

正交解调误差对宽带波束形成的影响

李 宁, 汤 俊, 彭应宁

(清华大学电子工程系, 北京 100084)

摘 要: 宽带相控阵雷达中解调误差的存在会对自适应宽带波束形成造成影响. 论文以宽带信号和正交解调误差模型为基础, 求解了时域和频域宽带波束形成中自相关矩阵的表达式. 通过对自相关矩阵的分析论文指出, 误差会引起干扰自由度增加、波束形成性能下降. 在宽带波束形成中需要更多的空间自由度.

关键词: 宽带相控阵雷达; 宽带波束形成; 正交解调误差

中图分类号: TN958.92 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 06-1338-05

The Influence of Quadrature Demodulation Errors on Broadband Beamforming

LI Ning, TANG Jun, PENG Ying-ning

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The quadrature demodulation errors in broadband phased array radar will influence the performance of the broadband beamforming. Based on the broadband signal model and demodulation error model the covariance matrices of the time-domain and frequency-domain broadband beamforming in error case are derived. Through the analysis of the covariance matrix, it is found that the degrees of freedom of the interference will increase and the performance of beamforming will become worse. Consider the demodulation errors, more degrees of freedom should be provided to a real radar system.

Key words: broadband phased array radar; broadband beamforming; quadrature demodulation errors

1 引言

相控阵雷达采用波束形成处理抑制干扰、提高接收数据的信干噪比 (Signal to Interference and Noise Ratio, SINR). 然而, 波束形成的性能可能会受到误差的影响. 文献[1]中讨论了来波方向失配、阵元位置误差等对窄带波束形成性能的影响. 文献[2, 3]讨论了正交解调误差和滤波器幅度误差对窄带波束形成的影响, 并指出由于解调误差自适应处理需要消耗两倍于干扰自由度的空间自由度. 文献[4]中分析了存在滤波器误差时不同带宽对窄带波束形成性能的影响. 在这些误差中, 解调误差会引起干扰自由度的增加, 影响到波束形成以及系统参数的设计. 这些文献的讨论主要是针对窄带波束形成.

当雷达系统采用宽带信号时, 由于接收机带宽增加雷达可能会受到宽带干扰的影响. 此时, 需要采用宽带自适应波束形成处理. 解调误差同样会对宽带波束形成造成影响, 但由于窄带波束形成处理结构和宽带波束形成处理结构的不同, 我们需要重新考察解调误差对自适

应宽带波束形成的影响.

论文以宽带信号模型和正交解调误差模型为基础, 得到了时域宽带波束形成和频域宽带波束形成中自相关矩阵的表达式. 通过对误差情况下自相关矩阵的分析论文指出正交解调误差会引起宽带波束形成中干扰自相关矩阵的特征值扩散, 干扰自由度增加. 误差对时域和频域宽带波束形成的秩的影响是类似的. 考虑到误差的存在, 宽带波束形成需要更多的空间自由度. 误差还会造成宽带波束形成 SINR 性能的下降. 这些讨论为实际宽带相控阵雷达系统中宽带波束形成的性能分析以及正交解调系统的设计提供了参考.

2 信号模型

为了考察解调误差对宽带波束形成性能的影响, 下面首先给出宽带信号模型和解调误差模型.

2.1 宽带信号模型

根据文献[2, 3], 阵列接收到的宽带信号可以表示为一个空时随机过程. 鉴于波束形成主要应用于复基带信号, 下面将直接给出正交解调后输出的复基带信号.

