

导弹突防电子假目标弹道特性的数学分析

饶 彬,肖顺平,赵志超,李永祯,王雪松

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要: 推导了二体意义下电子(有源)假目标的弹道方程并系统地分析了其满足的数学性质.研究表明假目标弹道是干扰机延迟参数和雷达相对布站位置共同作用的结果.假目标在每一瞬时时刻仍遵循椭圆弹道,并且椭圆弹道的长短半轴和干扰机实体目标一致,但瞬时椭圆弹道的中心却围绕地心作轻微“进动”,干扰机延迟参数决定了椭圆中心“进动”的最大半径,而雷达布站位置则决定了“进动”变化的角度.本文的分析结果可以为攻防双方选择合理的对抗措施提供一定的理论依据.

关键词: 弹道导弹; 电子假目标; 弹道特性; 距离欺骗; 进动

中图分类号: TN95 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 12-2910-05

Mathematical Analysis of Trajectories for Ballistic-Missile-Penetration Electronic Decoys

RAO Bin, XIAO Shun-ping, ZHAO Zhi-chao, LI Yong-zhen, WANG Xue-song

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The dynamics model of electronic (active) decoys in exo-atmospheric flight is derived and the corresponding mathematical characteristic is analyzed in detail. It is found that the orbit of decoys is determined both by the radar position and the delay parameter of jammer. The decoy at every time instant still follows the law of elliptical orbit, with the semi-major and semi-minor axes in accordance with the physical targets, but the instantaneous elliptical center precesses around the Earth center. The delay parameter of the jammer determines the maximum radius of the precession while the radar position determines the varying angle of precession. This analysis can provide both countermeasure sides with theoretical basis when selecting a suitable countermeasure method.

Key words: ballistic missile; electronic decoy; trajectory characteristic; range deception; precession

1 引言

弹道导弹突防技术中,有源欺骗干扰是一种非常重要的突防手段^[1].利用数字射频存储器(DRFM)等先进技术,弹载干扰机可以轻易截获、存储、转发敌方雷达信号,能精确模仿雷达波形,可以做到与目标在能量、波形和相位调制等方面都十分相似^[2].

高逼真度的电子(有源)假目标会形成点迹,进入雷达数据处理系统,乃至形成稳定的航迹.对于已经形成航迹的有源假目标而言,一种可行的方法就是利用其运动学(航迹)特性进行鉴别.例如赵艳丽等人提出的组网鉴别法^[3]、动力学模型匹配鉴别法^[4]、雷达滤波鉴别法^[5]和守恒定律鉴别法^[6]等.这些方法的基本思想都是利用电假目标在运动学特性上和空间实体目标存在差异这一根本信息.

实际上,弹载干扰机产生的假目标主要为距离欺骗假目标,由于假目标的延迟或超前均是相对雷达而言的,因此假目标的轨迹是干扰机转发规律和雷达相对布站位置共同作用的结果.本文从椭圆弹道理论^[7]出发,推导了二体意义下有源假目标的弹道方程,并分析了其满足的运动学特性,可以为上述算法提供理论指导.

2 假目标的弹道方程

现代反导雷达系统由于广泛采用了超低旁瓣、相干旁瓣对消和单脉冲跟踪等技术,另外也由于弹载干扰机体积和重量的限制,这些因素使得有源角度欺骗变得困难^[2],因此有源欺骗通常指距离欺骗.距离欺骗在某种程度上与雷达的实现体制无关,但其效果仅仅局限于给雷达引入假的距离信息.即使雷达受到假距离信息的欺骗,仍然可以获得精确的角度信息^[2].

对于一个延时 Δt 后转发的假目标,其延迟距离为 $\Delta R = c\Delta t/2$,其中 c 表示光速. Δt 时变称为距离波门拖引干扰(RGPO), Δt 固定对应距离假目标干扰.

下面根据雷达的布站位置,由简入难分两种情况进行讨论.

