

# PSK 调制下空频块码的低复杂度复数球形译码

张 翼<sup>1,2</sup>, 张 灿<sup>1</sup>, 丁赤飏<sup>2</sup>, 国防<sup>1</sup>

(1. 中国科学院研究生院信息学院, 北京 100049; 2. 中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

**摘要:** 对于 PSK 调制下的空频块码, 复数球形译码相对实数球形译码有较低的复杂度. 当复数球形译码的初始半径趋向无穷大时, 排序的复杂度高. 本文针对 PSK 符号提出每层符号以排序中心点为中心, 在极坐标角度维按照之字(Zigzag)排序的方法. 通过查表可以快速获得排序后的符号序列, 查表排序球形译码算法相对于通用复数球形译码算法在 16 PSK 调制 14dB 平均比特信噪比下节省约 61% 的复杂度.

**关键词:** 空频块码; 球形译码; Zigzag 排序

**中图分类号:** TN911.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2008)04-0819-05

## Low Complexity Complex Sphere Decoding for Space Frequency Block Codes with PSK Modulation

ZHANG Yi<sup>1,2</sup>, ZHANG Can<sup>1</sup>, DING Chi-biao<sup>2</sup>, TU Guo-fang<sup>1</sup>

(1. Information College, the Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The complex sphere decoding has lower complexity compared with real sphere decoding for space frequency block codes with PSK modulation. When the initial radius of the complex sphere decoder tends to infinity, sorting has high complexity. For symbols of PSK modulation, a new sorting method is proposed in every layer according to the zigzag rule centred the middle reference point in the angle dimension of the polar coordination. Through looking up the table, the sorted symbol sequence can be fast gained. Compared with the general complex sphere decoding algorithm, the sphere decoding algorithm through looking up table of sorted symbol sequence can save approximate 61% complexity for 16 PSK in 14dB average bit SNR.

**Key words:** space frequency block codes; sphere decoding; sorting

### 1 引言

多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, 简称 MIMO)通信系统具有高的带宽效率、好的误码性能. 在 MIMO 系统中引入正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, 简称 OFDM)技术, 可以在每个子频带内将频率选择性信道转化为频率非选择性信道, 克服符号间干扰, 避免了多天系统复杂均衡技术<sup>[1]</sup>. MIMO-OFDM 通信系统中, 空频块码联合空间域(天线)和频率域(子载波)进行编码, 获取分集增益和编码增益, 改善了系统的误码性能. 译码复杂度是影响空频块码应用的一个关键因素. 球形译码具有接近最大似然译码的性能和较低的复杂度, 成为当前的研究热点. 移相键控(Phase Shift Keying, 简称 PSK)调制是 MIMO-OFDM 系统中常用的调制方式. 相对于正交幅度调制(Quadrature

Amplitude Modulation, 简称 QAM), PSK 调制具有常模特性. 因此, 对 PSK 调制空频块码球形译码的研究具有重要的实用意义.

Viterbo 首先将给定格基计算最短向量的方法引入通信系统, 提出球形译码算法<sup>[2]</sup>. Chan 引入 Schnorr-Euchner 排序算法, 减小译码复杂度; 增强算法复杂度对初始半径选择的稳健性<sup>[3]</sup>. Damen 深入研究了排序方法、预处理等问题<sup>[4]</sup>. 以上都是基于实数域的球形译码, 译码时将复数方程转化为实数方程<sup>[5]</sup>, 译码的深度相对于复数球形译码增加一倍. 如果对 PSK 调制符号进行这样的转化, 就相当假设 PSK 符号的实部和虚部相互独立, 会扩大球形译码的搜索范围, 增大译码复杂度. 复数球形译码将调制符号的实部和虚部联合在一起考虑, 解决了实数球形译码增大搜索范围的问题. Hochwald 首次提出复数球形译码算法<sup>[6]</sup>, 给出确定球形译码每层符

号范围的具体方法,但是没有考虑排序的优化. Safar 的通用复数球形译码算法<sup>[7]</sup>判断各层符合球形译码半径要求的符号,按照距离从小到大的原则对它们进行排序.当选取的初始半径趋向于无穷大时,排序需要遍历各层符号集的所有符号,排序的复杂度高.

