

基于分形的图像修复算法

李晋江^{1,2}, 张彩明¹, 范 辉², 原 达²

(1. 山东大学计算机科学与技术学院, 山东济南 250061; 2. 山东工商学院计算机科学与技术学院, 山东烟台 264005)

摘 要: 图像修复是目前图像处理领域中的一个研究热点, 对于较大孔洞的修复一直是个难点问题, 已有算法都未能很好地解决. 本文基于分形相关理论, 提出了一种新的修复算法, 很好地利用了图像的整体信息. 论述了分形维数和分形编码序列块大小之间的关系, 提出多尺度的分形编码及重构的修复方法. 为了强化图像细节信息, 进行了分形局部迭代. 为了提高图像修复的质量, 将图像进行了分形放大, 再进行分形插值修复. 从实验结果可以看出, 新方法取得了较好的修补效果, 尤其是对纹理图像和有较大孔洞的图像效果更好.

关键词: 图像修复; 图像重建; 分形; 分形维数; 插值

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 10-2430-06

Image Inpainting Algorithm Based on Fractal Theory

LI Jin-jiang^{1,2}, ZHANG Cai-ming¹, FAN Hui², YUAN Da²

(1. School of Computer Science and Technology, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China;

2. School of Computer Science and Technology, Shandong Institute of Economic and Technology, Yantai, Shandong 264005, China)

Abstract: The image inpainting is the hot research points and have widely application. The traditional methods have good results for small area repairing, which can restore the edge structure, but can not handle the texture details and the image with big hole. A new inpainting method based on fractal theory is presented, which uses the total information of image effectively. The relation of fractal dimension and the size range block is discussed, a repair method by multi-scale fractal coding and reconstruction is proposed. In order to strengthen detail information, local fractal iterative is used. Using fractal interpolation, the image is magnified to get good recover quality. Experiments show that the proposed method has good results especially suitable for texture image and large missing image.

Key words: image inpainting; image reconstruction; fractal; fractal dimension; interpolation

1 引言

图像修复技术是近年来计算机图形学和计算机视觉中的倍受关注一个研究热点问题, 图像修复是利用受损区域周围的图像数据修复、填充受损区域图像数据的技术, 本质上属于图像插值问题. 该技术有着广泛的应用前景: 填补美术作品、旧照片上所出现的裂痕或孔洞, 在文物保护、影视特技制作、虚拟现实等方面有着重大的应用价值. 目前一些图像处理软件可通过手工交互来对图像进行修复.

算术迭代方法是较早使用的图像恢复方法之一, 该方法不需要建立图像模型, 依靠迭代的收敛得到一个最小均方意义下的恢复图像. 迭代方法是逐点计算的, 能够依据图像的局部特征作不同程度的改进, 因而结果好于那些依据平稳模型的恢复方法. 但此方法不适合有孔洞的图像, 对这类图像进行修复通常采用“扩散”的方

法. Bertalmio 和 Sapiro 等人较早对图像修补进行了研究, 采用 PDE 进行修补, 并认为应该通过图像的整体决定如何填补裂痕或孔洞, 待修补区域周围的结构信息必须延伸至裂痕或孔洞的内部^[1]. 该算法采用三阶偏微分方程, 将修补区域边界的等值线外部的信息沿轮廓法向扩散到中间的像素上, 考虑了各向异性的扩散, 以保证边界的连续性. Chan 在 Bertalmio 的研究基础上提出了局部修补的方法^[2], 采用最小化重构图像的总变差 (TV) 模的方式去填补缺损数据, 它实际上是直接在曲率驱动下生成曲线的修复模型, 但是修复的图像不自然, 选定的目标区域轮廓明显. Chan 认为图像局部修补模型不需要借助于整体理解和统计学习, 仅能够修补断裂的光滑狭窄边缘, 并提出了曲率驱动扩散的偏微分方程 (Curvature Driven Diffusion, CDD)^[3], 同样是一个三阶偏微分方程, 该是整体变分方法的一种扩展, 在扩散过程中考虑了轮廓的曲率, 通过曲率来抑制修补区域大曲率

