

半空间跨界面目标电磁散射的精确建模与高效计算

徐利明, 聂在平, 胡 俊

(电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054)

摘 要: 利用混合位积分方程对跨界面导体目标电磁散射进行精确建模与高效计算. 通过引入适当的半空间并矢格林函数来满足目标跨界面时要求的特殊边界条件, 从而简化数值离散过程. 对阻抗矩阵的生成过程进行优化, 并结合格林函数的列表与空间插值, 来提高阻抗矩阵的生成速度. 上述方法可以用来对跨界面目标电磁散射进行精确建模, 同时很大程度上克服了由于目标跨界面而导致的数值计算上的困难.

关键词: 分层介质混合位积分方程; 半空间格林函数; 索末菲积分; 空间插值

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 03-0389-04

Accurately Modeling and Efficient Evaluation of Scattering from Object Penetrating Half Space Interface

XU Li ming, NIE Zai ping, HU Jun

(College of Electronic Engineering, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: Accurate modeling and efficient evaluation are discussed in this paper for electromagnetic scattering from perfectly conducting object penetrating half space interface by methods based on mixed potential integral equation. Proper Green's functions for half space are adopted to satisfy the special boundary condition due to the object penetrating the interface and to simplify numerical discretization. Optimization upon the procedure of impedance matrix filling is made in conjunction with tabulation and interpolation for evaluating the Green's functions to speed the generation of impedance matrix. The proposed methods can be used to accurately solve the half space problems and on the whole overcome the difficulties resulted from object penetrating the interface.

Key words: mixed potential integral equation for multilayered media; Green's functions for half space; Sommerfeld integrals; space domain interpolation

1 引言

跨界面目标的电磁散射特性分析在实际工程中具有重要意义. 基于积分方程的数值方法是分析该类问题的一种精确而方便的理论建模方法. 这是因为与基于微分方程的数值方法相比, 它无需空间截断, 也没有明显的网格色散误差, 而且待求未知量仅分布在散射体表面, 而不是在背景介质(传播空间)中. 此前, 对于目标局限于同一半空间的情况(例如上半空间目标与埋地问题)作了很多研究并获得了较好的结果^[1~4]. 但这些方法很难直接应用于跨界面目标问题. 在跨界面的情况下, 由于目标处于不同的介质区域, 建立积分方程和确定格林函数时必须满足这种特殊边界条件, 同时要避免由于跨界面导致的被界面所截的围线积分产生, 以简化数值离散过程. 其次, 由于场源点通常靠近界面, 使得格林函数表现出较强的奇异性而难于计算. 再则, 场源分居界面两侧时, 存在透射分量, 与反射分量相比, 其数值计算更加困难. 在相关的研究中, 文献[5]和[6]分别对透地线天线和无限长跨地柱体散射这两

种较为简单的问题进行了建模分析, 但很难推广到一般的三维表面结构问题; 文献[7]利用分层背景介质混合位积分公式, 实现了对任意位置的目标辐射与散射的精确数值模拟, 但计算效率过低的问题没有得到很好的解决, 已成为制约实际应用的瓶颈.

本文利用混合位积分方程来对工程界感兴趣的跨界面目标电磁散射问题进行精确建模, 并给出一些有效的方法来克服数值计算上存在的困难. 首先给出分析任意形状跨界面导体目标的混合位积分方程, 其中通过引入了适当的半空间并矢格林函数来满足目标跨界面要求的特殊边界条件. 为了克服求解过程中存在的瓶颈, 对阻抗矩阵生成过程进行了优化, 并结合格林函数的列表与空间插值, 来提高阻抗矩阵的生成速度. 最后给出一些数值结果, 并进行了比较与分析.

2 半空间混合位积分方程及其离散

对于如图1所示的半空间环境, 1区介质为空气: $\mu_1 = \mu_0$, $\epsilon_1 = \epsilon_0$; 2区为土壤或海水: $\mu_2 = \mu_0$, $\epsilon_2 = \epsilon_0 \epsilon_r$. 任意形状的

三维导体结构跨过 1、2 区之间的界面. 设时谐因子为 $e^{j\omega t}$. 利用电场的混合位表达式, 可以建立如下积分方程:

$$\hat{n}_m \times \int_{S_i} j\omega \int_{S_i} \mathbf{K}_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' - \frac{\nabla}{j\omega} \int_{S_i} K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' - \hat{n}_m \times \frac{\nabla}{j\omega} \int_C [K_\phi^{m1}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') K_\phi^{m2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] \mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{u}} dl = \hat{n}_m \times \mathbf{E}_m^{inc}(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in S_m \quad (1)$$