本文针对 PSK 符号提出每层符号以排序中心点为中心,在极坐标角度维按照之字(Zigzag)排序的方法. Zigzag 排序的复数球形译码算法减少了排序计算的复杂度.在 Zigzag 排序原理的基础上建立查找表,通过查表的方法进一步降低球形译码复杂度.

## 2 系统模型

MIMO-OFDM 空频编码系统有  $M_t$  根发射天线,  $M_r$  根接收天线,  $N$  个子载波.假设发射天线之间和接收天线之间保持足够的间隔,发射天线与接收天线之间的信道在空间上是不相关的.每根发射和接收天线之间的信道是频率选择性信道,它们都具有  $L$  个独立的延时路径和相同的能量延时谱,每条延时路径相互独立.第  $i$  根发射天线第  $j$  根接收天线之间第  $n$  个子载波信道的频率响应为  $H_{i,j}(n)$ .信道状态信息对于发射端未知、接收端已知,在每个空频码字时间内信道状态信息保持不变.

输入比特流通过基带调制映射为符号流.对符号流进行分组,每组符号通过空频编码器映射成  $T \times M_t$  的符号矩阵.  $N/T$  组符号并行传输,联合组成  $N \times M_t$  的矩阵.分别对每一列进行  $N$  点 IFFT 变换,增加循环前缀后通过一根天线发射出去.在接收端经过匹配滤波和移除循环前缀后进行 FFT 变换,第  $j$  根天线,第  $n$  个载波接收信号为:

$$y_j(n) = \sum_{i=1}^{M_t} H_{i,j}(n) c_i(n) + z_j(n) \quad (1)$$

其中  $c_i(n)$  代表第  $i$  根发射天线第  $n$  个载波上的发射符号;  $z_j(n)$  代表第  $j$  根接收天线第  $n$  个载波上接收到的复加性高斯白噪声,不同接收天线和子载波上接收到的噪声是相互独立的.它们的均值为零、方差为  $M_r/\rho$ ,其中  $\rho$  代表接收端每根接收天线的平均符号信噪比.

空频块码为了获取较好的分集性能,给不同发射天线、不同载波的发射码字附加了相关性.为了能够使用球形译码,需要使用等效的信道形式.例如:两根发射天线、两个频隙的空频码字为 Alamouti 正交码字<sup>[8]</sup>,传输方程可等效变换为如下矩阵形式:

$$Y_j = H_j C + Z_j \quad (2)$$

其中  $Y_j = [y_j(0) \ y_j^*(1)]^T$ ;  $Z_j = [z_0 \ z_1^*]^T$ ;  $C = [c_0 \ c_1]^T$ ;  $H_j = \begin{bmatrix} H_{q(0)} & H_{v(0)} \\ H_{v(1)}^* & -H_{q(1)}^* \end{bmatrix}$ .其中上角标\*、T 分别代表共轭和转置; $C$  为空频块码的传送码字.将 0 到  $M_r-1$

个接收信号向量  $Y_j$  堆栈成接收向量  $Y$ ,等效的信道传输方程可用矩阵表示为:

$$Y = HC + Z \quad (3)$$

其中  $Y = [Y_0^T \ Y_1^T \ \dots \ Y_{M_r-1}^T]^T$ ,  $H = [H_0^T \ H_1^T \ \dots \ H_{M_r-1}^T]^T$ ,  $Z = [Z_0^T \ Z_1^T \ \dots \ Z_{M_r-1}^T]^T$ .