的等照度线,可修补较大的区域,但边界处往往模糊.基于非线性偏微分方程的算法很好地保持了等照度线方向,但这类算法难于实现且收敛速度慢.Oliveira^[4]利用了高斯卷积核对图像进行滤波,能快速地修复破损区域,但该算法仅考虑了破损区域边缘一周的图像颜色值,使得其仅适用于破损区域为 2~3 个象素宽度的情形.Masnou^[5]通过在待修复区域边界利用动态规划来估计水平线的连接方式,然后直接连到待修复区域内部,该方法对简单结构修复效果好,但是抗噪声能力不强,且要求处理动态规划,计算较复杂.径向基函数将图像处理的问题转化为三维曲面重建问题进行图像修复,运用径向基函数建立描述散乱数据点的隐式曲面方程,直接使用 RBF 是不能够很好地对较大的孔洞进行修复^[6].Chant^[7]等人提出一种基于纹理的修复算法,在待修复区域的边界通过块匹配的方式选择合适的纹理填充,但对结构信息的修复能力有限.经验模型分解的图像修复方法,通过方向经验模型将待修复图像进行分解,然后在各级分解图像上根据待修复区域边界上像素点的梯度特征计算填充优先级^[8].Elad^[9]等将图像分解的稀疏矩阵表示扩展后用于图像修复,可同时填充缺损区中的纹理层和结构层.Fortier^[10]等采用基于样块的填充方法来进行修复,可同时填补较大面积的结构和纹理,但样块的构造具有不确定性,算法较为复杂.

已有的方法没有很好地利用图像的整体信息来进行填补裂痕或孔洞,这涉及到视觉心理学的问题.图像放大和图像修复技术有一些相似的地方,图像放大问题最终可转化为图像中空白行或者空白列的数据填补问题.图像放大技术在众多领域有着广泛的应用,分形技术已成功地应用于图像放大^[11].传统的图像放大是采用插值方法,如最近邻插值、双线性插值等,插值方法利用局部邻近像素对图像细节进行估计,往往忽略了图像的全局信息,而带来方块或者模糊效应.自然界实际物体的几何图像遵循分形几何变化规律,其各像素亮度的分布同样具有分形的特征.分形方法能够充分利用自然图像具有局部与全局自相似的特点.本文利用分形理论对图像进行修复,很好地利用了图像的整体信息.

2 分形相关知识

2.1 分形编码

分形图像编码是基于分形学和迭代函数系统理论的,一种全新的图像编码思路,与以往的正交变换编码有着本质的区别.它以一组迭代变换来描述图像,在解码时,只要对任意一幅初始图像进行迭代变换,最后都会收敛到解码图像.由于分形编码思路新颖,具有压缩

比高等特点,获得了广泛的关注,是最有前途的图像编码方法之一.分形几何或分形理论研究的对象是那些很不规则而有自相似性的形状.

目前的分形图像压缩方法基本上都是以 Jacquin 的 PIFS (Partitioned Iterated Function Systems) 算法^[12]为基础.即首先将原图像划分成互不搭接的序列块 (range block, $R_1, R_2, \dots, R_i \dots R_n$) 和可以搭接的主块 (domain block, $D_1, D_2, \dots, D_j, \dots, D_m$), 由所有主块及其 8 种等距变换构成主块选择池 (domain pool); 然后为每一序列块寻找相似主块,通过保存仿射变换参数和主块位置信息,实现对序列块的编码.