2.1 雷达位于弹道平面内的情况

雷达、地球、导弹的几何关系如图 1 所示,其中里面的同心圆 Ω_s 表示参考地球表面,外面的同心圆表示大气层分界线(一般取 80km).考虑到有源干扰一般在中段进行释放,因此只给出中段的弹道示意图.图中 O 为地心, S 为雷达位置, A 为导弹关机点, B 为再入点, C 为最高点, θ 为中段的射程角, P 为干扰机弹道上任意一点, $P1$ 为以 P 点为参考点延时或超前得到的假目标的位置. Γ 为干扰机的弹道(图中的实线), Γ_f 为假目标的弹道(图中的虚线).地球平均半径为 r_o ,导弹关机点高度为 h .以地心为原点建立平面直角坐标系, y 轴与 OC 的方向一致, x 轴垂直于 y 轴,指向导弹的水平发射方向.

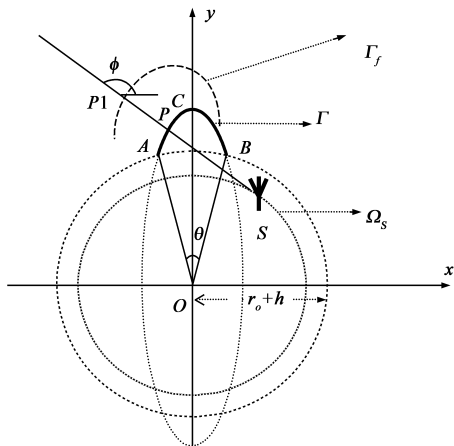


图1 “雷达—目标”示意图(雷达位于弹道平面内)

将地球看作是匀质圆球并忽略地球自转及其他星体摄动,则实体目标在中段遵循二体运动规律^[7],其轨迹是椭圆弹道的一部份,即

$$\Gamma: \frac{x_i^2}{b^2} + \frac{y_i^2}{a^2} = 1, |x_i| \leq (r_o + h) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), y_i \geq 0 \quad (1)$$

式中 a 为椭圆的长半轴(即 OC), b 为短半轴,可由初始关机点运动参数(速度、倾角和高度)决定^[7]. 干扰机运动轨迹可简记为 $\Gamma: (x_i, Q(x_i))$ 的形式,其中 $Q(x_i) = (a^2 - a^2 x_i^2 / b^2)^{1/2}$.

设雷达站的海拔高度为 H ,则雷达站 S 位于半径为 $r_o + H$ 的地球同心圆上.考虑到实际的雷达受地球曲率和政治地缘的影响,还可进一步缩小雷达的布站范围.记 D_s 为雷达布站的约束区域,则雷达位置可写为 $\Omega_s: (x_s, U(x_s))$,其中

$$U(x_s) = \sqrt{(r_o + H)^2 - x_s^2}, \quad x_s \in D_s \quad (2)$$

下面推导假目标的弹道方程 Γ_f . 设假目标的延迟距离为 ΔR (图中的 $PP1$ 直线段),假目标的坐标分量为 (x_f, y_f) ,通过几何关系不难得到直线 $SP1$ 的点斜式方程为

$$y_f = U(x_s) + \frac{Q(x_i) - U(x_s)}{x_i - x_s} (x_f - x_s) \quad (3)$$

假目标相对于干扰机的欺骗距离为 $\Delta R = |R_f - R|$,其中 R, R_f 分别为干扰机和假目标距雷达的距离,由此得到

$$[y_f - Q(x_i)]^2 + (x_f - x_i)^2 = \Delta R^2 \quad (4)$$

注意到式(4)可能对应两个点,也即是说假目标超前 ΔR 或延后 ΔR 均满足式(4).

