

## 基于 Gibbs 随机场与模糊 C 均值聚类的图像分割新算法

冯衍秋, 陈武凡, 梁 斌, 林亚忠

(第一军医大学生物医学工程系医学图像处理全军重点实验室 广东广州 510515)

**摘 要:** 模拟 C 均值聚类(FCM)是一种非常经典的非监督聚类技术,已被广泛用于图像的自动分割.由于传统的 FCM 算法进行图像分割仅利用了灰度信息,而没有考虑像素的空间位置信息,因而分割模型是不完整的,造成传统 FCM 算法只适用于分割噪声含量很低的图像.为了克服传统 FCM 算法的局限性,本文利用 Gibbs 随机场所描述的邻域关系属性,引入先验空间约束信息,提出拒纳度的概念,建立包含灰度信息与空间信息的新聚类目标函数,继而提出基于 Gibbs 随机场与模糊 C 平均聚类的 GFCM 图像分割新算法.实验证明,利用本文所提 GFCM 算法可以有效地分割含噪声图像.

**关键词:** 图像分割; 模糊 C 均值(FCM)聚类; Gibbs 随机场(GRF); 多级逻辑模型(MLL)

**中图分类号:** TP301.6 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2004)04-0645-03

### A New Algorithm for Image Segmentation Based on Gibbs Random Field and Fuzzy C-Means Clustering

FENG Yan-qi, CHEN Wu-fan, LIANG Bin, LIN Ya-zhong

(Key Lab for Medical Imaging of PLA, Dept. of Biomedical Engineering, First Military Medical University, Guangzhou 510515, China)

**Abstract:** Fuzzy c-means(FCM) clustering is one of well-known unsupervised clustering techniques, which has been widely used in automated image segmentation. However, when the classical FCM algorithm is used for image segmentation, no spatial information is taken into account. This causes the FCM algorithm to work only on well-defined images with low level of noise; unfortunately, this is not often the case in reality. In order to overcome this limitation of FCM, the prior spatial constraint is incorporated based on Gibbs random field theory. The definition of *refusable level* is presented and then new clustering object function is presented. This new algorithm connects Gibbs random field with FCM algorithm and is shown to be most effective in our experiments.

**Key words:** image segmentation; FCM; Gibbs random field(GRF); multilevel logistic model (MLL)

## 1 引言

模糊 C 均值聚类(FCM)算法已在模式识别与图像分割中获得广泛应用.目前对于 FCM 图像分割算法方面的应用与研究主要包括:利用直方图统计特性等,提高算法运算速度<sup>[1-3]</sup>;将对灰度直接聚类改为对特征聚类<sup>[4]</sup>;用模糊熵或特征散度代换模糊隶属度,以提高算法的适应能力<sup>[5-7]</sup>;调节加权系数与类别数以实现优化分割<sup>[8]</sup>.

但上述算法研究都是仅依据图像的灰度信息来建立聚类准则函数,分割只与图像的直方图相关,而忽略了像素间的空间位置关系,所以分割模型是不完整的.而一个完整的分割模型应该在充分考虑灰度信息的同时,应记入像素的空间信息对分割的影响.文献[9]也已经指出,同时考虑空间信息与灰度信息的分割算法,与先进行空间滤波再进行图像灰度分割相比更具优越性.

Gibbs 随机场理论很好的描述了当前像素与其领域中象

素之间的相互关系,正是由于这个优越的特性,已经在图像处理领域中获得了广泛关注.为了克服 FCM 分割算法的上述缺陷,本文利用多级逻辑模型(MLL)<sup>[11]</sup>,以 Gibbs 能量的形式引入先验的邻域约束信息,提出改进的图像分割算法.

## 2 传统的模糊 C 均值聚类(FCM)算法

把一幅图像中每个像素逐一归类到对应类别(共 C 个类)的算法中,一般采用各个样本与所在类均值的误差平方和最小准则. FCM 算法亦利用这一聚类思想,但它与模糊隶属度相关,并要求通过迭代寻找聚类中心  $v_k$  与隶属度值  $\mu_k(i, j)$ ,使得目标函数:

$$J_{FCM} = \sum_{i,j} \sum_{k=1}^C \mu_k(i, j)^q \|y(i, j) - v_k\|^2 \quad (1)$$

取得最小值,以实现图像的优化分割.式(1)中  $y(i, j)$  为在位置  $(i, j)$  处观察到的图像灰度值,  $v_k$  为第 k 类的均值,即第 k 类的聚类中心,  $\mu_k(i, j)$  为像素点  $(i, j)$  归属于第 k 类的隶

收稿日期:2002-08-07;修回日期:2003-08-24

基金项目:国家 973 计划项目(No. 2003CB716104);国家自然科学基金重点项目(No. 30130180)

属度,类别数  $C$  已知,  $q$  为一个可以控制聚类结果模糊程度的常数,  $\|\cdot\|$  为某种距离测度. 为了简化问题,本文中取  $q = 2$ ,  $\|\cdot\|$  为标准的欧氏距离.