式(3)为 Alamouti 正交空频块码的等效形式,其它正交、准正交空频块码也可写成类似的等效形式.这些等效形式都具有如下特点:(1)噪声向量  $Z$ 、符号向量  $C$  的各分量相互独立;(2) $H$  的分量  $H_j$  可以保证行数不小于列数,所以  $H$  的行数一定不小于列数;(3) $H$  的各分量是零均值复高斯随机变量,  $H$  是满秩矩阵的概率几乎等于 1.以上特点保证了球形译码的应用.

## 3 基于角度维 Zigzag 排序的低复杂度复数球形译码算法

### 3.1 复数球形译码算法简介

式(3)所示的信道传输方程的最大似然译码可等效为<sup>[9]</sup>:

$$C^* = \arg \min_{C \in \mathcal{B}} (C - \hat{C})^H H^H H (C - \hat{C}) \quad (4)$$

其中上角标 H 代表共轭转置,  $\hat{C} = (H^H H)^{-1} H^H Y$ ,即无限制最小二乘估计;  $\mathcal{B}$  代表调制符号的集合,  $M$  代表符号向量的维(层)数.球形译码以接收向量  $Y$  为球心,在某一半径  $R$  的球内搜寻使  $(C - \hat{C})^H H^H H (C - \hat{C})$  最小的符号向量  $C$ .复数球形译码算法分为预处理阶段和搜索阶段.

A. 预处理阶段:它包括获取  $\hat{C}$ ;对  $H^H H$  进行 Cholesky 分解  $H^H H = U^H U$ ,获取上三角矩阵  $U$ ;以及加快球形译码搜索速度的预处理.

B. 搜索阶段:搜索过程根据式(5)从第  $M$  层到第一层迭代确定每层的搜索范围.

$$\begin{aligned} (C - \hat{C})^H U^H U (C - \hat{C}) &= \sum_{i=1}^M u_{i,i}^2 \left[ c_i - \hat{c}_i + \sum_{j=i+1}^M \frac{u_{i,j}}{u_{i,i}} (c_j - \hat{c}_j) \right]^2 \\ &= \sum_{i=1}^M u_{i,i}^2 [c_i - s_i]^2 \leq R^2 \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $c_i, \hat{c}_i$  分别为  $C, \hat{C}$  的第  $i$  个元素;  $u_{i,j}$  为  $U$  的第  $i$  行第  $j$  列元素;  $s_i = \hat{c}_i - \sum_{j=i+1}^M \frac{u_{i,j}}{u_{i,i}} (c_j - \hat{c}_j)$ ,记为排序参考点(距离排序参考点最近的符号为排序中心点).在式(5)确定的搜索范围内,按照深度优先树图搜索算法<sup>[4]</sup>搜索满足式(4)的符号向量  $C$ .如果找不到满足球形半径要求的符号向量,本次译码失败,增大球形半径重新译码.

### 3.2 PSK 调制下空频块码的低复杂度复数球形译码算法

#### 3.2.1 Schnorr Eucler 排序原则与球形译码半径的动态改变

根据式(5)可以看出:每一层的符号都会产生一个



过查表的方法能够快速获得排序后的符号序列. 分为以下两步: (1)通过映射函数, 将输入的排序参考点角度坐标  $\theta_s$  映射为查找表行号  $L(L \in [1 \ 2^{M_c+1}])$ . 映射函数如下式所示:

$$L = \lfloor (\theta_s / (2\pi)) 2^{M_c+1} \rfloor + 1$$

(2)查表获取第  $L$  行 PSK 符号序列, 就是排序 PSK 符号序列. 再根据前述方法确定满足球形译码半径要求的符号集合数目  $N$ , 排序 PSK 符号序列中前  $N$  个符号即为满足半径要求的排序 PSK 符号序列. 查找表是查表排序算法的核心, 它是根据角度维 Zigzag 排序方法提前设计的. 以 4PSK 为例, 查找表设计如表 1 所示. 根据表格数据对称性的特点, 存储容量可以减少一半.

