $r_{ij}$  是一个逻辑函数, 它的定义域是  $\{On, Off\}$ , 值域是  $\{Y, N\}$ , 有 9 种类型<sup>[9,10]</sup>. 表 1 给出了 4 种基本规则的神经实现, 其中

收稿日期: 1998-03-24; 修订日期: 1999-04-20

基金项目: 国家自然科学基金资助课题, 国家高技术计划(863)资助课题

表 1 四种规则的实现方案

规则类型	类型函数 $r(x)$	线性函数 $H(x)$	状态值
I	$r(x) = \text{Sgn}(x)$	$H(x) = x$	$1 \geq x \geq -1$
II	$r(x) = -\text{Sgn}(x)$	$H(x) = x$	$On = \text{正值}$
III	$r(x) = 1$	$H(x) = (1+x)/2$	$Off = \text{负值}$
IV	$r(x) = -1$	$H(x) = (1+x)/2$	$Y=1, N=-1$

$$\text{sgn}(x) = 1, x > 0; \text{sgn}(x) = -1, x < 0$$

显然,  $w_{ij}(s_j)$  的三个部分分别具有不同的功能:  $r_{ij}(s_j)$  表示  $w_{ij}(s_j)$  的符号;  $A_{ij}$  表示  $w_{ij}(s_j)$  的幅值;  $H_{ij}(s_j)$  ( $0 \leq H_{ij}(s_j) \leq 1$ ) 表示  $w_{ij}(s_j)$  的形式. 与文[8~11]中的定义相同:  $LI$  和  $LC$  分别表示逻辑一致和逻辑矛盾测度,  $DI$  和  $DC$  分别表示动态一致和动态矛盾测度, 有如下结论:

**定理 1**  $s_i$  的输出状态总是沿着删除动态矛盾的方向变化.

**定理 2** 判决元输出状态的变化 总是为了减少该判决的优势逻辑矛盾.

**定义 2** 定义  $CM$  和  $SC$  分别为网络的总矛盾测度和网络的优势矛盾测度:

$$CM = \sum_i \sum_{j \neq i} DC_{ij} + \sum_i \sum_{j \neq i} LC_{ij}, SC = \sum_i U(-LR_i) \sum_{j \neq i} LC_{ij} \quad (3)$$

式中阶跃函数  $U(x) = 0, x < 0, U(x) = 1, x \geq 0$ .

**定理 3** 所有判决元的输出状态不再变化的必要条件是  $SC = 0$ .

### 3 CSNN 的控制原理和控制策略

**引理(约束控制的基础)** 若令规则强度是零, 即:  $A_{ij} = 0$ , 这等价于使连接断开, 则该规则所有的一致和矛盾测度是零:  $DI_{ij} = 0, DC_{ij} = 0, LI_{ij} = 0$ , 和  $LC_{ij} = 0$ .

令  $A_{ij} = \rho_{ij} a_{ij}$ , 其中  $a_{ij}$  是实际的规则强度,  $A_{ij}$  是等效的规则强度, 且  $\rho_{ij}$  是受控系数: 如果连接  $w_{ij}$  被断开, 那么  $\rho_{ij} = 0$ , 否则  $\rho_{ij} = 1$ .

**定义 3** 当给定一个外部输入后, 约束满足神经网的解叫作特解, 定义为当基本网的总矛盾测度  $CM = 0$  时基本网内所有判决元给出的结论(逻辑状态  $On/Off$ ).

假设基本网是一个稳定的网; 那么, 怎样实施连接的开关控制而不破坏该网的稳定性呢? 下文将表明: 矛盾分析是解决该问题的一个有效方法.

Shepherd 等人发现<sup>[13,14]</sup> 真实神经网络中存在着突触受控机制. 依据这种突触的受控机制, 我们提出如下连接的控制结构模型(图 1).

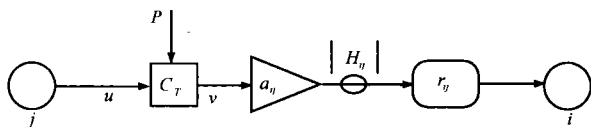


图 1 连接的控制结构

**定义 4** (门限控制器  $C_T$ , 见图 1): 假设  $v$  是  $C_T$  的输出,  $u$  是  $C_T$  的输入,  $p$  是控制信号,  $T$  是门限, 则有  $V = u, p > T, V = 0, p \leq T$ .