在条件  $\sum_k \mu_k(i, j) = 1$  下,根据拉格朗日条件极值法则,得到目标函数(1)取得条件极小值的必要条件:

$$\mu_k(i, j) = \frac{\|y(i, j) - v_k\|^{-2}}{\sum_{l=1}^C \|y(i, j) - v_l\|^{-2}} \quad (2)$$

$$v_k = \frac{\sum_{i,j} \mu_k(i, j)^2 y(i, j)}{\sum_{i,j} \mu_k(i, j)^2} \quad (3)$$

根据 Picard 迭代规则在上述两个必要条件之间循环迭代直至收敛,就是传统的 FCM 算法. 不难看出目标函数(1)仅涉及了像素的灰度值  $y(i, j)$ , 却未考虑像素的空间位置  $(i, j)$ , 其结果必然是使 FCM 算法对某些空间噪声敏感,带来分割的不精确与不稳健.

### 3 Markov 随机场与 Gibbs 随机场理论

在 Markov 随机场理论中,图像指标集  $s$  中象素点的空间关系通过邻域系统  $N = \{N_i, i \in S\}$  来体现. 邻域  $N_i$  为与点  $i$  相邻的点的集合:(1)某点的邻域不包括该点本身,  $i \notin N_i$ ; (2)互为邻域,即  $i \in N_j \Leftrightarrow j \in N_i$ .

随机场  $X$  当且仅当满足:

$$\begin{aligned} P(x) &> 0, \forall x \in X \\ P(x_i | x_{S - \{i\}}) &= P(x_i | x_{N_i}) \end{aligned}$$

时,才是在指标集  $s$  上关于邻域系统  $N$  的 Markov 随机场 (MRF)<sup>[11]</sup>. MRF 有效地表达了当前象素的标记仅与其领域中象素的标记相关,与其它位置象素的标记情况无关.

根据 Hammersley-Clifford 定理<sup>[8]</sup>, MRF 分布可以等效地刻画化为 Gibbs 随机场分布:

$$P(x) = \exp(-U(x)) / Z$$

这里,  $z = \sum_{x \in X} \exp(-U(x))$ , 叫做配分函数,是正则化常量.  $U(x)$  是能量函数,其表达式为:  $U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x) V_c(x)$  为势团  $c$  上的势函数.

根据区域分割要求区域平滑及去除高频噪声的要求,由多级逻辑模型 (MLL), 给出仅考虑两个点的势函数表达式:  $V_2(x_i - x_j) = \beta[1 - \delta(x_i - x_j)]$ ,  $\beta$  为对两邻域势力中不相等类别标记的惩罚参数.

总之, Gibbs 随机场理论很好地描述了图像位置之间的相邻关系,为在图像分割中引入空间信息提供了很好的工具.

### 4 基于 Gibbs 随机场与模糊 $C$ 均值聚类的 GFCM 图像分割算法

本节为提出改进的新分割算法,先给出一个定义.

定义 对于点  $(i, j)$  的邻域  $N_{(i, j)}$ , 如果点  $(i, j)$  上某一标记发生的先验概率为  $P(i, j)$ ,  $(1 - P(i, j))$  为邻域  $N_{(i, j)}$  对该标记的拒绝接纳程度,简称为拒纳度.

由于这里引入了领域概念,且先验概率由 Gibbs 模型所

提供,故拒纳度包含了空间位置信息,它将经典的 FCM 算法一道构成新的目标函数如下:

$$J_{GFCM} = \sum_{i,j} \sum_{k=1}^C \mu_k(i, j)^q (1 - P_k(i, j)) \|y(i, j) - v_k\|^2 \quad (4)$$

式(4)中,  $P_k(i, j)$  为在邻域  $N_{(i, j)}$  作用下,将象素  $(i, j)$  标记为第  $k$  类的先验概率,由本文第 3 部分所阐述的多级逻辑模型 (MLL) 来计算,  $(1 - P_k(i, j))$  即为相应的拒纳度.