假目标的弹道方程可以通过消去式(3)和式(4)中的 x_i 得到,整理可得

$$\left\{ y_f - a \sqrt{1 - \frac{1}{b^2} \left[x_f \pm \frac{\Delta R(x_f - x_s)}{\sqrt{(x_f - x_s)^2 + [y_f - U(x_s)]^2}} \right]^2} \right\}^2 + \frac{\Delta R^2 (x_f - x_s)^2}{(x_f - x_s)^2 + [y_f - U(x_s)]^2} - \Delta R^2 = 0, x_s \in D_s, y_f > 0 \quad (5)$$

此即为假目标的弹道方程,其隐函数表达式为

$$\Gamma_f: \varphi(x_f, y_f; x_s, \Delta R, a, b) = 0, x_s \in D_s, y_f > 0 \quad (6)$$

其中 x_s 是与雷达位置有关的参数; ΔR 是与干扰机转发规律有关的参数; a 和 b 是与干扰机运动轨迹有关的参数.可见,假目标弹道是干扰机运动轨迹、转发规律和雷达相对布站位置共同作用的结果.

注意到式(5)比较复杂,下面对一些变量进行替换处理,可得假目标弹道方程更简洁的表达式.

记

$$\xi \triangleq \frac{x_f - x_s}{\sqrt{(x_f - x_s)^2 + [y_f - U(x_s)]^2}} \quad (7)$$

则有 $-1 \leq \xi \leq 1$,实际上 ξ 可以看成是射线 $SP1$ 与 x 正轴夹角 ϕ 的余弦值,即 $\xi = \cos \phi$. 这样将式(7)代入式(5),通过整理可得

$$\frac{(x_f \pm \Delta R \cos \phi)^2}{b^2} + \frac{(y_f \pm \Delta R \sin \phi)^2}{a^2} = 1, y_f \geq 0 \quad (8)$$

式(8)对应的曲线有四条,但一般限定雷达偏向于弹着点一侧,因此满足要求的弹道有两条.一条对应拖后的假目标($R_f - R > 0$),另一条对应超前的假目标($R_f - R < 0$).

由式(8)可知,该曲线方程仍为椭圆弹道的一部分,但椭圆的中心不再是地心 O ,而是

$$O_1: (\Delta R \cos \phi, \Delta R \sin \phi) \quad (9)$$

$$O_2: (-\Delta R \cos \phi, -\Delta R \sin \phi)$$

这两个椭圆中心分别对应延迟和超前两种情况,其本质含义是延迟量 ΔR 对应 x 和 y 方向的分量.式(9)说

明,在每一瞬时时刻(ϕ 固定的情况)假目标的弹道仍是椭圆弹道的一部分,且椭圆的长短半轴仍为 a 和 b ,但整个假目标全程的弹道却不遵循椭圆弹道,原因就在于椭圆中心 O_1 和 O_2 是时变的.因此假目标弹道的椭圆中心可以看成是随时间轻微“进动”的^[8](物理上的进动是有严格定义的,本文借用其概念).

由式(9)可以看出,瞬时椭圆中心的运动轨迹满足

$$O_i: x(t)^2 + y(t)^2 = \Delta R(t)^2, i = 1, 2 \quad (10)$$

因此椭圆中心“进动”轨迹为一段弧线,弧线的瞬时半径为 $\Delta R(t)$.

一般来说,实际干扰机的延迟距离 $\Delta R(t)$ 为几公里,与目标射程(数千公里)相比仍然为一个少量,因此假目标椭圆中心“进动”的范围是比较小的.而雷达的跟踪滤波器一般具有一定的鲁棒性,滤波算法会将这种微小系统差异当成过程噪声对待,导致假目标也会形成航迹,甚至被滤波器稳定跟踪^[5].

当延迟时间为零,即 $\Delta R \equiv 0$ 时,此时假目标退化为干扰机实体目标,其瞬时椭圆中心始终位于地心,因此整个中段都满足长短半轴分别为 a 和 b 的椭圆弹道方程.当 $\Delta R \neq 0$ 时,瞬时椭圆中心由 ΔR 和 ϕ 共同决定. ΔR 是干扰机延迟参数的固有属性,决定了椭圆中心“进动”的半径;而 ϕ 值则与“雷达—干扰机”间的相对布站位置有关.