约束的控制原理(假设检验):

- 在接收外部输入之前, 一个约束是否合理是不清楚的. 因此基本网中的所有连接最初是关闭的( $\rho_{ij}(0) = 1$ ).

- 在神经网的运行过程中, 如果一个推理与现实是矛盾的且网的运行不能删除该矛盾, 那么这个推理被认为是不合理的, 应被取消.

- 在神经网的运行过程中, 如果一个推理与现实是一致的且随着网的运行该一致性不会消失, 那么这个推理被认为是合理的, 应予以保留.

一致和矛盾均具有两种类型: 动态的和逻辑的. 为方便令  $BI = (DI, LI)$  表示一个规则的动态一致和逻辑一致的组合; 令  $BC = (DC, LC)$  是一个规则的动态矛盾和逻辑矛盾的组合. 用 1 和 0 分别表示一致或矛盾的存在与不存在. 例如,  $BI = (0, 1)$  和  $BC = (1, 0)$  表示存在动态矛盾和逻辑一致.  $BI$  和  $BC$  共有如下 4 种可能的情况:

Case 1:  $BI = (0, 0)$  且  $BC = (1, 1)$ : 存在动态矛盾的逻辑矛盾, 且网的运行使该矛盾增强;

Case 2:  $BI = (0, 1)$  且  $BC = (1, 0)$ : 存在动态矛盾和逻辑一致, 且网的运行使逻辑矛盾出现;

Case 3:  $BI = (1, 0)$  且  $BC = (0, 1)$ : 存在逻辑矛盾和动态一致, 且网的运行将消除逻辑矛盾;

Case 4:  $BI = (1, 1)$  且  $BC = (0, 0)$ : 存在逻辑一致和动态一致, 且网的运行不会使任何矛盾出现.

上述各种情况是动态的, 没有考虑  $ds_i/dt = 0$  的情况.

为了更清楚地解释上述 4 种情况, 我们考虑判决元输出状态的所有可能的情况.

图 2 表示了 4 种情况, 其中箭头表示输出状态的当前位置和变化的方向. 不难看出: 在  $b$  和  $c$  时, 判决元现有的逻辑状态将改变; 但在  $a$  和  $d$  时逻辑状态将不改变.

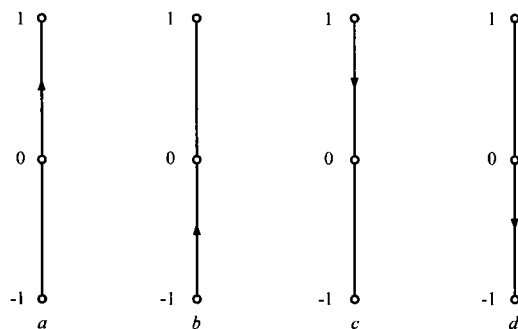


图 2 输出状态的 4 种情况

表 2 给出了当  $r_{ij}$  分别为  $Y$  和  $N$ ,  $s_i$  分别为图 2 的 4 种情况时, 推理  $w_{ij}$  与现实  $s_i$  之间的一致和矛盾的优劣状况.

依据上述讨论, 给出如下的控制策略:

(1) 如果  $BI = (0, 0)$  且  $BC = (1, 1)$ , 即 Case 1, 则取消  $w_{ij}$  (令  $\rho_{ij} = 0$ ) 对  $s_i$  的贡献;

(2) 如果  $BI = (0, 1)$  且  $BC = (1, 0)$ , 即 Case 2, 则不实施任何控制, 因为推理  $w_{ij}$  正从 Case 2 向 Case 1 转换;

(3) 如果  $BI = (1, 0)$  且  $BC = (0, 1)$ , 即 Case 3, 则不实施任何控制, 因为推理  $w_{ij}$  正从 Case 3 向 Case 4 转换;

(4)如果  $BI = (1,1)$  且  $BC = (0,0)$ : 即 Case 4, 则保留或恢复  $w_{ij}$  (令  $\rho_{ij} = 1$ ) 对  $s_i$  的贡献.

