

激光陀螺信号的小波滤波方法研究

张传斌, 邓正隆

(哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 随机噪声是影响激光陀螺精度的一个重要因素, 其中随机噪声包括分形噪声和白噪声, 采用传统的方法很难去除分形噪声. 对于激光陀螺中的随机噪声, 利用分形噪声在小波变换域的特殊性质采用小波变换域参数估计方法获得噪声参数, 然后采用小波阈值滤波方法去除噪声. 对某型号的激光陀螺的滤波结果表明了该方法的有效性.

关键词: 分形噪声; 激光陀螺; 小波变换; 随机噪声

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 01-0125-03

Study on Wavelet Filtering for Signal of Ring Laser Gyro

ZHANG Chuan-bin, DENG Zheng-long

(Dept. of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: Stochastic noises in ring laser gyro, which contain fractal noises and white noises, have poor effects on its precision. And it is difficult to eliminate fractal noises using traditional method. In order to filter stochastic noises in ring laser gyro, two steps are adopted. First, utilizing special properties of fractal noises in wavelet transform domain, parameter estimation technology in wavelet transform domain is applied to obtain parameters of noises. Second, wavelet soft-threshold denoising method is employed to eliminate noises. Filtering results of a certain type of ring laser gyro show that parameter estimation and filtering based on wavelet analysis are efficient.

Key words: fractal noises; ring laser gyro; wavelet transform; stochastic noise

1 引言

由于激光陀螺(RLG)具有较小的体积、较轻的重量、比较大的动态范围、数字脉冲输出便于导航计算等特点, 使其成为新一代的惯性测量的元件. 但是, 由于激光陀螺的输出信号中有随机噪声的干扰, 这大大影响了它的精度, 因此需要对激光陀螺的输出信号进行处理, 提高其精度.

激光陀螺中随机噪声主要包括: 高斯白噪声、 $1/f$ 分形噪声^[1,2]. 分形噪声是具有长程相关性、自相似性及具有 $1/f$ 类型谱密度特点的一种非平稳的噪声^[3].

激光陀螺中的放电组件、等离子体放电电路噪声、环境噪声和其它可能产生随机闪烁的部件是产生分形噪声的主要因素^[4]; 此外传感器观测量的变换也是产生分形噪声的重要原因, 由于RLG的输出是角度的测量, 为了与传统的机械陀螺一致, 采取一些变换使RLG的输出为角速率的测量; 变换通常是采用数字差分方法, 而这种数字差分导致了分形噪声的产生^[1].

由于分形噪声在小波变换域具有特殊性质, 小波分析方法成为研究分形噪声的有力工具. 采用小波分析方法处理分形噪声主要包括两部分: 分形噪声在小波变换域的参数估计、

软阈值滤波. 本文通过对实际的激光陀螺输出信号用小波分析方法进行处理, 去除随机噪声.

2 分形噪声在小波变换域的性质

Mandelbrot, Barton, Poor 和 Flandrin 将布朗运动推广到分数布朗运动(FBM), 然后利用分数布朗运动来研究分形噪声. 分数布朗运动的定义如下^[5]:

$$B_f(t) = \frac{1}{(\sqrt{2})^H} \left[\int_0^t (|t-s|^{2H-1} - |s|^{2H-1}) ds + \int_0^t |t-s|^{2H-1} ds \right] \quad (1)$$
$$= 2H+1 \quad (2)$$

其中: $0 \leq H \leq 2$, (\cdot) 为高斯白噪声, H 为分形维数

$1/f$ 过程的小波变换系数 $d_k^{(m)}$ 在相关结构上具有如下的特点^[6]:

(1) $d_k^{(m)}$ 的均值为零, 方差为 2^{-2m} . 其中: $2 = \frac{1}{2} +$

$$\frac{2}{|k|} \left| \int_0^1 |t-s|^{2H-1} ds \right|^2 d$$

(2) 在同一尺度下 ($m = m$), 归一相关系数是 $(k-k')$ 的函数, 在固定尺度下 $d_k^{(m)}$ 是广义平稳的随机序列.