收稿日期: 2007-09-04; 修回日期: 2008-03-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 60602048); 航空科学基金 (No. 20060112118); 国家专项研究项目 (No. 20094010040)

考虑一个 N 阵元的线性阵列. 理想情况下, 该阵列接收到的宽带信号的正交解调输出 $x(t)$ 可以表示为^[2]:

$$x(t) = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} v(f; 0;) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} v(f; t;) dz(f) \quad (1)$$

其中: $[v(f; t;)]_n = \exp[j2\pi f(t + \tau_n)]$ 为 $N \times 1$ 维的阵列流形矢量的第 n ($n=0, 1, \dots, N-1$) 个元素. f_0 为信号载频, B 为信号带宽. $\tau_n = \frac{r_n \cdot u}{c}$ 表示各阵元接收到的信号延时. $u = [\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta]^T$ 为入射信号方向矢量, θ 为方位角, ϕ 为俯仰角 (均以阵列法线方向为 0 度). $r_n = [x_n, y_n, z_n]^T$ 为阵元的位置矢量. c 为信号在介质中的传播速度. $dz(f)$ 为满足如下条件的复随机过程: $E[dz(f)] = 0$, $E[dz(f) dz^*(g)] = P(f) \delta(f - g) df dg$, $E[dz(f) dz(g)] = 0$, $dz(-f) = dz^*(-f)$. $P(f)$ 为接收信号的功率谱密度.

2.2 正交解调误差

当存在正交解调误差时, 正交解调输出信号的形式会发生改变. 以一个阵列通道为例, 误差模型可以表示为如图 1 所示^[2,3]. 在图 1 中, R_n 和 H_n 表示 I(in-phase)、Q(quadrature) 通道的增益不一致性, 理想情况下 $R_n = H_n = 1$. α_n 和 β_n 表示 I、Q 通道的相位非正交性, 理想情况下 $\alpha_n = \beta_n = 0$. 为了简化分析, 本文假设 R_n 和 H_n 、 α_n 和 β_n 与频率无关 ($R_n, H_n, \alpha_n, \beta_n$ 和频率相关的情况可以看成是通道滤波器误差).

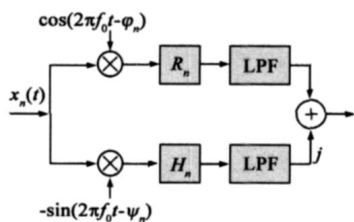


图1 正交解调误差模型

3 宽带波束形成

对于宽带信号, 传统的窄带波束形成会引起波束方向图畸变, 处理性能下降等问题. 此时, 需要采用宽带波束形成处理. 宽带波束形成可以合成空间宽带信号、抑制宽带干扰. 通常, 宽带波束形成的实现可以分为时域宽带波束形成和频域宽带波束形成^[1,7]. 作为后续讨论的基础, 下面将分别介绍两种宽带波束形成方法.

3.1 时域宽带波束形成

时域宽带波束形成基于空时二维滤波结构, 在每一个阵元通道上采用一个 M 阶的有限冲击响应 (Finite Impulse Response, FIR) 滤波器. 记第 n 个阵元、第 m ($m=0, \dots, M-1$) 阶延迟对应的权系数为 $w_{n,m}$, 则时域宽带波束形成权值可以写作: $w = [w_{0,0} \ w_{1,0} \ \dots \ w_{N-1,0} \ \dots \ w_{0,M-1} \ w_{1,M-1} \ \dots \ w_{N-1,M-1}]^T$, 为 $MN \times 1$ 维的列矢量.

当存在干扰时我们常采用基于最小方差无失真响应 (Minimum Variance Distortionless Response, MVDR) 准则的自适应波束形成来抑制干扰、提高接收数据的 SINR 性能^[1]. 对于时域宽带波束形成, 基于 MVDR 准则的最优自适应权值为:

$$w^H = g^H [C^H R^{-1} C]^{-1} C^H R^{-1} \quad (2)$$

其中: R 为只包含干扰和噪声的空时自相关矩阵. 为了约束无失真响应, $C = I_M \otimes 1_N$ 为 $MN \times MN$ 维的矩阵; $g = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^H$ 为 $M \times 1$ 维的列矢量, 其中的第一个元素为 1, 其余为 0. 1_N 为 $N \times 1$ 维的全 1 列矢量. $(\cdot)^H$ 表示共轭转置.