其中 $m, i = 1, \dots, 2$, 表示不同的介质层; $\mathbf{K}_A^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和 $K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 分别是修正意义的矢量位、标量位格林函数, 其他相关的量见图 2. 可以看到, 由于目标跨过界面, 方程式 (1) 左端将出现两个面上的积分和沿截线的围线积分. 在围线上, $K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 表现出很强的奇异性, 数值计算非常困难. 根据 Michalski 提出的 Formulation C 公式^[8], 得到的 $K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 具有同时关于场源坐标 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 连续的性质, 使得方程式 (1) 左端的围线积分作用为零, 从而简化了数值离散过程. 通过推导, $\mathbf{K}_A^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和 $K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ (即 $m = i$) 由如下三种反射型索末菲积分构成:

$$S_n[\tilde{f}(k\rho)] = \int_0^\infty \tilde{f}(k\rho) J_n(k\rho) e^{-jk_{nz}z} k_{\rho}^{n+1} dk_{\rho} \quad (2)$$

$\mathbf{K}_A^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 和 $K_\phi^{mi}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ($m \neq i$) 则由下面三种透射型索末菲积分构成:

$$S_n[\tilde{f}(k\rho)] = \int_0^\infty \tilde{f}(k\rho) J_n(k\rho) e^{-jk_{nz}z} k_{\rho}^{n+1} dk_{\rho} \quad (3)$$

在式 (2) 和 (3) 中, $n = 0$ 或 1 , $\tilde{f}(k\rho)$ 具有相应的不同形式^[7].

采用平面三角贴片可以模拟任意复杂的导体表面, 但注意要保证任何三角贴片不能跨界面; 利用定义在相邻三角形公共边上的 RWG 基函数^[9]对方程式 (1) 进行离散, 可以得到如下矩阵方程:

$$\mathbf{L}_{Z_{pq}} \cdot \mathbf{L}_{I_q} = \mathbf{L}_{V_p} \quad (4)$$

其中 \mathbf{I}_q 为未知电流向量; $p, q = 1, 2, \dots, N$, 对应于公共边编号; Z_{pq} 和 V_p 分别为阻抗矩阵和激励向量, 其元素分别为

$$Z_{pq} = l_p \left[\frac{j\omega}{2} (A_{pq}^+ + A_{pq}^-) - \frac{1}{j\omega} (\Phi_{pq}^+ - \Phi_{pq}^-) \right] \quad (5)$$

$$V_p = \frac{l_p}{2} (E_p^+ + E_p^-) \quad (6)$$

其中

$$A_{pq}^\pm = \int_{T_q^+} \int_{T_q^+} \rho_p^\pm(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{K}_A^{mi}(\mathbf{r}_p^\pm, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_q(\mathbf{r}') dS' \quad (7)$$

$$\Phi_{pq}^\pm = \int_{T_q^+} \int_{T_q^+} K_\phi^{mi}(\mathbf{r}_p^\pm, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{f}_q(\mathbf{r}') dS' \quad (8)$$

$$E_p^\pm = \rho_p^\pm(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{r}_p^\pm) \quad (9)$$

在一般的 MOM 方案中, 阻抗矩阵元素 (5) 是按照“公共边

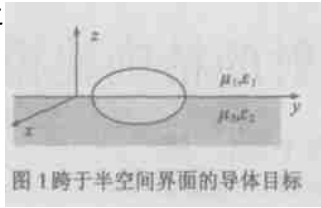


图 1 跨于半空间界面的导体目标

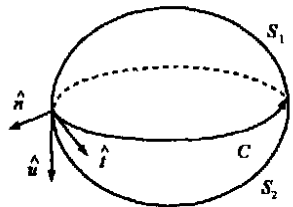


图 2 目标表面被界面所截出现的表面 S_1 和 S_2 围线, 其中 $\hat{\mathbf{u}}$ 为 S_1 边界 (即 C) 上 \mathbf{r} 处的外法线, $\hat{\mathbf{i}}$ 为 C 的切线, $\hat{\mathbf{n}}$ 为闭合表面的外法线, 满足关系 $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{u}} \times \hat{\mathbf{i}}$

对”生成, 而式 (7) 和式 (8) 的积分是按“面对”计算的, 显然会出现同样的面积分重复计算的情况 (对于闭合表面重复达九倍). 由于式 (7) 和式 (8) 的积分包含了占据主要计算量的格林函数调用, 这种重复调用必须加以克服. 解决的方案之一按“面对”对式 (7) 和式 (8) 的积分进行预先计算并存储起来, 在生成阻抗矩阵时实时调用, 虽然这种方式的程序实现简单, 但需要额外的存储量, 甚至超过阻抗矩阵的本身的存储需求. 由于并矢格林函数的引入, 这种额外的存储量还将比自由空间情况更大.