表 1 4-PSK 排序序列查找表

行号/排序序号	1	2	3	4
1	1	$i$	$-i$	$-1$
2	$i$	1	$-1$	$-i$
3	$i$	$-1$	1	$-i$
4	$-1$	$i$	$-i$	1
5	$-1$	$-i$	$i$	1
6	$-i$	$-1$	1	$i$
7	$-i$	1	$-1$	$i$
8	1	$-i$	$i$	$-1$

### 4 仿真结果与分析

仿真实验是在 Pentium4 个人计算机 MATLAB5.3 软件中进行的. 仿真环境如下所示: MIMO 系统具有两根发射天线和两根接收天线; 空频编码采用 Alamouti 正交空频块码; 基带调制采用 16PSK 调制; OFDM 有 128 载波, 每个 OFDM 符号的持续时间为 148 $\mu$ s, 其中 20 $\mu$ s 是循环前缀的时间; 频率选择性信道按照 COST 207 标准中典型城市 6 径能量延时谱<sup>[9]</sup> 建立. 为了验证新算法的误码性能和复杂度, 图 2、图 3 给出了最大似然译码、Chen 的实数球形译码<sup>[3]</sup>、Safar 的通用复数球形译码<sup>[7]</sup>、本文提出的角度维 Zigzag 排序球形译码和查表排序球形译码五种算法的仿真结果.

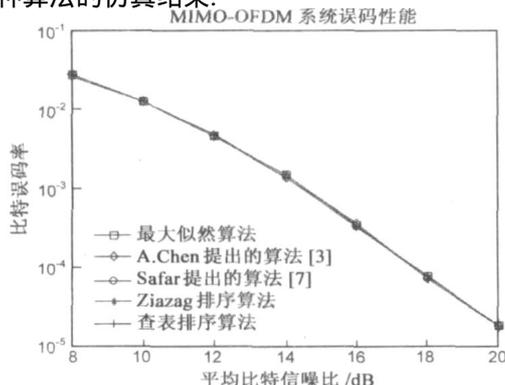


图 2 平均比特误码率曲线

仿真中的复杂度用平均每个空频块码的球形译码浮点操作数来度量, 它通过 MATLAB 提供的 flops 函数来统计<sup>[3,7]</sup>. 当信道慢变化时, 预处理部分可以被多个空频块码共用, 所以仿真中只比较了搜索阶段的平均复杂度<sup>[4]</sup>. 仿真实数球形译码<sup>[3]</sup>算法时, 需对球形译码结果进行检验, 如果译码结果不在 PSK 符号集内, 就舍弃该符号, 继续搜索. 为了保证不出现译码失败, 只有当球形译码搜索到 PSK 符号集内的符号时, 才改变球形译码半径.