2.2 雷达位于弹道平面外的情况

更一般的情况是雷达位于弹道平面的一侧,此时将图1的平面坐标系扩展为空间三维直角坐标系, z 轴与 x 轴、 y 轴构成右手系,由里指向外面(图略).干扰机实体目标的弹道仍在 xoy 平面内,其运动轨迹记为 Γ : (x_i, y_i, z_i) ,特别地,在本坐标系中有 $y_i = Q(x_i)$, $z_i = 0$.雷达布站位置为一球面区域,受地球曲率、雷达作用距离、政治地缘等因素的影响,雷达布站区域的形状较为复杂,仍将该区域记为 D_S ,则必须满足

$$x_S^2 + y_S^2 + z_S^2 = (r_o + H)^2, z_S \neq 0, [x_S, y_S] \in D_S \quad (11)$$

假目标弹道是在“雷达—干扰机”视线上进行延迟得到的,此时的弹道为一空间曲线 $\Gamma_f: (x_f, y_f, z_f)$. 和前面的推导类似,假目标的弹道可通过变量替换法得出.

空间直线 $SP1$ 的两点式方程为

$$\frac{x_f - x_S}{x_i - x_S} = \frac{y_f - y_S}{y_i - y_S} = \frac{z_f - z_S}{0 - z_S} \quad (12)$$

假目标至干扰机的距离为距离欺骗量 ΔR , 即

$$(x_f - x_i)^2 + [y_f - Q(x_i)]^2 + z_f^2 = \Delta R^2 \quad (13)$$

$$\text{令 } \xi \triangleq \cos \phi = \frac{x_f - x_S}{\sqrt{(x_f - x_S)^2 + [y_f - y_S]^2}} \quad (14)$$

则仍然有 $-1 \leq \xi \leq 1$, 此时 ξ 可以看成是射线 $SP1$ 在 xoy 平面的投影与 x 正轴夹角 ϕ 的余弦值.

将式(12)~(14)代入式(1)并消去 x_i 和 y_i 可得

$$\frac{(x_f \pm \sqrt{\Delta R^2 - z_f^2} \cos \phi)^2}{b^2} + \frac{(y_f \pm \sqrt{\Delta R^2 - z_f^2} \sin \phi)^2}{a^2} = 1 \quad (15)$$

和前面的分析类似,此时有效的假目标弹道仍然为两条.得到的两个瞬时椭圆中心为

$$\begin{aligned} O_1: & (\Delta R_{xy} \cos \phi, \Delta R_{xy} \sin \phi) \\ O_2: & (-\Delta R_{xy} \cos \phi, -\Delta R_{xy} \sin \phi) \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\Delta R_{xy} \triangleq \sqrt{\Delta R^2 - z_f^2}$. ΔR_{xy} 可以看成是距离欺骗量 ΔR 在 xoy 平面的投影, z_f 可以看成是假目标至 xoy 平面的距离.由式可知,此时假目标椭圆中心“进动”的范围满足

$$O_i: x(t)^2 + y(t)^2 = \Delta R_{xy}^2(t) \leq \Delta R^2(t), i = 1, 2 \quad (17)$$

其“进动”范围仍然不超过最大距离欺骗量 $\max \Delta R(t)$.

3 最佳雷达布站位置

前面的分析表明,假目标的弹道与干扰机的转发规律和雷达的相对布站位置均有关系.对于雷达而言,希望假目标弹道的“进动”特性越明显越好,此时更有利于利用运动学信息进行鉴别,例如加速度特性^[4],守恒特性^[6]等.实际上,假目标的“进动”特性可以通过调节 $\Delta R(t)$ 和 $\phi(t)$ 来实现. $\Delta R(t)$ 由干扰机的转发规律决定,一般难以改变;雷达只能通过改变 $\phi(t)$ 来实现优化布站.一种直观的优化布站方法即是要求 $\phi(t)$ 的变化角度要大.下面以二维情况为例,分析最佳雷达布站位置.