分形图像编码技术是基于量度空间中迭代收缩变换的数学理论为基础的.大小为 $N \times N$ 的原始图像 I 首先被分割成称为序列块 R 的不重叠区域,其大小为 $B \times B$ (B 通常取 8、6、4 等).主块从原始图像中抽取,每一个主块的大小为 $2B \times 2B$,它要比序列块要大以满足收缩的要求.主块 $\{D_j, j = 1, 2, \dots, m\}$ 是通过按单个像素从左到右,从底向上将原图像分成大小为 $2B \times 2B$ 的窗口而获得一个主块缓冲池.对于一个灰度级图像仿射变换 w_i 可以看作是具有二维空间和一个亮度维的 3 维实体.对于序列块 R_i ,定义主池 $\{D_i\}$ 和收缩仿射变换集 $\{w_i\}$, 然后开始编码过程.对于每一个序列块,在主池中寻找一个主块,然后:(1)收缩到序列块的大小;(2)应用 8 个自对称变换之一;(3)完成亮度偏移来最近似地匹配序列块.

2.2 分形插值

由于基函数的不同,传统上构造插值函数有多项式插值方法、样条插值方法、三角插值方法等.分形插值克服了传统的插值方法不能反映两相邻已知相关点之间的局部特性,克服了传统的插值方法局部的光滑性,可以得到更高的精度.

设 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b, n \geq 2$, 是有界闭区间 $I = [a, b]$ 的一个划分, y_0, y_1, \dots, y_n 是一组任意实数.记 $K = I \times R, I_i = [x_{i-1}, x_i]; L_i$ 为 $I \rightarrow I_i$ 的压缩线性映射,且满足:

$$L_i(x_0) = x_{i-1}, L_i(x_n) = x_i \quad (1)$$

当 $0 < p_i < 1$, 有:

$$|L_i(u_1) - L_i(u_2)| \leq p_i \cdot |u_1 - u_2|, \forall u_1, u_2 \in I$$

令 F_i 是 $K \rightarrow R$ 的压缩线性映射,满足以下条件:

$$F_i(x_0, y_0) = y_{i-1}, F_i(x_n, y_n) = y_i \quad (2)$$

当 $0 < q_i < 1$, 有:

$$|F_i(u, v_1) - F_i(u, v_2)| \leq q_i \cdot |v_1 - v_2|,$$

$$\forall u \in I, \forall v_1, v_2 \in R$$

定义压缩仿射函数 $W_i: K \rightarrow K$

$$W_i \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & 0 \\ c_i & d_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

且满足:

$$W_i \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{pmatrix}, W_i \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$$

可求得:

$$\begin{cases} a_i x_0 + e_i = x_{i-1} \\ a_i x_n + e_i = x_i \\ c_i x_0 + d_i y_0 + f_i = y_{i-1} \\ c_i x_n + d_i y_n + f_i = y_i \end{cases} \quad (4)$$

则 $\{K; W_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ 构成一个迭代函数系统, 其吸引子图形 $f(x)$ 连续地插值于 $(x_i, y_i)_{i=0}^n$. 式(4)中, 有 4 个方程, 5 个未知量, a_i, c_i, d_i, e_i 和 f_i , 一般选择 d_i 为自由参数, 称之为垂直比例因子, 通常 $-1 < d_i < 1$. 如何选择最优的垂直比例因子 d_i , 使得尽可能的逼近原目标函数或离散数据点, 称为分形插值的逆问题. 可通过几何法或解析法、遗传算法、支持向量机函数拟合、粒子群优化等方法来求 d_i .

3 分形图像修复算法

3.1 算法步骤

首先采用不同大小的序列块对图像进行分形编码及重构, 然后进行分形局部迭代; 之后对图像进行分形插值图像放大, 再抽样得到待修复区域的子图, 对每个子图进行分形插值, 最后重采样恢复原图大小. 具体步骤如下:

Step1 对图像进行多尺度的分形编码及重构;

采用多尺度分形编码可考虑到图像中不同层次的细节, 利用大小不同的序列块来修复损坏像素的窗口, 运用多层次多分辨率的修复方法也取得了良好的效果. 将大小为 $N \times N$ 的原始图像分割成序列块 R , 其大小为 $B \times B$, 令 B 分别取值为 $N/2, N/4, N/8, \dots, 8, 6, 4, 2$ 对图像分别进行分形编码, 把每次编码重构后的信息填补到图像残缺的地方.