若对式 (5) 作如下变换

$$Z_{pq} = l_p \left[\frac{j\omega}{2} (A_{pq}^{++} + A_{pq}^{+-} + A_{pq}^{-+} + A_{pq}^{--}) - \frac{1}{j\omega} (\Phi_{pq}^{++} + \Phi_{pq}^{+-} - \Phi_{pq}^{-+} - \Phi_{pq}^{--}) \right] \quad (10)$$

这里

$$A_{pq}^{ab} = \int_{T_q} \int_{T_p} \rho_p^a(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{K}_A^{mi}(\mathbf{r}_p^a, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_q(\mathbf{r}') dS' \quad (11)$$

$$\Phi_{pq}^{ab} = \int_{T_q} \int_{T_p} K_\phi^{mi}(\mathbf{r}_p^a, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{f}_q(\mathbf{r}') dS' \quad (12)$$

其中 a, b 取值“+”或“-”, 表示某一公共边两侧的正、负三角贴片. 由式 (10) 可以看出, Z_{pq} 被分解成了 4 个面积分的代数和. 这样, 可以对阻抗矩阵的生成进行如下优化: 按“面对”计算式 (11) 和式 (12) 的面积分, 同时搜索三角形所对应的公共边, 然后对公共边对应的阻抗矩阵元素进行累加计算. 经过该优化处理, 既避免了按公共边填充阻抗矩阵时出现的大量重复计算, 也不需要额外存储空间, 对于加快阻抗矩阵生成速度有利.

通过求解矩阵方程式 (4) 来得到电流分布系数 I , 进一步可以得到近场和远场结果. 上述公式和方法也完全适用于目标仅位于上半空间或下半空间的问题.

3 半空间格林函数的列表与空间插值

从式 (10)~(12) 可以看出, 在生成阻抗矩阵过程中, 若对格林函数进行逐点计算 (即在计算面积分时根据场源坐标实时计算索末菲积分), 仍将产生很大的计算量. 由于组成半空间格林函数的索末菲积分的高振荡性和慢衰减性, 阻抗矩阵的计算时间往往远远超过其他求解过程 (包括矩阵方程求解、散射计算等) 所用的时间, 往往成为实际应用的瓶颈. 本文根据不同的情况使用多种方法对格林函数中的索末菲积分进行高效计算, 例如沿索末菲积分路径的直接积分方法、沿最陡下降路径的积分方法以及离散复镜像法等^[7, 10, 11], 但正如引言中所提到的, 在本文所关心的跨界面问题中, 由于场源点很接近界面和场源点分居界面两侧, 大多数算法都表现出很差的收敛特性甚至失效, 格林函数计算的问题将更加突出. 本文不对具体的索末菲积分计算方法作讨论, 而是给出一种针对跨界面目标问题的格林函数高效计算方法—三维空间插值. 其基本思想是, 首先在一些离散的空间点上进行采样, 并建立插值表; 在实际需要计算的空间点上则通过内插方式得到格林函数的值. 在采样点上则使用前述的索末菲积分计算方法进行精确计算.

3.1 建立插值表

对于任何一个跨界面目标, 首先根据其几何尺寸来确定要建立插值表的范围. 直观的方式是直接对格林函数分量进行列表, 也需要对 4 个量进行列表; 但若对索末菲积分进行列表, 则只需 3 个量即可. 另外, 对于跨界面问题, 要建立 2 个二维插值表(见图 3(a)), 用于反射型的 K_A^{mm} 和 K_ϕ^{mm} ($m = 1, 2$); 两个三维插值表(见图 3(b)), 用于透射型 K_A^{mi} 和 K_ϕ^{mi} ($m = 1, i = 2$ 或 $m = 2, i = 1$). 一般用等间隔采样方式建立插值表; 为了保证插值精度, 要求对索末菲积分进行采样的间隔要足够小, 本文使用 $1/10$ 介质波长的采样间隔.

