一种实用的混沌信号相关维的提取算法

杨绍清[1,2],章新华[2],肖明杰[2],赵长安[1]
(1. 哈尔滨工业大学,哈尔滨 150001;2. 海军大连舰艇学院,大连 116018)

摘 要: 分形维是混沌信号的一个重要参数,在确定分形维时,通常需要确定线性尺度区,然而线性尺度区的确定仍然是分形维提取算法中的一个富有挑战性的问题,线性尺度区的准确性,将直接影响分形维的准确性.本文对此问题进行了比较深入的研究,较好地解决了线性尺度区的选择问题,并基于GP算法给出了一套完整的相关维提取算法.该算法不仅运算量小、精度高、抗噪声干扰的能力较强,而且完全实现了对相关维的自动提取.

关键词: 混沌; 重构; 最大李雅普诺夫指数; 线性尺度区; 相关维
中图分类号: O415.5 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2000) 10-0020-03

A Practical Algorithm for Extracting the Correlation Dimension from a Chaotic Signal

YANG Shao-qing[1,2],ZHANG Xin-hua[2],XIAO Ming-jie[2],ZHAO Chang-an[1]
(1. *Harbin Institute of Technology, Harbin* 150001, *China*;2. *Dalian Naval Academy, Dalian* 116018, *China*)

Abstract: Fractal dimension is an important parameter of a chaotic signal. It is usually to determine a linear scaling region when evaluating fractal dimension, however, determining the linear scaling region is still a challenging problem. The accuracy of the fractal dimension estimated will be directly affected by the accuracy of the linear scaling region. This problem is deeply developed here and solved better. Based on the GP method, a series of algorithm for computing the correlation dimension D_2 is proposed. This new algorithm needs only a little computational time, has high accuracy and stronger ability of resisting noise and it can automatically calculate the correlation dimension.

Key words: chaos; reconstruction; the largest Lyapunov exponent; linear scaling region; correlation dimension

1 引言

分形维是用来描述混沌信号的一个重要参数,目前主要流行着两类提取分形维的算法:一类是基于GP算法的相关维[1]提取算法;一类是基于分数布朗运动的分形维[2]提取算法.前者要对大量不同的尺度ε分别计算相关积分(The correlation integral) $C(\varepsilon, N, m)$,然后用最小二乘法对$\log[C(\varepsilon, N, m)]$与$\log(\varepsilon)$进行线性拟合,则所得直线的斜率即为信号的相关维;后者则要对大量不同的时间间隔τ分别计算信号$B_H(t)$增量$B_H(t+\tau) - B_H(t)$的方差$\sigma(\tau)^2$,然后也要用最小二乘法对$\log[\sigma(\tau)]$与$\log(\tau)$进行线性拟合,则所得直线的斜率即为信号的自相似参数H,而信号的分形维$D = E - H$, E为欧氏空间的维数.这两种方法都需要进行大量的计算,因为只有对大量的ε或τ进行计算,才能找出合适的线性尺度区或无标度区,从而获得比较准确的分形参数.

线性尺度区的确定通常有以下几种方法[2]:(1)运用经验公式.由于公式本身含有分形维,因而需要一个迭代过程.另外这种方法还缺乏一定的客观标准.(2)用三段直线逼近,取中间一段为线性尺度区.这种方法计算量太大,且取中间一段也似乎存在缺乏一定的理论依据问题.(3) Yyokoya等提出的利用最大线性度法.这种方法在应用中也存在一定的局限性.(4)将拟合直线分成两部分,前一段称为纹理分维,后一段称为结构分维.这种细分的意义和可信度有待进一步的研究.

可见,线性尺度区的确定仍然是分形维提取算法中的一个悬而未决的问题,正是由于这一问题使分形维的提取工作相当繁琐,且使算法在一定程度上丧失了自动实现的能力.

本文在D. Kugiumtzis等[3,4]工作的基础上,提出了一套简单易行的相空间重构方法,并根据J.-P Eckmann等[5,6]的研究成果,较好地解决了线性尺度区的选择问题.按照本文给出的算法来提取混沌信号的相关维,不仅大大地减少了计算量,提高了精度和抗噪声干扰的能力,而且完全实现了对相关维的自动提取.

2 线性尺度区的确定

线性尺度区的确定对信号分形维的估计结果影响很大.如果能够得到比较准确的线性尺度区,那么就能够获得比较准确的分形维,同时还能够大大地减少进行线性拟合所需要的点数,从而大大地减少计算量.

收稿日期:1999-06-28;修回日期:2000-07-04

对J. - P Eckmann等[5,6]的研究结果稍作变换就可以得到下式:

$$2\ln(N) > D_2\ln(R/\varepsilon) \tag{1}$$

$$\ln(\varepsilon_{\max}) < \frac{-m\tau K_2}{m-D_2} \tag{2}$$

$$\ln(\varepsilon_{\min}) > \frac{\ln(2) - 2\ln(N) + m\tau K_2}{D_2} \tag{3}$$

式中:N为数据长度,D_2为相关维,R为重构吸引子的直径,ε为尺度,$\varepsilon_{\max}$和$\varepsilon_{\min}$分别为尺度的最大和最小值,m为嵌入维,τ为时间延迟,K_2为2阶熵.