Step2 进行分形局部迭代编码, 强化待修复图像的局部特征;

很多图像都不具备严格自相似, 没有整体与局部的相似, 而是局部与局部之间具有自相似, 这些局部的IFS称为局部迭代函数系统LIFS. 另外, 通常待修复像素附近的区域最可能成为其搜索区域.

Step3 重复前两步, 直到待修复区域像素值变化率小于给定阈值 λ (本文 λ 为 0.05);

Step4 对图像进行分形插值图像放大;

为了提高图像修复的质量, 需要高精度的图像特征, 为了突出主要的特征, 先将图像放大再进行修复,

修复后再进行还原, 本文利用分形方法来进行放大.

Step5 将放大图像的二维坐标像素点在行和列上按照每隔 k 进行抽样, 可得到 k 个待修复区域的子图. 然后对每个子图进行分形曲面插值, 得到一个逼近图像数据;

Step6 重采样恢复原图大小.

3.2 多尺度分形编码

分数维作为分形的重要特征和度量, 它可以作为描述物体的一个稳定的特征量. 分数维的定义很多, 常见的有相似性维数、Hausdorff 维数、信息维数、Lyapunov 维数、谱维数、计盒维数, 通常实际应用中的分形维数都是指计盒维数. 通常实际应用中的分形维数都是指计盒维数. 设 F 是 R^n 中的一个非空有界集合, $N_\epsilon(F)$ 是直径最大为 ϵ , 可以覆盖 F 的集的最少个数, 则 F 的计盒维数为:

$$D_B(F) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\frac{\log N_\epsilon(F)}{-\log \epsilon} \right]$$

对于图像来说, 计盒维数就是将图像划分为边长为 ϵ 的网格, 然后计算出覆盖图像中目标区域的网格个数 $N_\epsilon(F)$. 同样, 基于形状覆盖的图像分形编码与计盒维数同有一定的联系. 当 ϵ 为单个像素点尺度以后, 它就是一个二维的集合, 不再具有分形的性质; 同样地, 当序列块 R 的大小为单个像素 ($B = 1$) 时, 也无法进行分形编码, 所以 B 最小取值为 2. 分形图像可以认为是拓扑维数取非整数值的图像, 通过对不同对象进行分形维数计算, 可以对这些对象进行分类, 分形维数非常接近的图像为同一种图像, 维数差别越小, 这两个图像的接近程度越高.

定理 1 对于图像而言, 分形维数与对数形式 \log 无关.

证明 对于图像来说, 计盒维数可按下式计算

$$D(F) = \lim_{\epsilon \rightarrow 2} \left[\frac{\log N_\epsilon(F)}{\log R/\epsilon} \right] = \frac{\log N_\epsilon(F)}{\log R/\epsilon}$$

$$D(F) \cdot \log \frac{R}{\epsilon} = \log N_\epsilon(F),$$

$$\log \left(\frac{R}{\epsilon} \right)^{D(F)} = \log N_\epsilon(F)$$

$$\left(\frac{R}{\epsilon} \right)^{D(F)} = N_\epsilon(F)$$

证毕

推论 1 对于同一幅图像, 当 $\epsilon_1 < \epsilon_2$, 则 $D_{\epsilon_1}(F) < D_{\epsilon_2}(F)$.

证明

$$\epsilon_1 < \epsilon_2 \Rightarrow \frac{R}{\epsilon_1} > \frac{R}{\epsilon_2} \Rightarrow \ln \frac{R}{\epsilon_1} > \ln \frac{R}{\epsilon_2} \Rightarrow D_{\epsilon_1}(F) < D_{\epsilon_2}(F)$$

证毕

推论 2 对于同一幅图像, 当 $R_1 < R_2$, 则 $D_{R_1}(F) > D_{R_2}(F)$.