表 2 推理  $r_{ij}$  与现实  $s_i$  之间的关系

		$r_{ij} = Y$										
		situations		DI		DC		LI		LC		situations
		S	I	S	I	S	I	S	I	S	I	
Case 4	$a$	1						1				$d$
Case 3	$b$	1								1		$c$
Case 2	$c$					1			1			$b$
Case 1	$d$					1					1	$a$
		$r_{ij} = N$										

注: 其中  $s_i$  分别为图 2 的 4 种情况,  $r_{ij}$  分别为  $Y$  和  $N$  时,  $S$  和  $N$  分别表示优势和劣势, 1 表示(一致和矛盾)存在.

#### 定义 5

$$LR = \sum_i LR_i = \sum_i \sum_{j \neq i} L_{ij} - \sum_i \sum_{j \neq i} LC_{ij} \quad (4)$$

是网络的逻辑关系测度.

$LR$  的增加意味着逻辑一致测度  $\sum_i \sum_{j \neq i} L_{ij}$  的增加或者逻辑矛盾测度  $\sum_i \sum_{j \neq i} LC_{ij}$  的下降.

**定理 4** 上述控制策略总是使基本网逻辑关系测度增加.

比较起来, 当网中所有规则函数的形式均为  $w_{ij}(s_j) = A_{ij} s_j$ , 网络的逻辑关系测度恰好是 Hopfield 给出能量函数负值<sup>[15]</sup>:

$$E = - \sum_i \sum_{j \neq i} w_{ij}(s_j) s_i = -LR \quad (5)$$

由定理 5 可知这些控制策略总是使能量函数下降. 类似地可得:

**推论** 这些控制策略总是使基本网的矛盾测度  $CM$  非增.

**定理 5** 控制策略不改变基本网中判决元输出状态的变化方向. 即控制策略不改变判决元当前的逻辑状态(即不破坏一个稳定网的稳定性).

## 4 CSNN 的网络结构和数学描述

CSNN 的计算结构如图 3 所示, 由一个基本约束网(图中的下半部分)和控制系统(图的上半部分)组成. 基本网包含  $N$

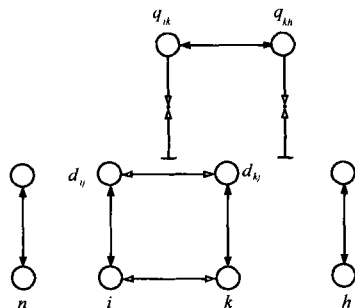


图 3 网络的基本结构

上部分为控制系统, 下部分为基本网. 圆圈表示神经元; 连接表示推理; 白色箭头表示类型 I, 黑色箭头表示类型 III.

个单元(unit); 每个单元在  $M$  个可能取值中完成一个选择, 包含  $M$  个判决元(神经元), 每个判决元决定一个可能取值是否能够发生. 因此基本网共有  $N \times M$  个判决元. 例如在视觉计算问题中,  $N$  表示边界(或运动)检测器的数目,  $M$  表示可能的边界定向(或运动参数)的数目<sup>[4~7]</sup>. 图 3 中的一个圆表示一个判决元, 一列圆组成一个单元. 为简单, 该图仅表示基本网的一部分. 基本网接收外部输入, 控制系统接收基本网的信息且将控制信号送回到基本网中.

令  $d_{ij}$  表示基本网中第  $i$  个单元中的第  $j$  个判决元,  $p_{ij}$ ,  $s_{ij}$  和  $e_{ij}$  分别表示它的基本状态、输出状态和逻辑变量.  $e_{ij} = On$  表示第  $i$  个单元的第  $j$  个可能发生,  $e_{ij} = Off$  表示不发生. 该网的数学描述为:

$$\frac{dp_{ij}}{dt} = \sum_{k \neq i} w_{ij,k}(s_{kj}) + \sum_{l \neq j} f_{ij,l}(s_{il}) + I_{ij} \quad (6)$$

$s_{ij} = g(p_{ij})$ ,  $w_{ij,k}(s_{kj}) = w_{kj,j}(s_{ij})$ ,  $f_{ij,l}(s_{il}) = w_{il,j}(s_{ij})$ ,  $I_{ij}$  表示判决元  $d_{ij}$  接收的外部输入,  $w_{ij,k}$  中的推理强度  $A_{ij,k}$  表示第  $i$  个和第  $k$  个单元之间的相关强度.