MVDR 准则下的最优自适应权值由空时自相关矩阵 R 决定. 对于时域宽带波束形成, R 可以利用接收数据 x 通过公式 $R = E[xx^H]$ 估计得到. 其中, $x = [x_{0,0} \ x_{1,0} \ \dots \ x_{N-1,0} \ \dots \ x_{0,M-1} \ x_{1,M-1} \ \dots \ x_{N-1,M-1}]^T$, $x_{n,m}$ 为第 n 个阵元、第 m 个滤波器节拍上的接收数据. 如果存在正交解调误差, 接收信号的形式会发生改变, 进而影响到自相关矩阵的形式. 此时, 自适应时域宽带波束形成的性能将会受到影响.

3.2 频域宽带波束形成

频域宽带波束形成基于离散 Fourier 变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 和窄带波束形成. 频域宽带波束形成先利用 DFT 将宽带信号划分成若干窄带频率柜, 再在各个窄带频率柜上进行窄带波束形成处理. 当存在空间干扰时, 各个频率柜上采用自适应窄带波束形成处理.

假设频域宽带波束形成中划分为 M 个窄带频率柜, 第 m 个频率柜上基于 MVDR 准则的最优波束形成权值为:

$$w^H(m) = \frac{v^H(m) R^{-1}(m) v(m)}{v^H(m) R^{-1}(m) v(m)} \quad (3)$$

其中: $v(m)$ 为第 m 个频率柜上的阵列流形矢量. $R(m)$ 为第 m 个频率柜上干扰加噪声的空间自相关矩阵, 可以通过 $R(m) = E[X(m) X^H(m)]$ 计算得到. 其中, $X(m)$ 为第 m 个频率柜上的频域快拍, 通过对阵列的时域接收数据做 DFT 得到. 如果存在正交解调误差, 各个频率柜上的频域快拍也会发生改变. 此时, 自适应频域宽带波束形成的性能将会受到影响.

从上面对宽带波束形成的介绍可以看出, 相对于直接利用一维权矢量进行处理的窄带波束形成, 宽带波束形成的实现要复杂的多. 因此, 我们需要重新求解和分析解调误差对宽带波束形成的影响.

4 解调误差对宽带波束形成的影响

宽带波束形成的最优自适应权值由自相关矩阵决定. 当存在解调误差时, 自相关矩阵的形式也会发生变化.

4.1 误差情况下宽带波束形成的自相关矩阵

基于前面的信号模型和误差模型, 我们下面将分别给出误差情况下宽带波束形成中干扰自相关矩阵的表达式. 假设在时域宽带波束形成中, 每个阵元上的 FIR 滤波器的节拍延迟为 T_s , 则存在解调误差的情况下时域宽带波束形成中干扰自相关矩阵为:

$$R = \left(AA^H \right) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} P(f) v v^H df + \left(BB^H \right) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} P(f) \left(v v^H \right)^* df \quad (4)$$

其中: A, B 为解调误差引入的列矢量, 为 $N \times 1$ 维的列矢量, 每个元素为 $[A]_n = \frac{1}{2} \left(R_n e^{j\omega_n} + H_n e^{j\omega_n} \right)$, $[B]_n = \frac{1}{2} \left(R_n e^{-j\omega_n} - H_n e^{-j\omega_n} \right)$. 表示矩阵的 Hadamard 乘积运算.

假设在频域宽带波束形成中, 采样率为 $1/B$, 则存在解调误差的情况下频域宽带波束形成中第 m 个频率柜的干扰自相关矩阵为:

$$R(m) = \left(AA^H \right) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} a(f, m) P(f) v v^H df + \left(BB^H \right) \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} b(f, m) P(f) \left(v v^H \right)^* df \quad (5)$$

$$\text{其中: } a(f, m) = \frac{\sin^2 \left[M \left(\frac{f}{B} - \frac{m}{M} \right) \right]}{\sin^2 \left[\left(\frac{f}{B} - \frac{m}{M} \right) \right]}, \\ b(f, m) = \frac{\sin^2 \left[M \left(\frac{f}{B} + \frac{m}{M} \right) \right]}{\sin^2 \left[\left(\frac{f}{B} + \frac{m}{M} \right) \right]},$$

这两个函数决定了积分运算的主要区间.