证明

$$R_1 < R_2 \Rightarrow \frac{R_1}{\epsilon} < \frac{R_2}{\epsilon} \Rightarrow \ln \frac{R_1}{\epsilon} < \ln \frac{R_2}{\epsilon} \Rightarrow D_{R_1}(F) > D_{R_2}(F)$$

证毕

从推论 1 和推论 2 可知: ϵ 越小, 分形维数越精确, 同样地当序列块 R 的大小越小, 图像分形编码重构后的质量也越好. 分形维数具有从非线性角度表征图像纹理的粗糙程度以及模式复杂性信息的特点. 在分形图像修复过程中, 首先采用较大的序列块进行编码修复, 此时重构后的待修复区域含有较多图像整体信息, 这样会考虑到图像整体结构, 避免图像中纹理结构的破裂; 随着序列块尺寸不断的减小, 从而进行更精细的修复.

3.3 局部迭代

通常一幅图像中相似子块出现在相邻的位置, 这样就会造成部分子块的不完全匹, 因此采用局部迭代来提高修复效果.

将与待修补区域 G 相交的序列块 R_i , 所搜索主块 D_i 同样要与 G 相交. 对每个 R_i 选择相应的 D_i , 求收缩仿射变换 $w_i, w_i(D_i) = R_i$, 使得:

$$w_i(D_i \cap G) \approx R_i \cap G$$

即 $h(w_i(D_i \cap G), R_i \cap G)$ 尽可能小, $\bigcup_{i=1}^N w_i(D_i \cap G) \approx \bigcup_{i=1}^N R_i \cap G = G$.

设 (X, d) 为完备的度量空间, 记 $\Gamma(X)$ 为由 X 的全体非空紧子集组成的空间. 设 (X, d) 为完备的度量空间, 记 $x \in X$, 集合 $B \in \Gamma(X)$, 则记 $d(x, B) = \min\{d(x, y), y \in B\}$ 为点 x 到集合 B 的距离. 设 (X, d) 为完备的度量空间, 集合 $A, B \in \Gamma(X)$, 则记 $d(A, B)$ 为集合 $A \in \Gamma(X)$ 到集合 $B \in \Gamma(X)$ 的距离. 设 (X, d) 为完备的度量空间, 则 $\Gamma(X)$ 中两点 A 与 B 的 Hausdorff 距离定义为 $h(A, B) = d(A, B) \vee d(B, A)$.

定理 2 设 $\phi_t: \Gamma(D_t) \rightarrow \Gamma(R_t)$ 为 $(\Gamma(A), h)$ 上的压缩映射, 压缩因子为 $s_t, t = 1, 2, \dots, n$, 令 $\varphi = \bigcup_{t=1}^n \phi_t$, 则 ϕ 是有压缩因子 $s = \max\{\varphi_n\}$ 的压缩映射.

证明 若 $A, B, C, D \in \Gamma(X)$, 可得:
 $d(A \cup B, C \cup D) = d(A, C \cup D) \vee (d(B, C \cup D))$
 $= (d(A, C) + d(C, C \cup D)) \vee (d(B, D) + d(D, C \cup D))$
 $= d(A, C) \vee d(B, D)$

同理有:

$$d(C \cup D, A \cup B) \leq d(C, A) \vee d(D, B)$$

则:
 $h(A \cup B, C \cup D) = d(A \cup B, C \cup D) \vee d(C \cup D, A \cup B)$
 $\leq (d(A, C) \vee d(B, D)) \vee (d(C, A) \vee d(D, B))$
 $= (d(A, C) \vee d(C, A)) \vee (d(B, D) \vee d(D, B))$
 $= h(A, C) \vee h(B, D)$

可证明当 $n = 2$ 时定理成立, 其它情况类似.

$$\begin{aligned} h(\varphi(A), \varphi(B)) &= h(\varphi_1(A) \cup \varphi_2(A), \varphi_1(B) \cup \varphi_2(B)) \\ &\leq h(\phi_1(A), \phi_1(B)) \vee h(\phi_2(A), \phi_2(B)) \\ &\leq s_1 h(A, B) \vee s_2 h(A, B) \leq sh(A, B) \end{aligned}$$