一般有$0<\varepsilon<1$,取$\varepsilon=1$,则由式(1)并考虑到嵌入维m的影响,可得在有N个数据条件下能估计的相关维最大值为:

$$\begin{cases} D_{2\max} = 2\ln(N)/\ln(R) \\ D_{2\max} \le m-1 \end{cases} \tag{4}$$

由式(4)求得$D_{2\max}$后,参考式(2)可得:

$$\ln(\varepsilon_{\max g}) = \frac{-m\tau K_2}{m-D_{2\max}},\ \varepsilon_{\max g} < 1 \tag{5}$$

可见由式(5)求得的$\varepsilon_{\max g}$是对理论上$\varepsilon_{\max}$的最小估计值. 类似地,用式(3)和(4)可以得到对$\varepsilon_{\min}$的最大估计值$\varepsilon_{\min g1}$

$$\ln(\varepsilon_{\min g1}) = \frac{\ln(2) - 2\ln(N) + m\tau K_2}{D_{2\max}},\ \varepsilon_{\min g1} > 0 \tag{6}$$

由于信号通常是带有噪声的,为了减少噪声的影响,应适当地增大尺度的下限,故用式(7)来求最后的尺度下限.

$$\varepsilon_{\min g} = \varepsilon_{\min g1} + \eta(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min g1}),\ 0<\eta<1 \tag{7}$$

在实际应用中,还是要对数据进行归一化处理,从而在欧氏范数意义下得到$R=2\sqrt{m}$. 而K_2与李雅普诺夫指数λ_i之间存在如下关系:$K_2 \le \sum_i \text{positive}(\lambda_i)$,在许多情况下,系统只有一个正的最大的李雅普诺夫指数λ_1,故可用λ_1来估计K_2,即$K_2=\lambda_1$.

3 相关维的估计算法

3.1 相空间重构

对于一N点标量时间序列$\{v(t_0+k\Delta t):k=0,1,\cdots,N-1\}$,可以用Takens[7]嵌入定理去重构相空间$R^m$:

$X_i = (x(t_i), x(t_i+p\cdot\Delta t), \cdots, x(t_i+(m-1)\cdot p\cdot\Delta t)),\ i=1, 2,3,\cdots,M$

$x(t_r) = v(t_0+(r-1)\Delta t),\ r=1,2,\cdots,N.$

这里X_i是重构相空间R^m中M点重构轨迹中的第i个点,而$M=N-(m-1)\cdot p$. m是嵌入维,$\tau=p\Delta t$是时间延迟,$\tau_w=(m-1)\tau$是时间窗,其中Δt为采样周期.

本文采用下列方法来重构相空间:(1)用FFT求取原始时间序列的平均峰值时间$mtbp$,让$\tau_w=mtbp$(可以让τ_w稍大于$mtbp$). 带有噪声的时间序列可经滤波后再求取$mtbp$;(2)选择$p=1$,即$\tau=\Delta t$[4];(3)由前两步直接得到:$m=\tau_w/\tau+1$.

3.2 计算λ_1

按文献[8]给出的方法来计算λ_1.

3.3 求取线性尺度区($\varepsilon_{\min g}$, $\varepsilon_{\max g}$)

3.4 用GP法求取信号的相关维D_2

用式(8)计算相关积分(The correlation integral)$C(\varepsilon)$:

$$C(\varepsilon) = \frac{2}{M(M+1)}\sum_{i\ne j}\theta(\varepsilon - \|X_i - X_j\|) \tag{8}$$

这里尺度ε只要在($\varepsilon_{\min g}$, $\varepsilon_{\max g}$)之中选两或三个点即可. 式中,$\|\cdot\|$是欧氏范数,$\theta(\cdot)$是Heaviside单位阶跃函数,即$\theta(x)=\begin{cases}1, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$.

最后用最小二乘法对$\log C(\varepsilon)$相对$\log\varepsilon$的曲线进行线性拟合,所得直线的斜率即为相关维D_2.

4 性能检验与应用

4.1 性能检验

为了检验本算法的有效性,本文对两种著名的混沌系统的相关维进行了计算,计算结果呈现在表1中. 表1中的期望值取自文献[6],计算中使用的数据是通过4阶Runge-Kutta法求解相应的微分方程获得的,其中Δt为采样周期. 对每个系统来说,都是在吸引子的附近选择求解方程的初值,并抛弃所有过渡点,且以x坐标作为原始的时间序列. 在计算λ_1时用时间序列2000点. 在计算相关维时,对Hénon系统用时间序列500点,对Lorenz系统用时间序列1000点,并都只用($\varepsilon_{\min g}$, $\varepsilon_{\max g}$)中的两个尺度计算相关积分. 带有噪声的时间序列,则是由相应的原始时间序列叠加白噪声构成的,信噪比为SNR.

