基于渐近解的成像电子光学近轴横向像差理论及其验证

周立伟，公 慧
（北京理工大学光电学院，北京 100081）

摘 要： 在成像电子光学系统的横向像差中，近轴像差是整个像面普遍存在、且影响图像中心像质的主要像差，并决定了系统的极限分辨率．本文由电子光学近轴方程的渐近解推导了近轴横向像差的普遍表示式，并通过一两电极静电同心球系统，推导了近轴轨迹特解的渐近解和精确解的解析表示，给出了二级和三级近轴色球差以及三级近轴放大率色差的表达式，证明了基于渐近解求解成像电子光学系统的近轴横向像差的途径是可行的和足够精确的．文中给出的近轴横向像差的简明形式对于成像电子光学系统的像差研究和像管设计具有实际意义．

关键词： 电子光学成像系统；静电阴极透镜；电子光学的像差理论；近轴横向像差；近轴放大率色差

中图分类号： O463 **文献标识码：** A **文章编号：** 0372-2112（2011）03-0619-07

On Theory and Verification for Paraxial Lateral Aberrations of Imaging Electrostatic Electron Optics Based on Asymptotic Solutions

ZHOU Li-wei，GONG Hui
（*School of Photonics*，*Beijing Institute of Technology*，*Beijing* 100081，*China*）

Abstract： In lateral aberrations of an imaging electron optical system，the paraxial lateral aberrations exit widespread in the whole image plane and that is also the main aberrations which effect image quality of central image and determine limiting image resolution of system. In the present paper，the paraxial lateral aberrations expressed in general form have been derived emphatically by using asymptotic solutions of paraxial equation for imaging electron optics. By using a bi-electrode electrostatic concentric spherical system model，the analytical forms of two special solutions of paraxial rays expressed by asymptotic and accurate solutions have been deduced and tested. The paraxial sphero-chromatic aberrations of second and third order，as well as the paraxial chromatic aberration of magnification of third order，have been deduced. Result completely proves that the approach based on asymptotic solutions to solve the paraxial lateral aberrations is accurate enough and practicable. A simple and clear form for expressing paraxial lateral aberrations of imaging electron optical systems is suggested for practical use，which will have practical significance for study of aberrations of imaging electron optics and for design of image tubes.

Key words： electron optical imaging systems；electrostatic cathode lenses；aberration theory of electron optics；paraxial lateral aberrations；paraxial chromatic aberration of magnification

1 引言

在成像电子光学的研究中，通常备受关注的是三级几何横向像差和二级近轴横向像差（它也可称为二级近轴色球差），几乎忽略了三级近轴色球差和三级近轴放大率色差的存在，也没有从理论上研究近轴横向像差的普遍表示式．

如所周知，决定空间分辨率极限的二级近轴横向像差在全部近轴横向像差中占有最主要的部分．但迄今为止，近轴横向像差的普遍表示式并没有给出．本文通过一两电极静电同心球系统模型，尝试在近轴方程的渐近解的基础上推导近轴横向像差（包括二级和三级近轴色球差和三级近轴放大率色差）普遍表示式．

本文的第一个目的是基于 M A Monastyrski[1,2]给出的近轴方程渐近解推导电子光学近轴横向像差的普遍表示式，第二个目的是通过一两电极静电同心球系统模型验证由渐近解所求得的近轴横向像差表示式的可行性和正确性．为了实际应用，还建议了表示成像电子光学系统的近轴横向像差的简明表达式．

2 成像系统电子光学横向像差的定义

按照近轴成像电子光学理论[3]，所有自光阴极逸出具有给定的相同的轴向初电位 ε_{z1}，初始物高矢量为 $\boldsymbol{r}_0$ 的电子轨迹，在满足近轴条件下，都将会聚于理想像

收稿日期：2009-12-02；修回日期：2010-07-12
基金项目：国家自然科学基金（No.60771070）；高等学校博士点专项基金（No.B117）

面的 $z=z_i$, $\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_{z1},\boldsymbol{r}_0)$处，而与径向初电位 ε_r 无关. 成像电子光学系统的横向像差被定义为在轴向初电位为 ε_{z1}的近轴电子轨迹所决定的理想像面 $z=z_i$ 上实际像高矢量与理想像高矢量之间的差异. 它可表示如下[3]：