式(4)中  $\|y(i, j) - v_k\|$  可以看作根据灰度信息将象素  $(i, j)$  标记为第  $k$  类所遇到的阻抗,其与拒纳度  $(1 - P_k(i, j))$  的相互作用为:当邻域对第  $k$  类的拒纳度较小时,这时即使  $\|y(i, j) - v_k\|$  值较大,即它所造成的将  $(i, j)$  划分到第  $k$  类的阻抗较大,但有可能较小的拒纳度吸收掉,从而鼓励该点的类别标记取  $k$ , 极端情况时拒纳度  $(1 - P_k(i, j)) = 0$  (这时邻域  $N_{(i, j)}$  中的标记均为  $k$ ), 将不管  $\|y(i, j) - v_k\|$  的值为多大 (即灰度值  $y(i, j)$  离聚类中心有多远), 该位置处的标记将仅由拒纳度来决定,将该点标记为第  $k$  类; 如果拒纳度的值较大,就相当于在代价函数中给  $\|y(i, j) - v_k\|^2$  的值将被全部 (以最大比例) 记入代价函数.

同样,依拉格朗日极值法则,目标函数(4)取得条件极值的必要条件为:

$$\mu_k(i, j) = \frac{\|y(i, j) - v_k\|^{-2} (1 - P_k(i, j))^{-2}}{\sum_{l=1}^C \|y(i, j) - v_l\|^{-2} (1 - P_k(i, j))^{-2}} \quad (5)$$

$$v_k = \frac{\sum_{i,j} \mu_k(i, j)^2 (1 - P_k(i, j)) y(i, j)}{\sum_{i,j} \mu_k(i, j)^2 (1 - P_k(i, j))} \quad (6)$$

具体步骤如下:

(1)对图像进行初始分割 (或直接通过直方图分析的方法提供初始聚类中心参数值), 为 GFCM 算法提供初始参数估计;

(2)根据多级逻辑模型,由硬分割结果,计算图像各点属于各类的先验概率  $P_k(i, j)$ ;

(3)根据式(5)和(6)计算更新聚类中心与隶属度数组;

(4)根据隶属度矩阵,根据最大隶属度原则,将软分割结果转化为硬分割结果;

(5)判断是否收敛,如果不收敛,转到(2),否则输出分割结果,算法结束.

### 5 实验分析与结论

实验一在二值化图像分割方面将 GFCM 算法与传统 FCM 算法做了比较. 图 1(a) 为  $256 \times 256$  大小的 cameraman 标准图像; (b) 为 (a) 添加了高斯噪声的图像; (c) 为传统的 FCM 算法在类别数为 2 时的分割结果,可以看出,由于传统 FCM 算法仅根据直方图进行分割,显然对图像中存在的噪声无能为力; (d) 为本文所提 GFCM 算法的分割结果,很明显,在邻域关系作用下, GFCM 算法显示了很好的滤除噪声的能力,分割后的区域更干净,更符合实际情况.

实验二采用医学脑部 MR 图像对含多类目标的图像分割方面做了实验分析. MR 成像由于各种电磁噪声的干扰以及成像设备的局限性,虽然在软组织之间可以获得很高的对比

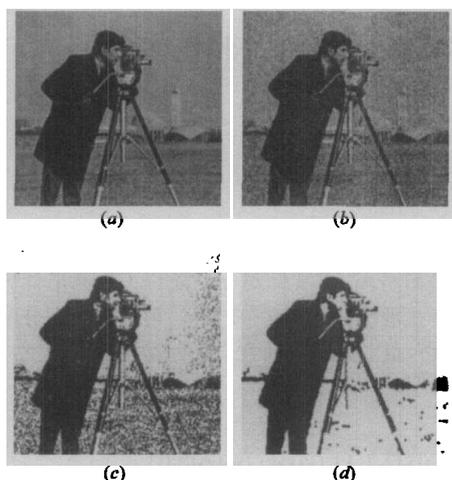


图 1 (a)为标准的 cameraman 图像,(b)为加了 10% 白噪声的标准 cameraman 图像,(c)为传统 FCM 算法二值化分割结果,(d)为本文所提 GFCM 算法二值化结果

度,但图像的信噪比较低.图 2(a)为含 5% 噪声的脑部 MR T1 加权图像,大小为  $217 \times 174$ ,来自 McGill 大学 Montreal 神经研究所的 McConnell 脑部成像中心,在这种情况下,可以指定图像类别数为 3,分别代表白质、灰质、脑脊液三种组织类型.图 2(b)与(c)对照,定性地表明了 GFCM 算法与 FCM 相比对噪声有很好的抑制作用.表 1 给出了不同噪声水平下,GFCM 算法与传统 FCM 算法分割精度的定量比较结果.