由表1不难看出,随着SNR的下降,对λ_1的估计基本上是下降的,而对D_2的估计,则基本上是上升的. 当SNR = 20dB时,对Hénon来说$D_2=2.625$,对Lorenz来说$D_2=4.838$,此时的误差已分别达到120%和137%. 提高估计精度的有效方法是增加参加计算的时间序列的点数和尺度个数,但这会大大地增加计算量. 不管怎样,本文给出的方法能够在$SNR>20$dB时,利用较少的时间序列点数和尺度个数,比较准确地提取分形信号的相关维,此时误差都在7.9%以内,因而是一种比较有效而实用的方法.

表1 对典型混沌信号的计算结果

系统	Δt	λ_1期望值	D_2期望值	SNR	λ_1计算值	D_2计算值
Hénon $x_{i+1}=1-1.4x_i^2+y_i$, $y_i=0.3x_i$	1	0.42	1.195	100	0.355	1.213
				50	0.343	1.214
				30	0.337	1.289
				20	0.302	2.625
				10	0.303	5.029
Lorenz $\begin{cases}\dot{x}=10(y-x)\\ \dot{y}=x(28-z)-y\\ \dot{z}=xy-(8/3)z\end{cases}$	0.02	1.1	2.04	100	1.062	1.993
				50	1.058	1.994
				30	0.931	2.194
				20	0.724	4.838
				10	0.574	5.506

4.2 应用

舰船辐射噪声具有分形特征,本文对三类舰船的辐射噪声进行了分形特征分析. 在用FFT提取水声信号的$mtbp$时发现,水声信号的$mtbp$大多为5个采样周期,故本文统一用$mtbp=5\Delta t$来重构水声信号的相空间,用500点来计算λ_1和

D_2,结果见表 2.

表 2 对舰船辐射噪声的计算结果

目标类别	目标型号	λ_1 估计值	D_2 估计值
A	*A*1	2.802	4.163
	*A*2	2.603	2.001
	*A*3	2.385	0.945
	*A*4	2.784	4.630
B	*B*1	2.287	0.867
	*B*2	2.630	2.144
	*B*3	2.006	0.968
	*B*4	2.289	0.388
C	*C*1	2.702	1.237
	*C*2	2.262	1.609
	*C*3	2.114	1.737
	*C*4	1.755	0.769

从表 2 不难看出,*A* 类目标的 D_2 大都在 2 以上,*B* 类目标的 D_2 大都在 1 以下,而 *C* 类目标的 D_2 大都在 1～2 之间,可见 D_2 可能是水声目标的一个比较好的特征.从表 2 还可以看出,各个目标的最大李雅普诺夫指数相差很小,因而最大李雅普诺夫指数不是水声目标的一个好特征.

5 结束语

线性尺度区的确定一直是混沌信号分形分析中的一个富有挑战性的问题,本文对此问题进行了比较深入的研究,给出了一套具体的算法,从实验结果来看,该算法在提取混沌信号的分形维时,不仅具有比较快速、准确的优点,而且具有一定的抗噪声干扰的能力.在运用本算法分析水声信号时,该算法表现出了广阔的应用前景,因而是一种实用的好方法.

参考文献:

[1] P. Grassberger and I. Procaccia. Characterization of stranger attractors [J]. Phys. Rev. Lett., 1983, 50(5): 346 - 349.

[2] 谢文录等.时间序列中的分形分析和参数提取 [J].信号处理,1997,13(2):97 - 104.

[3] D. Kugiumtzis. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series the role of the time window length [J]. Physica D, 1996, 95: 13 - 28.

[4] J. C. Schouten et al.. Estimation of a noisy attractor [J]. Phys. Rev. E, 1994, 50(3): 1851 - 1861.

[5] J.-P Eckmann et al.. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems [J]. Physica D, 1992, 56: 185 - 187.

[6] Y. C. Lai et al.. Effective scaling regime for computing the correlation dimension from chaotic time series [J]. Physica D, 1998, 115: 1 - 18.

[7] F. Takens. Detecting strange attractors in fluid turbulence [A]. in: Dynamical Systems and Turbulence [C]. eds. D. A. Rand and L. S. Young, Springer, Berlin, 1981: 366 - 381.

[8] 杨绍清等.一种最大李雅普诺夫指数估计的稳健算法 [J].物理学报,2000,49(4):636 - 640.

作者简介:

杨绍清 1965 年生,海军大连舰艇学院火控教研室讲师,哈尔滨工业大学导航、制导与控制专业博士生,主要研究方向:混沌信号分析,图像处理,控制系统理论等.

章新华 1962 年生,博士后,96 年在浙江大学工业控制技术研究所获工学博士学位,现为海军大连舰艇学院副教授,主要研究方向:智能信息处理及其在水声信号处理和军事系统建模中的应用.

(上接第 30 页)

[5] A. Cohen, I. Daubechies, and J. Feaureau. Biothogonal bases of compactly supported wavelets [R]. Tech. Rep. TM11217-900529-07, AT&T Bell lab., 1990.

[6] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, and I. Daubechies. Image coding using wavelet transform [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1992, 1(2): 205 - 220.