(3) 在不同尺度下对应于同一时刻的小波变换, 其归一系数是 $m - m$ 的函数.

(4) (t) 的消失矩对小波变换系数的主要影响是:

为了保证 $\text{var}(d_k^m)$ 数值有限, 小波基函数的消失矩 R 应保证 $\leq 2R$;

在保证(1)的前提下, 同一尺度下, 归一相关系数 随 $k - k$ 增大而衰减, 其衰减量级是 $[k - k]^{-(2R-)}$.

当小波基函数的消失矩较大时, 分形噪声的小波变换系数近似白噪声序列.

以上特点是采用小波方法处理分形噪声的重要理论基础.

3 分形噪声在小波变换域的参数估计

由于分形噪声在小波变换域的特殊性质, 在小波变换域估计分形噪声参数比较方便. 对噪声信号 $z(t) = x(t) + (t)$, 其中 $x(t)$ 为分形噪声, (t) 为白噪声, 经过小波变换得: $z_n^m = d_n^m + \frac{m}{n}$, 且 $\text{var}[z_n^m] = \frac{2}{m} = 2^{-m} + 2^{-2}$, $= 2^{-2}$, 其中: m , n R , m 为小波变换尺度, n 为样本点, d_n^m 为分形噪声的小波变换, $\frac{m}{n}$ 为白噪声的小波变换, 为分形参数, 为分形噪声强度, 2^{-2} 为每一尺度下的白噪声强度.

由文献[6,7]采用极大似然法估计参数 $= [, , 2]$, 估计的参数 $\wedge = [\wedge^1, \wedge^2, \wedge^2]$, 其中: M 为尺度序号的集合, $N(m)$ 为尺度 m 下的样本总数.

取似然函数为:

$$U(, \wedge) = -\frac{1}{2} \sum_{m \in M} N(m) \left\{ \frac{1}{2} S_m(\wedge) + \ln 2^{-2} + \frac{1}{2} \sum_{n \in N(m)} S_m^x(\wedge) + \ln 2^{-2-m} \right\} \quad (3)$$

其中定义:

$$S_m(\wedge) = \frac{1}{N(m)} \sum_{n \in N(m)} E[(\frac{m}{n})^2 | z_n^m;] \quad (4)$$

$$S_m^x(\wedge) = \frac{1}{N(m)} \sum_{n \in N(m)} E[(x_n^m)^2 | z_n^m;] \quad (5)$$

设第 k 步参数估计为: $\wedge^{(k)} = \{\wedge^{(k)}, \wedge^{2(k)}, \wedge^{2(k)}\}$, 则 $k+1$ 步参数估计为: $\wedge^{(k+1)} = \{\wedge^{(k+1)}, \wedge^{2(k+1)}, \wedge^{2(k+1)}\}$.

$$\text{由推导得到: } \wedge^{2(k+1)} = \frac{N(m) S_m(\wedge^{(k)})}{\sum_{m \in M} N(m)} \quad (6)$$

$$\left(\frac{m}{\sum_{m \in M} m N(m)} - \frac{1}{\sum_{m \in M} N(m)} \right) N(m) S_m^x(\wedge^{(k)}) \wedge^{m(k+1)} = 0 \quad (7)$$

$$\wedge^{2(k+1)} = \frac{N(m) S_m^x(\wedge^{(k)}) \wedge^{m(k+1)}}{\sum_{m \in M} N(m)} \quad (8)$$

上述公式通过迭代可得到 \wedge 的准确估计值. 由于实测信号通常包括有用信号 $f(t)$ 和噪声信号 $z(t)$, 这时通过高通滤波器获得噪声信号 $z(t)$, 进行参数估计, 然后可以采用软阈值滤波方法对含噪声的实测信号进行滤波.