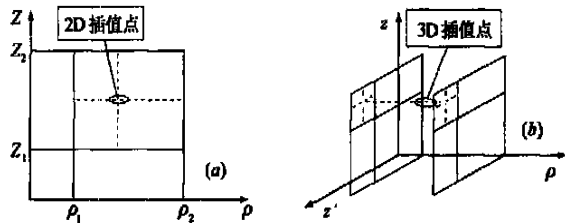


图 3 用于跨界面目标问题的列表与插值.(a) 2D 插值;(b) 3D 插值

3.2 格林函数的插值计算

插值表给出了离散空间场源点组合对应的索末菲积分值. 在阻抗矩阵生成过程中, 利用插值公式, 可以得到任意场源点组合对应的索末菲积分值, 进一步计算出格林函数. 如图 3 所示, 对于反射型的 S_n^r , 要通过二维插值得到; 对于透射型的 S_n^t , 则要进行三维插值. 本文选用拉格朗日插值方法, 由于只需要区间端点的信息并使用线性插值公式, 可以获得最快的计算速度. 需要说明的是, 上述格林函数插值算法同样可以用于目标仅位于上半空间或下半空间的问题, 这时仅需建立 1 个二维插值表并进行二维插值. 与对格林函数的逐点调用相比, 插值方法极大地减少了索末菲积分的计算次数. 另外, 由于是对场、源点的相对位置进行插值, 实际上充分利用了半空间格林函数的柱对称性和平移性, 从而进一步降低计算量.

4 数值结果及讨论

为了验证本文方法, 首先计算了一个半埋矩形平板在平面波照射下的感应电流. 平板长为 0.8m (沿 x 方向, 即垂直于纸面), 宽为 0.5m (沿 l 方向), 采用 252 个三角贴片进行模拟. 下半空间为干燥土壤($\epsilon_r = 16$), 频率为 $f = 300\text{MHz}$ 的负 y 向极化平面波垂直于界面从空气入射. 轴线上的电流幅度(对 $I_0 = 0.125\text{m}$ 处归一化)如图 4 所示, 其结果与文献[8]的直接求解结果吻合很好. 建立插值表时考虑了所有倾角的情况(图中给出的是倾角为 30° 的结果).

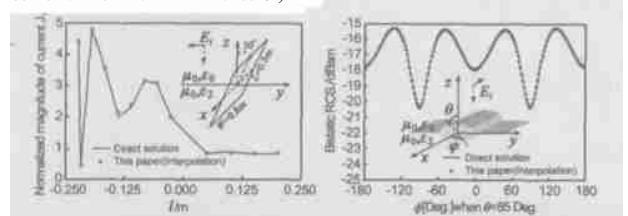


图 4 半埋于土壤的导体平板轴线上电流分布

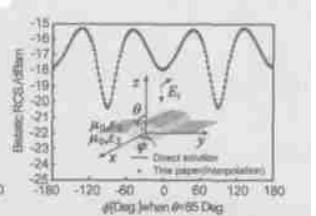


图 5 半埋导体圆柱的 RCS

另一个例子考察了半埋导体圆柱的散射情况. 频率仍为 300MHz , 下半空间为土壤($\epsilon_r = 4$). 柱体长为 0.8m , 半径 0.125m , 沿 x 方向放置, 表面采用 394 个三角贴片进行模拟. 图 5 给出了 x 负方向极化平面波垂直入射照射下的在 $\theta = 85^\circ$ 方位面上的双站 RCS, 可以看出本文方法与直接求解的结果吻合非常一致. 由于激励、背景和结构的对称性, 所得的 RCS 也具有较好的对称性.

表 1 格林函数插值算法与逐点计算的比较

	三角单元数	索末菲积分计算次数		
		逐点计算	插值方法	减少倍数
半埋导体平板	252	1, 707, 804	5, 943	287
半埋导体圆柱	394	4, 180, 734	2, 199	1, 901

表 1 给出了以上两个例子中本文方法相对于传统的逐点计算方法在索末菲积分计算次数上的比较. 其中索末菲积分采样间隔均为 $1/10$ 介质波长. 可以看出, 本文插值方法使得索末菲积分的次数大大减少. 尽管本文方法在搜索插值表并进行内插时要花费一定的时间, 但由于使用拉格朗日内插方式, 使得这些时间与建立插值表相比显得微不足道. 因此, 从计算时间上说, 本文的插值方法比逐点计算方法明显减少, 同时也保证了足够的精度. 随着目标电尺寸的增大, 与直接计算方法相比, 插值方法在格林函数计算时间上的减少将益发显著, 对于提高计算效率具有重要意义.