因为  $d_{ij}$  和  $d_{kj}$  ( $k \neq i$ ) 表示两个单元在同一取值的判决, 在方程(6)中它们之间的双向推理  $w_{ij,k}$  和  $w_{kj,j}$  的规则是类型 I, 在图 3 中用白色箭头表示. 因每个单元仅能选择一个取值, 所以在  $d_{ij}$  和  $d_{il}$  之间的双向推理  $f_{ij,l}$  和  $f_{il,j}$  ( $j \neq l$ ) 的规则类型是 IV, 在图中用黑色箭头表示.

控制系统是为了取消单元之间引起矛盾的约束关系, 其工作方式是: 首先检测基本网中不同的单元之间的一致和矛盾, 然后基于控制策略决定是否取消那些约束.

控制系统有  $N(N-1)/2$  个神经元(称为控制元),  $q_{ik}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $i < k$ , 其中  $i$  和  $k$  分别对应不同的单元, 如图 3 所示. 神经元  $q_{ik}$  接收第  $i$  个和第  $k$  个单元之间的一致和矛盾信息, 一致关系是对  $q_{ik}$  的逻辑状态为  $On$  的贡献; 矛盾关系是对  $q_{ik}$  的逻辑状态为  $Off$  的贡献.  $q_{ik}$  从基本网接收的输入为

$$F_{ik} = \sum_j (D_{ij,kj} + D_{kj,ij} - C_{ij,kj} - C_{kj,ij}) \quad (7)$$

其中  $D_{ij,kj}$  和  $C_{ij,kj}$  分别是  $d_{ij}$  和  $d_{kj}$  之间的一致和矛盾测度, 且  $i < k$ .

依据控制策略(4), 一致测度是: 如果  $w_{ij,k}(s_{kj})$  是动态一致推理, 且  $d_{ij}$  和  $d_{kj}$  的逻辑状态都是  $On$ , 则

$$D_{ij,kj} = a_{ij,kj} | H_{ij,kj}(s_{kj}) | \left( \mu(p_{ij}) + \left| \frac{ds_{ij}}{dt} \right| \right), \text{ 否则, } D_{ij,kj} = 0 \quad (8)$$

依据控制策略(1), 矛盾测度是: 如果  $w_{ij,k}(s_{kj})$  是动态和逻辑矛盾推理, 则

$$C_{ij,kj} = a_{ij,kj} | H_{ij,kj}(s_{kj}) | \left( \mu(p_{ij}) + \left| \frac{ds_{ij}}{dt} \right| \right), \text{ 否则 } C_{ij,kj} = 0 \quad (9)$$

如果两个控制元是直接相邻的(见方程(10)), 那么它们之间存在对称的双向推理(见图 3), 规则类型是 IV. 设  $u_{ik}$  和  $z_{ik}$  分别是  $q_{ik}$  的基本状态和输出状态, 则

$$\frac{du_{ik}}{dt} = \zeta F_{ik} + \eta \left( \sum_{h > k} t_{ik,hk}(z_{hk}) + \sum_{l < k} t_{ik,lk}(z_{lk}) + \sum_{n < i} t_{ik,ni}(z_{ni}) + \sum_{m > i} t_{ik,im}(z_{im}) \right) \quad (10)$$

其中  $z_{ik} = g(u_{ik})$ ,  $t_{ik,hk} = t_{hk,ik}$ ,  $i < k$ ,  $l < k$ ,  $k < h$ ,  $m < i$ .

$q_{ik}$  的状态作为直接的控制信号送回到基本网, 控制规则是:

**断开规则:** 如果  $z_{ik} < -0.5$ , 则第  $i$  个和第  $k$  个单元之间的所有连接被断开;

**闭合规则:** 如果  $z_{ik} > 0.5$ , 则第  $i$  个和第  $k$  个单元之间的所有连接被闭合。

在式(6)中,  $w_{ij, kj}(s_{ij}) = \rho_{ij} \alpha_{ij, kj} s_{ij} + f_{ij, ij}(s_{ij}) = -(s_{ij} + 1)$ ; 在式(8)和(9)中,  $a_{ij, kj} = 1$ ; 在式(10)中,  $t_{ik, ik}(z_{ik}) = 0.25(z_{ik} + 1)$ ,  $\eta = 0.05$ ,  $\zeta = 20$ ; 在式(6)和(10)中,  $g(x) = \tanh(0.2x)$ 。我们以开会问题(时间判决)为例进行计算机模拟, 验证了 CSNN 的原理。