下面是基于小波变换域极大似然算法流程图:

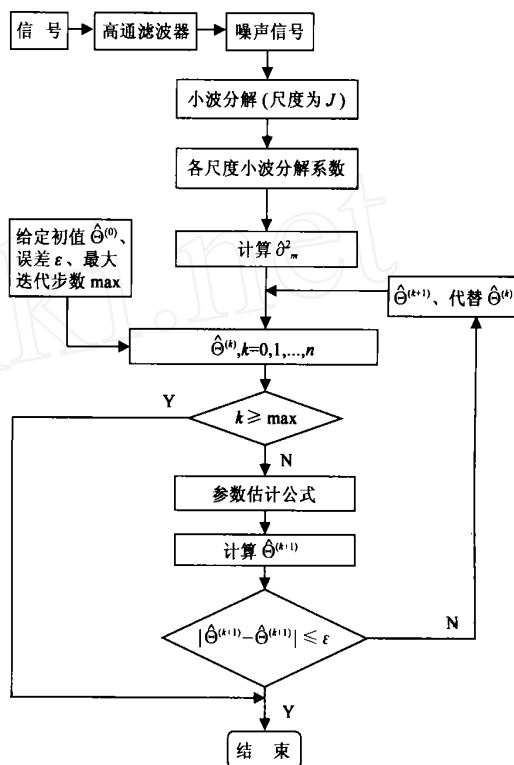


图1 随机噪声模型参数小波变换域极大似然估计算法流程

4 小波软阈值滤波方法

对于有用信号 $f(t)$, 观测获得的相应数据为: $y(t_i) = f(t_i) + z(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 其中 $z(t_i)$ 为白噪声, $*$ 为噪声强度.

Donoho 等^[8]提出的小波非线性滤波方法可分为以下三个步骤:

(1) 对 $y(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 进行多尺度(设尺度为 J) 正交小波分解, 获得各尺度的小波分解系数 $W_{j,k}$, $j = 1, 2, \dots, J$, $k = 0, 1, \dots, 2^{j-1}$.

(2) 取阈值 $t = \sqrt{2 \log(n)}$, 用非线性域值函数 $\psi_j(W) = \text{sgn}(W) (|W| - t)$ 作用于小波分解系数 $W_{j,k}$, 得到新的小波系数 $W_{j,k}$.

(3) 用新的小波系数 $W_{j,k}$ 进行信号重构, 得到去噪的信号 $f(t)$.

对于分形噪声采用高消失矩的小波基进行分解得到近似白噪声的序列, 所以可以应用上述方法. 但由于其不同尺度的小波分解系数 d_n^m 的均值为零, 方差为 2^{-m} , 采用上述方法时, 需将 $*$ 加以调整: $2^{-m} = 2^{-m} + 2^{-2}$, $m = 1, 2, \dots, J$, 为分形噪声的强度.

通常分形噪声是与白噪声相伴而生, 在除去分形噪声的同时白噪声也应除去, 此时, $2^{-m} = 2^{-m} + 2^{-2}$, 2^{-2} 为各尺度的白噪声的方差. 由于采用小波变换域极大似然法已经获得了参数 $, , 2^{-2}$ 的估计值, 按 $2^{-m} = 2^{-m} + 2^{-2}$ 选择阈值进行滤波.