整个中段过程中 ϕ 的变化范围为

$$\Delta \phi = \arccos \left(\frac{\mathbf{SA} \cdot \mathbf{SB}}{\|\mathbf{SA}\| \|\mathbf{SB}\|} \right) \quad (18)$$

其中“ \cdot ”表示向量的点积,“ $\|\cdot\|$ ”表示向量的长度.

理想的雷达布站位置应使 $\Delta \phi$ 越大越好,即

$$x_S = \arg \max_{x_S \in D_S} \Delta \phi \quad (19)$$

根据极值理论,最大值点出现在 $\frac{\partial \Delta \phi}{\partial x_S} = 0$ 的点或 D_S 的边界点上.由 $\frac{\partial \Delta \phi}{\partial x_S} = 0$ 通过整理最终可得

$$4x_S^2 x_S [U(x_S) - y_B] (H^2 + 2Hr_o + r_o^2 - x_B^2 - y_B^2) = 0 \quad (20)$$

由于 $H^2 + 2Hr_o + r_o^2 - x_B^2 - y_B^2 < 0$, 以及 $U(x_R) - y_B \neq 0$, 因此满足条件的解为

$$x_S = 0 \quad (21)$$

即雷达部署于弹道最高点下方时假目标“进动”的范围最大,此时最有利于假目标的运动学鉴别.

4 仿真结果

以某近程 TBM 弹道为例,计算一条最小能量弹道.

关机点高度为 80km,关机点速度为 2500m/s,以最佳倾角向正东发射.关机点 A 对应的地面位置为东经 0° ,北纬 0° ,则最高点 C 为东经 3.03485° ,北纬 0° ,再入点 B 约为东经 6.0697° ,北纬 0° .自由段总射程为 675km.为使雷达的布站位置 S 更具有一般性,仿真中雷达位置取为四种.位置 I:北纬 2° ,东经 3° ;位置 II:北纬 2° ,东经 4.5° ;位置 III:北纬 2° ,东经 6° .位置 IV:北纬 2° ,东经 7.5° .四种雷达位置距离弹道射面的距离相等,但分别部署在弹道的最高点下方、中后段、再入点附近以及再入点后方.雷达的测距精度 $\sigma_R = 5\text{m}$,测角精度 $\sigma_A = \sigma_E = 0.5\text{mrad}$,跟踪数据率为 1Hz,仿真中假设各目标的检测概率为 1,虚警概率为 0.

假定弹头上携带自卫式干扰机,干扰机经过脉冲压缩处理后,产生四个假目标,对应延迟距离为 $\pm 20\text{km}$, $\pm 10\text{km}$ (负号代表超前).图 2 是在雷达站东北天(ENU)直角坐标系通过扩展 Kalman 滤波(EKF)得到的真假目标弹道轨迹图(滤波后将其转换到本文坐标系).雷达布站位置为位置 II.由图 2 可知,真假目标的弹道轨迹十分相似,单从弹道上对假目标进行鉴别是比较困难的,其根本原因就在于假目标瞬时椭圆中心“进动”的范围相对于弹道射程来说是一个小量.

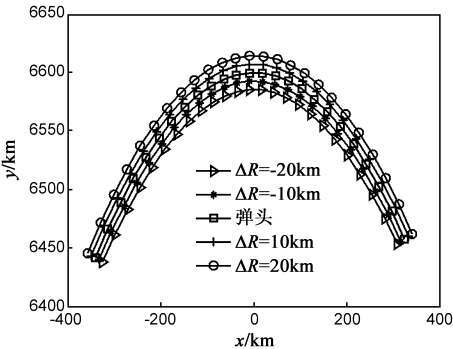


图2 真假目标滤波轨迹图(雷达位置II)

图 3 是四种雷达布站情况下真假目标椭圆中心“进动”的轨迹.由图可知,真目标椭圆中心在各种雷达布站情况下始终在地心进行“进动”,是一时间不变量;而假目标椭圆中心的“进动”轨迹是一条光滑曲线,与雷达的相对布站位置有较大关系.当雷达位于最高点正下方附近时,“进动”的范围较大;而当雷达位于再入点附近时,“进动”的范围较小.另外,延迟距离较大的假目标的其“进动”的范围也较大,但其“进动”半径小于最大距离欺骗量.