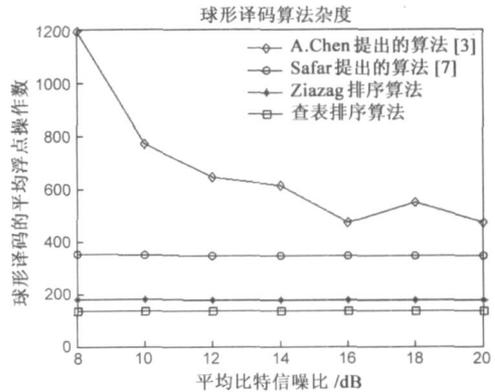


图 3 不同球形译码算法的平均复杂度曲线

误码性能曲线图 2 的仿真结果表明: 在仿真的平均比特信噪比范围内, 后四种算法都能近似获得最大似然译码的性能. 最大似然译码的复杂度为 24576 复点操作数, 不适合作为复杂度参考曲线, 因此在图 3 中没有出现. 复杂度曲线图 3 仿真结果表明: (1) 实数球形译码<sup>[3]</sup>的复杂度最大. 这是由于实数球形译码增加一倍译码深度, 并且忽略了实部与虚部的联系, 扩大了球形译码的搜索范围. (2) 在仿真的比特信噪比范围内, 实数球形译码<sup>[3]</sup>的复杂度变化较大, 后三种球形译码的复杂度只有小幅度变化. 这是由于实数球形译码<sup>[3]</sup>的复杂度与译码符号有关. 译码时如果排序中心点不在 PSK 符号集内, 不能及时减小球形半径, 译码速度减缓. 后三种球形译码复杂度的稳健性较好, 在仿真的信噪比范围内没有出现译码复杂度在小信噪比下显著增加的问题. (3) 与通用复数球形译码<sup>[7]</sup>相比, 本文提出的两种复数球形译码算法利用了 PSK 符号的特点, 采用快速排序的方法, 显著降低了译码复杂度. 查表排序算法根据 Zigzag 排序原理预先建立查找表, 节省了排序计算的复杂度, 所以译码复杂度最低. 14dB 的平均比特信噪比下, 本文提出的角度维 Zigzag 排序球形译码算法和查找表排序球形译码算法与通用复数球形译码算法<sup>[7]</sup>相比, 分别节省了 48.26%、61.04% 的复杂度.

### 5 结论

针对 PSK 调制空频块码的译码算法, 本文提出低

复杂度的复数球形译码算法. 它们的主要特点是: (1) 根据 Schnorr-Euchner 原则和 PSK 符号的特点采用快速排序的算法——角度维 Zigzag 排序算法, 降低了球形译码的复杂度; (2) 复数球形译码, 相对实数球形译码具有译码深度小, 不会扩大符号搜索范围的优点; (3) 选取趋向无穷大的初始半径, 不会出现译码失败的现象, 译码复杂度的稳健性好.

#### 参考文献:

- [1] P Yahan, K B Letaief, et al. A novel broadband MIMO/OFDM system using adaptive modulation and adaptive diversity[J]. Chinese Journal of Electronics, 2005, 14(3): 384–388.
- [2] E Viterbo, J Boutros. A universal lattice code decoder for fading channels[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1999, 45(5): 1639–1642.
- [3] A Chan, I Lee. A new reduced complexity sphere decoder for multiple antenna systems[A]. In Proc of IEEE International Conference in Communication[C]. College Park, USA: IEEE press, 2002. 460–464.
- [4] M O Damen, H E Gamal, et al. On maximum likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 49(10): 2389–2402.
- [5] M Damen, A Chkeif, et al. Lattice code decoder for space time codes[J]. IEEE Communication Letters, 2000, 4(5): 161–163.
- [6] B Hochwald, ST Brink. Achieving near capacity on a multiple antenna channel[J]. IEEE Trans Comm, 2003, 51(3): 389–399.
- [7] Z Safar, W Su, et al. A fast sphere decoding framework for space frequency block codes[A]. In Proc of IEEE International Conference in Communication[C]. Paris, France: IEEE press, 2004. 20–24.
- [8] S M Alamouti. A simple transmitter diversity scheme for wireless communications[J]. IEEE J Sel Areas Commun, 1998, 16(8): 1451–1458.
- [9] G Stuber. Principles of Mobile Communication[M]. Boston, MA: Kluwer Academy, 2001.

#### 作者简介:

张 翼 男, 1979 年出生于湖北, 现在是中国科学院研究生院信息学院在读博士研究生. 研究方向: MIMO-OFDM 系统中的编译码技术. E-mail: zhangyi@mails.gucas.ac.cn

张 灿 女, 1954 年出生于湖南, 研究员, 中国科学院研究生院信息学院博士生导师. 研究方向: 数字通信、信息处理.

E-mail: czhang@gucas.ac.cn

丁赤飏 男, 1969 年出生于陕西, 研究员, 中国科学院电子学研究所博士生导师. 研究方向: 合成孔径雷达.

国防 男, 1954 年出生于湖南, 教授, 中国科学院研究生院博士生导师. 研究方向: 数字通信、图像编码.