证毕

从定理 2 可知: 由于 ϕ 是完备度量空间的压缩映射, 可迭代求出 ϕ 的吸引子, 该吸引子可近似看作原来的图像. 当 D_t, R_t 和 ϕ_t 给定后, 存在唯一的 f 使得

$$\bigcup_{t=1}^n \varphi_t(f) = f.$$

4 实验

为了检查分形编码图像修复算法的有效性, 将本文方法和 Oliveira 算法、TV 算法、CDD 算法、PDE 算法、RBF 算法进行了比较. 评价修复质量的好坏主要有主观和客观两种方法, 主观方法是人视觉上的主观感受, 客观方法主要有峰值信噪比 (Peak Signal to Noise Ratios, PSNR). 图 1 为 256×256 大小的灰度图像.



图 1

从图 2 可看出当图像待修复区域较小的时, 从视觉上看本文方法同 TV 算法几乎没有差异, 都取得了较好的修复效果.



图 2 修复结果

下面对有较大破损区域图像图 1(b) 进行修复. 从图 3 可清楚地看出分形图像修复的过程, 对于较大孔洞本文方法体现出了较明显的优势.

图 4(b) 采用了分形局部迭代来增加图像细节信息, 图 4(a) 则没有. 可看出经过分形局部迭代后图 4(b) 的待修复区域边沿部分含有了更多的局部信息, 在

一定程度上提高了修复质量。

域修复具有较好的效果,能够恢复图像中的边缘结构,但无法处理纹理细节,比较适合光滑图像.显然,选择不同的约束将导致生成不同的重建结果.这种方法不能很好处理重建过程中的不确定性信息,也就是说没有一种先验约束能适用于所有的图像.分形方法可以克服先验约束的缺点,为解决图像修复问题提供一条新的途径.



图4 局部分形迭代修复

当待修复区域较大时,我们可以在视觉上很容易的看出其它方法的修复结果存在明显的不足,本文方法取得了较好效果.各种算法修复前后 PSNR 值的结果分别为:28.52(Ours)、25.32(Oliveira)、25.23(TV)、25.53(CDD)、26.45(PDE)、25.53(RBF),可以看出本文方法其 PSNR 计算结果值明显大于其它算法的 PSNR 值,即本文方法的修复结果图更接近原始图,修复结果优于其它算法.从实验可看出对于较多纹理的图像的修复,因受到图像中含有的纹理的影响,传统方法修复的效果并不是非常理想.

图6为不同受损率下本文方法同TV算法、PDE算法、CDD算法修复结果的比较,可以看出受损率越低,修复后的PSNR值越高,当受损率越高时,分形图像修复方法的PSNR和其它方法对比更明显,修复效果更好.

图像修复问题本质上是一个病态问题,通常需要引入先验知识的约束,通过限制问题域范围将病态问题转化成良性问题,进而运用变分手段求得最优解,这正是传统算法采纳的方法.变分修复方法对于较小区



图5 修复结果

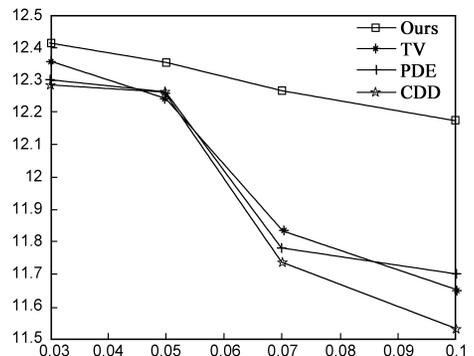


图6 不同受损率的PSNR比较

5 结论

本文运用分形对图像修补进行了研究,充分利用

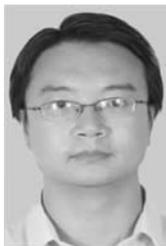
了图像的自相似性,是一种简单有效的图像修复方法.实验结果显示了本文算法的有效性,本文提出的算法很好地解决了已有算法对较大空洞修复效果不佳的缺点.另外,如何去除分形编码的块效应已有很多成熟的算法,有很多文献对此进行了讨论,因此本文未再进行论述,在实验结果中可看出存在一定的块效应.在本文算法中只用到了分形技术来对图像进行处理(分形编码、分形插值、分形放大)以达到修复图像的目的,在今后的工作中将结合其它一些修复算法进行研究.