## 5 讨论

矛盾分析能够引出这样的观点: 神经系统应当是高度自适应的大规模控制系统; 矛盾测量能够提供有用的控制信息; 自适应控制使它具有动态结构, 能够应付变化和复杂的外部环境。本文分析了 CSNN 的基本原理, 给出了简单情况下的控制策略, 表明了控制的目的是消除矛盾并求出问题的解。然而, 控制策略除了开关控制外还有强度的控制, 开关控制是最极端的强度控制, 不能体现程度的变化, 通常仅适用于比较简单的情况; 强度控制可采用矛盾测度为控制源的模糊控制方法。另外, 实际问题往往涉及多个因素, 往往需要综合决策, 既要求强度控制也要求在一定条件下的开关控制。此外, 文中的绝对等量划分原则应结合实际情况加以改进, 例如通过引入门限指标。

在传统人工神经网络的理论中, 对连接的控制机制没有给予应有的重视; 但是在生物系统中确实存在着突触的开关控制机制<sup>[13,14]</sup>, 可它的逻辑意义是不清楚的, 本文试图通过 CSNN 解释其逻辑意义。本文之所以强调动态控制是为了消除网内的矛盾, 从而解决包含矛盾的实际问题。很明显, 在多数自然问题中矛盾总是存在的, 无矛盾仅是理想情况。CSNN 的一个明显特征是: 它是自己理解问题。

## 参考文献

- [1] L. M. Kirousis. Fast parallel constraint satisfaction. *Artificial Intelligence*, 1993, 64: 147 ~ 160
- [2] Thagard, K. J. Holyoak, G. Nelson, D. Gochfeld. Analog retrieval by constraint satisfaction. *Artificial Intelligence*, 1990, 46: 259 ~ 310
- [3] U. Montanari, F. Rossi. Constraint relaxation may be perfect. *Artificial Intelligence*, 1991, 48: 143 ~ 170

- [4] 郭雷, 郭宝龙. 基于关联性神经推理的运动判决原理. *计算机学报*, 1995, 18(3): 225 ~ 230
- [5] S. Grossberg, E. Mingolla, D. Todorovic. A neural network architecture for preattentive vision. *IEEE Transactions on Biol. Med. Eng.*, 1989, BME-36: 65 ~ 84
- [6] 郭宝龙, 郭雷. 用扩散集中神经网络区分图形与背景. *科学通报*, 1994, 39(19): 1805 ~ 1808
- [7] 郭雷, 郭宝龙. 视觉神经系统与分布式推理理论. 西安电子科技大学出版社, 1995
- [8] B. L. Guo, L. Guo. Inference and contradictory analysis for binary neural networks. *Science in China (Series E)*, 1996, 39(1): 11 ~ 16
- [9] 郭宝龙, 郭雷. 神经网络稳定性的逻辑分析. *电子学报*, 1996, 24(11): 1 ~ 5
- [10] 郭宝龙. 神经网络的分布式逻辑推理研究. 博士学位论文. 西安电子科技大学, 1995
- [11] 郭宝龙, 郭雷. 神经网络的逻辑分析. *电子科学学刊*, 1996, 18(6): 11 ~ 16
- [12] T. J. Sejnowski, P. K. Kienker, G. E. Hinton. Learning symmetry groups with hidden units: Beyond the perceptron. *Physica*, 1986, 22D: 260 ~ 275
- [13] G. M. Shepherd. The significance of real neuron architectures for neural network simulations. in *Computational Neuroscience*, E. L. Schwartz (ed.), MIT Press, 1990: 82 ~ 95
- [14] P. Greengard, F. Valtorta, A. J. Czernik, F. Benfenati. Synaptic vesicle phosphoproteins and regulation of synaptic function. *Science*, 1993, 259: 780 ~ 785
- [15] J. J. Hopfield. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1984, 81: 3088 ~ 3092



**郭宝龙** 1984年毕业于西安电子科技大学, 博士, 教授, AAAS国际会员, 中国电子学会高级会员; 主要研究领域: 神经网络与模式识别, 智能信息处理与智能系统, 机器人与智能计算机。

**郭雷** 见本期第38页。

**戴冠中** 1960年毕业于哈军工, 西北工业大学教授, 博士生导师, 目前为校长。主要研究领域: 复杂系统的控制与通信, 计算机控制与智能控制, 并行处理与并行计算机。