图 4 给出了 RGPO 干扰情况下假目标椭圆中心“进动”的轨迹.产生的四个假目标分别从 0km 匀速拖引到 $\pm 20\text{km}$ 和 $\pm 10\text{km}$.由图可知,假目标椭圆中心也逐渐从地心“进动”到别的地方.

图 5 给出了“进动”角 $\Delta\phi$ 与雷达布站位置 x_s 的关

系.由图可知,最大“进动”角不超过 180° ,与雷达布站位置 x_s 呈单调递减关系,最大“进动”角出现在最高点下方,而最小“进动”角出现在雷达与目标间的地球曲率视线角附近.

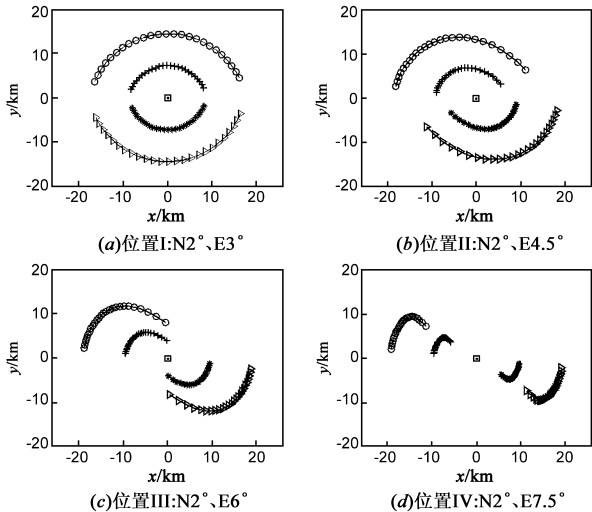


图3 四种雷达布站情况下椭圆中心“进动”的轨迹

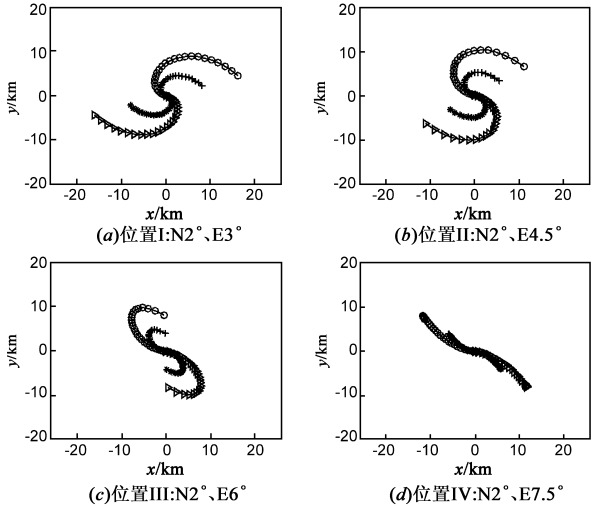


图4 RGPO情况下椭圆中心“进动”的轨迹

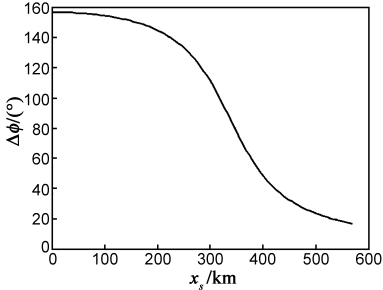


图5 “进动”角 $\Delta\phi$ 与雷达布站位置 x_s 的关系

需要说明的是,上面的仿真结果均是假目标理想工作情况下的仿真结果.实际假目标的工作性能受诸多因素的影响,例如:干扰机天线收发隔离的限制、干

扰机分选信号的能力、干扰机电源工作时间的限制、雷达信号处理和数据处理层的抗干扰措施等,这些因素造成实际的假目标在雷达屏幕上可能只是一小段航迹.但理论上只要假目标存在距离欺骗,其椭圆弹道的中心就会“进动”.