参考文献:

- [1] Bertalmio M, Sapiro G, Caselles V, et al. Image inpainting[A]. Proceedings of ACM SIGGRAPH [C]. New Orleans: ACM Press, 2000. 417 - 424.
- [2] Chan T, Shen J H. Mathematical models for local non-texture inpaintings[J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 2002, 62(3): 1019 - 1043.
- [3] T Chan, J Shen. Non-Texture Inpainting by Curvature-Driven Diffusions(CDD) [R]. Technical Report CAM 00-35, Image Processing Research Group, UCLA, 2000.
- [4] Oliveira M, Bowen B, Mc Kenna R, et al. Fast digital image inpainting[J]. Imaging and Image Processing, 2001, (9): 261 - 266.
- [5] Masnou S. Disocclusion: a variational approach using level lines [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(2): 68 - 76.
- [6] 游培寒, 毕笃彦, 毛柏鑫. 图像修复 RBF 模型的 Kalman 改进算法[J]. 小型微型计算机系统, 2005, 26(4): 676 - 679.
You Pei-han, Bi Du-yan, Mao Bai-xin. Improved image restoration RBF model based on the kalman filter[J]. Mini-Micro Systems, 2005, 26(4): 676 - 679. (in Chinese)
- [7] Chant F, Shen J, Vese L. Variational PDE models in image processing[J]. Notices of American Mathematical Society, 2006, 50(1): 14 - 26
- [8] 张岩, 孙正兴, 姚 伟. 基于方向经验模型分解的图像修复方法[J]. 电子学报, 2010, 38(2): 257 - 262.
Zhang Yan, Sun Zheng-xing, YAO Wei. Image completion based on direction empirical mode decomposition [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(2): 257 - 262. (in Chinese)
- [9] Elad M, Starck J L, Querre P, et al. Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis (MCA) [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2005, 19: 340 - 358.

- [10] Fortier M Fa, Ziou D. A global approach for solving evolutive heat transfer for image denoising and inpainting [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(9): 2558 - 2574.
- [11] 张晓玲, 沈兰荪, Lam Kin-Man. 一种基于分形码和模型约束的图像放大算法 [J]. 电子学报. 2006, 34(3): 433 - 436.
Zhang Xiao-ling, Shen Lan-sun, Lam Kin-Man. Image magnification based on fractal codes and model constraint [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 433 - 436. (in Chinese)
- [12] Jacquin A E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1992, 1(1): 18 - 30.

作者简介:



李晋江 男, 1978 年生于山西晋城, 博士研究生, 讲师, CCF 会员. 研究方向为计算机图形学、图像处理.
E-mail: lijinjiang@gmail.com.aa



张影明 男, 1955 年生于山东乳山, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 高级会员. 中国工业与应用数学学会几何设计与计算专委会副主任、计算机图形学专业委员会副主任、中国工程图学学会常务理事, 主要研究领域为计算机辅助几何设计、计算机图形学、信息可视化、医学图像处理.
E-mail: czhang@sdu.edu.cn



范辉 男, 1962 年生于山西临沂, 博士, 教授, 硕士生导师, CCF 高级会员, 虚拟现实与可视化技术专业委员会委员. 研究方向为计算机图形学、图像处理、虚拟现实.
E-mail: fanlinw@263.net



原达 男, 1968 年生于辽宁建昌, 博士, 教授, 硕士生导师, CCF 高级会员, 工业与应用数学学会几何设计与计算专业委员会委员. 研究方向为图形图像处理.
E-mail: ydcccc@126.com