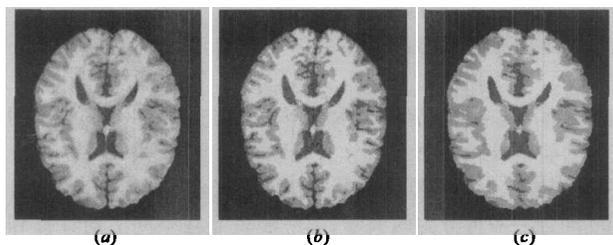


图 2 图(a)为 MR 原图像;(b)为传统 FCM 算法的分割结果;(c)为本文所提 GFCM 算法分割结果

表 1 不同噪声水平下算法的正确分类率

		噪声水平 (%)			
		3%	5%	7%	9%
正确 分类率 (%)	FCM	92.12	88.94	84.25	79.23
	GFCM	96.86	95.67	95.34	95.12

表 2 给出了上述两个实验中计算耗时的比较,计算环境为雷鸟 1.2G,512M 内存的 PC 机.

表 2 算法计算耗时的比较

	计算耗时 (s)	
	FCM	GFCM
实验一	2.32	3.46
实验二	2.24	4.68

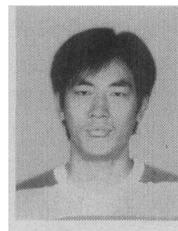
本文结合 Gibbs 随机场模型,给出对图像进行类别标记时拒纳度的概念,在 FCM 算法的框架中引入邻域关系限制,完善了分割模型,提出基于 Gibbs 随机场与模糊 C 均值聚类

的 GFCM 图像分割新算法,并通过二值化图像分割实验与医学 MR 图像分割实验,证明了该算法可以有效地分割含噪声的图像.

#### 参考文献:

- [1] Tsai D M, Chen Y H. A fast histogram-clustering approach for multi-level thresholding [J]. Pattern Recognition Letters, 1992, 13: 245 - 252.
- [2] 丁震等.一种适用于灰度图像分割的快速 FCM 算法 [J].模式识别与人工智能,1997,10(2):132 - 139.
- [3] 叶秀清,顾伟康,肖强.快速模糊分割算法 [J].模式识别与人工智能,1996,9(1):66 - 70.
- [4] 胡钟山,丁震等.一种改进的 Fuzzy c-mean 聚类算法 [J].南京理工大学学报,1997,9(1):66 - 70.
- [5] 薛景浩,章毓晋,林行刚.基于特征散度的图像 FCM 聚类分割 [J].模式识别与人工智能,1998,11(4):462 - 467.
- [6] 谭阳波,陈光祜.一种基于模糊最大熵的高斯聚类算法 [J].电子科技大学学报,2000,29(3):269 - 272.
- [7] Cheng H D, Chen J R, Li J G. Thresholding selection based on fuzzy C-partition entropy approach [J]. Pattern Recognition, 1998, 31(7): 857 - 870.
- [8] 高新波,裴继红,谢维信.模糊 C-均值聚类算法中加权指数 m 的研究 [J].电子学报,2000,28(4):80 - 83.
- [9] Pomphan DULYAKARN, Yuttapong RANGSASERI. Fuzzy C-Means Clustering Using Spatial Information with Application to Remote Sensing [A]. 22<sup>nd</sup> Asian Conference on Remote Sensing [C]. Singapore, 2001. 11.
- [10] Y Zhang, M Brady, S Smith. Segmentation of brain MR images through a hidden markov random field model and the expectation-maximization algorithm [J]. IEEE Trans. Medical Imaging, 2001, 20(1): 45 - 57.
- [11] Stan Z Li. Markov Random Field Modeling in Image Analysis [M]. Tokyo, Japan, Springer, 2001, ISBN 4-431-70309-8.
- [12] Dzung L. Pham, Jerry L. Prince. Adaptive Fuzzy Segmentation of Magnetic Resonance Images [J]. IEEE Trans. On Medical Imaging, 1999, 18(9): 737 - 752.

#### 作者简介:



冯衍秋 男,1977 年 4 月出生于山东平阴,2000 年毕业于山东泰山医学院放射系获医学学士学位,现为第一军医大学生物医学工程系医学图像处理全军重点实验室博士生研究,研究兴趣为医学图像分割、重建与融合.



陈武夫 男,1949 年 10 月出生于湖南汨罗,1981 年毕业于北京航空航天大学计算机仿真专业获工学硕士学位,现为第一军医大学生物医学工程系教授,博士生导师,长期从事模式识别与医学图像处理等方面的研究.