对于噪声我们也可以求解出类似的表达式. 通过公式(4)和(5)我们下面将分析解调误差对宽带波束形成的影响.

4.2 误差对干扰自相关矩阵的秩的影响

为了能有效的抑制干扰, 在自适应波束形成中空间自由度需要大于干扰自由度. 一般的, 空间自由度由阵列的空间阵元数决定. 干扰自由度由干扰自相关矩阵的秩, 即大特征值的个数决定. 因此, 如果误差引起干扰自由度的变化, 则会影响到阵列系统的设计.

从公式(4)和(5)可以看出: 理想情况下 ($R_n = H_n$,

$n = n$) 干扰自相关矩阵只包含一项; 而存在误差的情况下干扰自相关矩阵包含有两项. 此外, 误差还会对自相关矩阵产生加权. 自相关矩阵形式的变化将会影响到自相关矩阵的秩.

假设 $\text{rank}(\cdot)$ 表示矩阵的秩, Q, P 为两个矩阵, 根据矩阵分析的知识有: $\text{rank}(Q + P) \leq \text{rank}(Q) + \text{rank}(P)$. 对于公式(4)和(5), 一般有 $\text{rank}(AA^H) = 1$, $\text{rank}(BB^H) = 1$. 所以, 误差引起的干扰自相关矩阵加权不会造成秩的增加, 即不会增加干扰自由度.

但是, 不论是时域宽带波束形成还是频域宽带波束形成, 误差情况下的干扰自相关矩阵都由两项组成, 这会造成干扰自相关矩阵的秩增加. 此外, 受带宽的影响干扰自相关矩阵的特征值分布会发生扩散, 除了一些比较大的特征值外, 还存在有一些相对较小的特征值(这些特征值远大于噪声的特征值). 因此, 误差会造成宽带波束形成中干扰自相关矩阵的秩发生更大的扩散, 需要更多的空间自由度.

需要说明的是, 对于 $N \times N$ 维的矩阵 Q 和 P , 若 Q 和 P 都为正定矩阵, 则 $Q + P$ 也为正定矩阵. 容易证明矩阵 AA^H, BB^H 为正定的, 因此解调误差不会破坏自相关矩阵的正定性.

下面我们通过实验来说明解调误差对宽带波束形成中干扰自相关矩阵的秩的影响. 假设带宽 $B = 100\text{MHz}$, 载频 $f_0 = 1\text{GHz}$. 信号的入射方向为 $u_s = 0$ (方向余弦). 空间中存在 4 个干扰 (和信号具有相同的带宽), 干扰的入射方向分别为 $u_i = [-0.6, -0.4, 0.3, 0.5]$. 4 个干扰的强度相同, 干噪比为 30dB. 考虑一个 $N = 32$ 的均匀线性阵列, 阵元间距为最高频率对应波长的一半. 在时域宽带波束形成中, FIR 滤波器的阶数 $M = 8$. 在频域宽带波束形成中, 频率柜的个数为 $M = 8$. 假设正交解调系统中存在误差, 幅度误差 R_n, H_n 服从 $[0.8, 1.2]$ 均匀分布, 相位误差 θ_n, ϕ_n 服从 $[-3^\circ, 3^\circ]$ 均匀分布.

图 2 给出了解调误差对干扰自相关矩阵的秩的影响, 左图为时域宽带波束形成中干扰自相关矩阵的特征值分布, 右图为频域宽带波束形成中第 0 个频率柜上干扰自相关矩阵的特征值分布 (对于其它频率柜结果也是类似的). 可以看出, 误差引起了干扰自相关矩阵大特征值的个数增加. 误差情况下, 大特征值的个数要多于理想情况下的大特征值个数的两倍. 这是由于信号带宽会引起自相关矩阵的特征值扩散, 而误差加剧了自相关矩阵特征值的扩散程度, 造成大特征值的个数增加.