当然, 保存插值表需要一定的内存空间, 但与阻抗矩阵所占用内存相比, 这种内存占有量是很小的. 另外, 从插值方法的实现过程可以看到, 其中涉及的索末菲积分次数仅与激励频率、背景介电参数和目标的空间跨度有关, 而与具体的目标几何网格结构和一定频率下的激励方式无关, 因此, 对于给定的频率和背景介电参数, 完全可以在一定的空间范围建立通用的插值表, 以用于不同的目标结构和该频率下的激励方式, 从而达到与均匀空间问题接近的计算效率.

需要说明的是, 为了与文献对照, 本文仅给出了无耗半空间情形下的结果, 实际上, 上述方法完全可以用于有耗半空间的情况.

5 结论

本文讨论了对半空间环境下跨界面导体目标电磁散射进行建模的数值方法及其高效计算技术. 在混合位积分方程的基础上, 利用具有特殊连续性的半空间格林函数简化了跨界面目标问题的离散过程. 通过对阻抗矩阵生成过程的优化, 避免了面积分的大量重复计算. 由于有效利用了格林函数中索末菲积分的柱对称性和平移不变性, 本文给出的插值算法最大限度地降低了阻抗矩阵生成过程中索末菲积分的直接计算次数, 显著提高了阻抗矩阵生成速度. 插值方法的另一个明显好处在于, 对于给定频率和背景介电参数, 可以建立通用的插值表, 来对不同的目标结构和该频率下的激励方式进行求解, 从而达到与均匀空间问题接近的计算效率. 本文主要针对目标跨界面的问题进行讨论, 这些方法同样适用于目标仅位于上半空间或下半空间以及有耗半空间的情况.

参考文献:

- [1] N Geng, A Sullivan, L Carin. Fast multipole method for scattering from an arbitrary PEC target above or buried in a lossy halfspace[J]. IEEE Trans AP, 2001, 49(5): 740– 748.
- [2] B Hu, W C Chew. Fast inhomogeneous plane wave algorithm for scattering from objects above the multilayered medium[J]. IEEE Trans Geosci Remote Sensing, 2001, 39(5): 1028– 1038.
- [3] T J Cui, W C Chew. Fast evaluation of sommerfeld integrals for em scattering and radiation by three dimensional buried objects[J]. IEEE Trans Geosci Remote Sensing, 1999, 37(2): 887– 910.
- [4] 徐利明, 聂在平. 埋地介质目标矢量电磁散射的高效正演计算[J]. 地球物理学报, 2005, 48(1): 209– 215.
- [5] G J Burke, E K Miller. Modeling antennas near to and penetrating a lossy interface[J]. IEEE Trans AP, 1984, 32(10): 1040– 1049.
- [6] X B Xu, C M Butler. Current induced by TE excitation on coupled and partially buried cylinders at the interface between two media[J]. IEEE Trans AP, 38(11): 1823– 1828.
- [7] 徐利明, 聂在平, 胡俊. 半空间环境中任意位置三维导体目标的电磁建模[J]. 电波科学学报.
- [8] K A Michalski, D Zheng. Electromagnetic scattering and radiation by surfaces of arbitrary shape in layered media, Part I and II[J]. IEEE Trans AP, 1990, 38(3): 335– 352.
- [9] S M Rao, D R Wilton, A W Glisson. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans AP, 1982, 30(3): 409– 418.
- [10] 徐利明, 聂在平. 半空间格林函数的角谱平面高效计算[J]. 电波科学学报, 2004, 19(3): 263– 268.
- [11] Xu Liming, Nie Zaiping. Evaluation and acceleration of Sommerfeld integrals for stratified media green's functions[A]. 2003 6th International Symposium On Antennas, Propagation and EM Theory Proceedings[C]. Beijing: IEEE Press, 2003. 673– 678.

作者简介:



徐利明 男, 1977 年出生于四川遂宁市, 现为电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 已在国内外核心期刊和重要会议上发表论文数篇. E-mail: lm_xu@263.net

聂在平 男, 1946 年出生于陕西西安市, 教授, 博士生导师, 电子科技大学副校长, IEEE 高级会员, 1981 年电子科技大学电磁场与微波技术专业研究生毕业并获硕士学位, 1987~ 1989 年曾在美国伊利诺伊大学电磁实验室从事研究工作, 近年来主持并完成近 20 项科研课题, 先后获国家科技进步二等奖一项, 省、部级一、二、三等科技进步奖共五项, 在国内外发表学术论文 200 余篇, 主要研究兴趣: 计算电磁学、电磁散射与逆散射、移动通信中的智能天线技术等.