5 小波分析方法在消除激光陀螺随机噪声中的应用

对某型激光陀螺,在常温下对其静态零偏进行测试,采样间隔 1 秒,采样时间 2 小时,采用标定后标度因数处理采集数据,得到图 2 的 x 轴零偏数据;对处理后的数据(这里只给出 4000 秒的数据)应用小波变换域极大似然估计方法估计随机噪声参数,采用小波软阈值滤波方法消除随机噪声,小波基函数选为具有较高消失矩的 *daubechies10*,分解尺度为 5。

由公式(6)~(8)得: $\hat{\sigma}^2 = 8.38e-9$, $\hat{\sigma} = 1.667$, $\hat{\sigma}^2 = 7.08e-9$ 。

采用小波变换域极大似然方法估计噪声参数时,其参数估计的准确性与样本长度、采样间隔之间有密切的关系。如果样本较少,由于小波分解两相邻尺度之间样本长度减半,则导致尺度较大的小波变换域小波分解系数的个数较少,使 $\hat{\sigma}_m^2$ 估计不准确,从而影响参数估计的精度;而且样本太少条件概率密度正态分布的假设可能不满足,这样也会影响参数估计的准确性;采样间隔越小(过采样),通过高通滤波器的信号含噪声越多,获得的噪声信号越真实,则参数估计越准确。因此样本越多、采样间隔越小,参数估计越准确。

然后利用上述获得参数选择阈值,取阈值 $t_m = \sqrt{2\log(n)}$,其中: $\hat{\sigma}_m^2 = \hat{\sigma}^2 + \frac{\hat{\sigma}^2}{m}$, $m = 1, 2, 3, \dots, 5$,其中:小波基选为具有较高消失矩的 *daubechies10*,分解尺度为 5,最后采用小波软阈值方法进行滤波,下面给出处理结果。

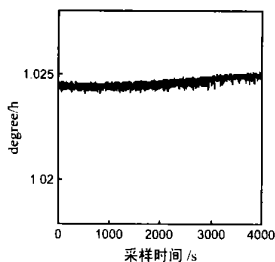


图 2 含噪声的原始信号

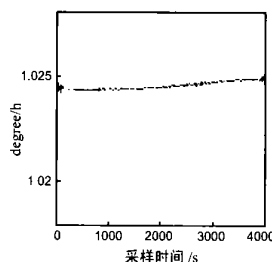


图 3 小波滤波后的信号

此方法优于传统的低通滤波方法,它可以消除频带内的噪声,而低通滤波方法无法消除频带内的噪声,因此滤波性能大大提高^[1]。通过图 3 的滤波结果可以看出小波滤波方法消除激光陀螺中的分形噪声、白噪声是非常有效的;同时也间接验证了基于小波分析的极大似然估计方法估计随机噪声参数

的有效性。

参考文献:

- [1] Skaloud J, Bruton A M, Schwarz K P. Detection and filtering of short-term ($1/f$) noise in inertial sensors [J]. Navigation, 1999, 46(2): 97 - 107.
- [2] Bialas B M. Stochastic and dynamic modeling of fiber gyros [J]. SPIE 2292: 240 - 253.
- [3] Keshner M S. Noise [J]. Proceedings of the IEEE, 1982, 70(3): 213 - 218.
- [4] 刘巧光, 许辅义, 腾云鹤, 章燕申. 环形激光陀螺仪随机误差模型研究[J]. 清华大学学报, 1999, 39(2): 71 - 74.
- [5] Kasdin N J. Discrete simulation of colored noise and stochastic processes and power law noise generation [J]. Proceedings of the IEEE, 1995, 83(5): 802 - 827.
- [6] Wornell G W. Wavelet-based representations for the family in fractal processes[J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(10): 1428 - 1450.
- [7] Ninness B. Estimation of noise [J]. IEEE Trans. On IT, 1998, 44(1): 32 - 46.
- [8] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Trans. On IT, 1995, 41(3): 613 - 627.

作者简介:



张传斌 男, 1972 年生于黑龙江, 1999 年获哈尔滨工业大学飞行器设计专业硕士学位, 目前在哈尔滨工业大学控制科学与工程系攻读博士学位, 主要从事惯性导航及非线性滤波研究。



邓正隆 男, 1939 年生于齐齐哈尔市, 现在哈尔滨工业大学航天学院控制科学与工程系任职, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 惯性技术, 现代控制理论应用, 智能信息处理。