在窄带波束形成中, 误差情况下的干扰自由度是理想情况下的两倍. 而在宽带波束形成中, 解调误差会引起更多的干扰自由度增加, 造成的影响也更加严重.

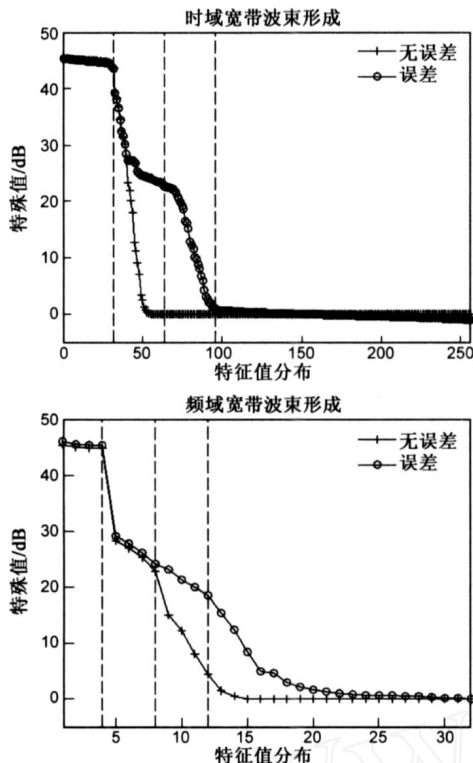


图2 解调误差对干扰自相关矩阵的秩的影响

宽带波束形成中需要提供更多的空间自由度来进行干扰抑制。需要说明的是,图2给出的是某一次误差参数实现下的结果,对于更多次的误差实现,结果也是类似的。

4.3 误差对 SINR 性能的影响

自适应波束形成的最优 SINR 性能由理想情况下的干扰自相关矩阵决定。因此,误差引起的干扰自相关矩阵变化也将影响到宽带波束形成的 SINR 性能,即使是在空间自由度足够的情况下。为了考察误差对 SINR 性能的影响,这里定义 SINR 损失 L_{SINR} ,即误差情况下的 SINR 增益与理想情况下的 SINR 增益的差(以 dB 为单位)。

假设信号的入射方向为 $u_s = 0$, 空间中存在一个变化的干扰,方向从 -1 变化到 1,其它条件和前面的实验相同。图3给出了时域宽带波束形成和频域宽带波束形成的 L_{SINR} 曲线。图3中的结果利用了 100 次的误差参数实现进行平均。

从图3中可以看出,即使存在足够的空间自由度解调误差也会引起宽带波束形成的性能下降,解调误差比较小的时候 SINR 性能损失将不会很大。为了说明在宽带情况下误差引起的干扰自由度扩散将更加严重,图3中还给出了 $N = 8$ 的情况(其它条件相同)。相对于 $N = 32$ 时, SINR 增益损失 L_{SINR} 增加了近 1 dB。当空间自由度较少时正交解调误差引起 L_{SINR} 增加,这是由于在宽带波束形成中受信号带宽的影响,解调误差会引起

干扰自相关矩阵特征值分布比较大的改变,引起大特征值的个数增加较多。对于相同的误差参数,在窄带波束形成中 $N = 8$ 的情况下比 $N = 32$ 的情况下 SINR 增益损失只增加 0.5 dB 左右。因此,在宽带波束形成中我们需要提供充足的空间自由度。从图3中我们还可以看出,尽管时域宽带波束形成和频域宽带波束形成的实现算法不同,但他们受到误差的影响是相似的。