5 结论

基于椭圆弹道理论,分析了外太空有源假目标的弹道性质.研究表明假目标椭圆中心具有特有的“进动”现象.干扰机延迟参数决定了椭圆中心“进动”的最大范围,而雷达布站位置则决定了“进动”变化的角度.从运动学的角度可供对抗双方参考的意见是:对于突防方而言,应尽量采取较小的距离欺骗量,此时“进动”特性并不明显,有利于掩护突防;对于防御方来说,雷达应尽量部署于弹道最高点下方附近,此时有利于利用运动学信息对假目标进行鉴别.

参考文献:

- [1] Frankel S. Defeating theater missile defense radars with active decoys[J]. Science and Global Security, 1997, 6(3): 333 – 355.
- [2] Schleher D C. Electronic Warfare in the Information Age[M]. Boston, MA: Artech House, 2000.
- [3] 赵艳丽, 王雪松, 王国玉, 等. 多假目标欺骗干扰下组网雷达跟踪技术[J]. 电子学报, 2007, 35(3): 454 – 458.
Zhao Yan-li, Wang Xue-song, Wang Guo-yu, et al. Tracking technique for radar network in the presence of multi-range-false-target deception jamming[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(3): 454 – 458. (in Chinese)
- [4] 赵艳丽, 周颖, 王雪松, 等. 基于动力学模型的有源假目标鉴别方法[J]. 国防科技大学学报, 2007, 29(6): 60 – 65.
Zhao Yan-li, Zhou Ying, Wang Xue-song, et al. Algorithm of discriminating active decoys and radar target based on the dynamic model[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2007, 29(6): 60 – 65. (in Chinese)
- [5] 饶彬, 王雪松, 丹梅, 等. 球坐标系下具有抗干扰能力的弹道导弹跟踪算法[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 1944 – 1949.

Rao Bin, Wang Xue-song, Dan Mei, et al. Ballistic missile tracking algorithm with anti-jamming capability in spherical coordinates[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(9): 1944 – 1949. (in Chinese)

- [6] 饶彬, 王雪松, 丹梅, 等. 基于动力学守恒定律的弹道有源假目标鉴别方法[J]. 宇航学报, 2009, 30(3): 908 – 913.
Rao Bin, Wang Xue-song, Dan Mei, et al. Discrimination method for ballistic active decoys based on dynamics conversation law[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(3): 908 – 913. (in Chinese)
- [7] 王志刚, 施志佳. 远程火箭与卫星轨道力学基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.
Wang Zhi-gang, Shi Zhi-jia. Orbit Mechanical Foundation of Long Range Rocket and Satellite[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2006. (in Chinese)
- [8] Chen V C, Li F, Ho S S, et al. Micro-Doppler effect in radar: phenomenon, model, and simulation study[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(1): 2 – 21.

作者简介:



饶彬 男, 1980 年 10 月出生于四川彭州, 现为国防科技大学电子科学与工程学院博士研究生. 已在《IET Radar, Sonar and Navigation》, 《电子学报》等期刊发表论文多篇, 获第一届、第四届全国研究生数学建模竞赛一等奖. 主要研究方向为: 雷达数据处理, 导弹攻防对抗等.
E-mail: raozibin1026@sina.com



肖顺平 男, 1964 年出生于江西南昌, 教授, 博士生导师, “863”专家, 中国电子学会高级会员, 研究方向为雷达系统理论.

赵志超 男, 1977 年出生于河北深泽, 博士, 工程师, 研究方向为多传感器信息融合, 雷达数据处理等.