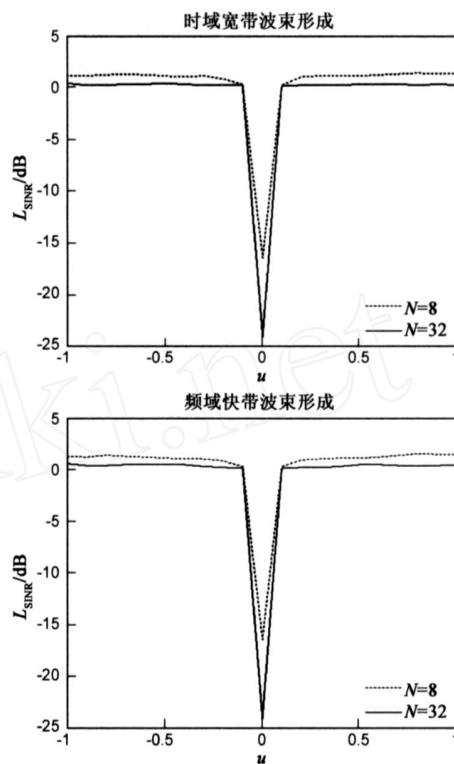


图3 解调误差对SINR性能的影响

在给定系统误差的情况下,我们可以利用公式(4)和(5)计算出不同信号带宽、系统参数下对应的宽带波束形成性能损失,这为实际宽带相控阵雷达系统的性能分析和设计提供了参考。

5 结论

论文以宽带信号模型和正交解调误差模型为基础,推导得到了宽带波束形成中自相关矩阵的表达式。通过对误差情况下自相关矩阵的分析论文指出,正交解调误差会使宽带波束形成中干扰自相关矩阵的特征值分布发生扩散,造成干扰自由度增加, SINR 性能损失。在宽带波束形成中需要提供更多的空间自由度。论文的讨论也为实际宽带相控阵雷达系统的分析和设计提供了参考。

参考文献:

- [1] VAN TREES H L. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York:

- John Wiley & Sons, 2002. 17 - 668.
- [2] KLEMM R. Space-time Adaptive Processing: Principles and Applications [M]. London: Institution of Electrical Engineers, 1998. 543 - 599.
- [3] NICKEL U. On the influence of channel errors on array signal processing methods [J]. Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik: Electronics and Communication, 1993, 47(7): 209 - 219.
- [4] AALFS D D, HOLDER E J. Impact of wideband channel-to-channel mismatch on adaptive arrays [A]. IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop [C]. Cambridge, MA, USA: IEEE, 2000. 459 - 463.
- [5] RABIDEAU D J, GALEJS R J, et al. An S-band digital array radar testbed [A]. IEEE Phased Array Systems and Technology [C]. Boston, MA, USA: IEEE, 2003. 113 - 118.
- [6] ENDER J H G, BRENNER A R. PAMIR a wideband phased array SAR/ MTI system [J]. IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2003, 150(6): 165 - 172.
- [7] GODORA L C. Application of the fast Fourier transform to broadband beamforming [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1995, 98(7): 230 - 240.
- [8] GUERCI J R. Principal components, covariance matrix tapers, and the subspace leakage problem. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(1): 152 - 162.
- [9] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. 59 - 105.
- ZHANG X D. Matrix analysis and applications [M]. Beijing: Tsinghua Press, 2004. 59 - 105. (in chinese)

作者简介:

李 宁 男, 1982 年, 河南. 博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理. Email: r-li04@mails.tsinghua.edu.cn

汤 俊 男, 1973 年, 江苏南京市. 现在清华大学电子工程系副教授. 主要研究方向为阵列信号处理, 雷达目标信号检测等. Email: tangjun-ee@mail.tsinghua.edu.cn

彭应宁 男 1939 年, 现为清华大学电子工程系教授、博士生导师. 长期从事雷达信号处理领域的研究, 获国家级和部级科技进步奖十余项. 在国内外发表学术论文近 200 余篇. Email: ynpeng@mail.tsinghua.edu.cn