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}(z_i)=\boldsymbol{r}(z_i,\varepsilon_z,\varepsilon_r,\boldsymbol{r}_0)-\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_{z1},\boldsymbol{r}_0) \quad (1)$$

这里，$\boldsymbol{r}(z_i,\varepsilon_z,\varepsilon_r,\boldsymbol{r}_0)$、$\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_{z1},\boldsymbol{r}_0)$分别表示在 $z=z_i$ 处理想像面上实际像高矢量和理想像高矢量，它是由阴极面射出的实际电子和近轴电子经过系统后在理想像面上形成的. 星号 $*$ 表示近轴轨迹. 取圆柱坐标系$(z,\boldsymbol{r})$，轴向坐标 z 自阴极面 $z_0=0$ 算起，$\boldsymbol{r}_0$ 是电子的初始径向矢量，z_i 乃是理想像面的位置，它与给定的电子轴向初电位 ε_{z1}相对应. ε_z, ε_r 分别是自光阴极逸出的电子的轴向初电位和径向初电位.

与成像电子光学系统的时间像差定义相类似[4]，式(1)表示的横向像差亦可表达成以下形式：

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}(z_i)=\Delta\boldsymbol{r}^*+\delta\boldsymbol{r} \quad (2)$$

这里

$$\Delta\boldsymbol{r}^*=\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_z,\varepsilon_r,\boldsymbol{r}_0)-\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_{z1},\boldsymbol{r}_0) \quad (3)$$

$$\delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(z_i,\varepsilon_z,\varepsilon_r,\boldsymbol{r}_0)-\boldsymbol{r}^*(z_i,\varepsilon_z,\varepsilon_r,\boldsymbol{r}_0) \quad (4)$$

这里，$\Delta\boldsymbol{r}^*$被称为近轴横向像差，它乃是由光阴极面同一物高 $\boldsymbol{r}_0$，而逸出的轴向初电位 ε_z 与 ε_{z1}不同的两条近轴轨迹在 ε_{z1}所决定的位于 z_i 处的理想像面上成像矢量之间的差异. $\delta\boldsymbol{r}$ 被称为几何横向像差，它乃是由光阴极面逸出的物高 $\boldsymbol{r}_0$，逸出电子初条件$(\varepsilon_z,\varepsilon_r)$相同的实际轨迹与近轴轨迹在 ε_{z1}所决定的位于 z_i 处的理想像面上成像矢量之间的差异. 式(2)表明，成像电子光学系统的横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}$ 可以表示成近轴横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}^*$ 与几何横向像差 $\delta\boldsymbol{r}$ 之组合；这是成像电子光学像差理论研究中一个非常重要的概念.

在成像电子光学中，近轴轨迹 $\boldsymbol{r}^*(z)$乃是下面的二阶线性齐次微分方程

$$\boldsymbol{r}^{*\prime\prime}(z)+\frac{1}{2}\frac{\phi'(z)}{\phi(z)+\varepsilon_z}\boldsymbol{r}^{*\prime}(z)+\frac{1}{4}\frac{\phi''(z)}{\phi(z)+\varepsilon_z}\boldsymbol{r}^*(z)=0 \quad (5)$$

的解. 此处，$\phi(z)$为轴上电位分布，撇号$'=\mathrm{d}/\mathrm{d}z$ 表示对 z 的导数.

近轴轨迹方程式(5)的通解可写成

$$\boldsymbol{r}^*(z)=\boldsymbol{r}_0 w(z)+\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0 v(z) \quad (6)$$

这里，m_0/e 为电子质荷比，$\boldsymbol{r}_0$ 和 $\dot{\boldsymbol{r}}_0$ 分别是由阴极面逸出电子的初始物高矢量和径向初速度矢量.

式(6)的两个特解 $v=v(z)$, $w=w(z)$满足如下初条件：

$$v(z=0)=0 \qquad v'(z=0)=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_z}} \quad (7)$$
$$w(z=0)=1 \qquad w'(z=0)=0$$

现假设，所有自阴极面轴上点以相同的轴向初电位 ε_{z1}逸出的电子都会聚于理想像面 $z=z_i$ 处，则有

$$v(z_i,\varepsilon_{z1})=0\ ,\ w(z_i,\varepsilon_{z1})=M \quad (8)$$

此时，很显然 $v(z_i,\varepsilon_z)\neq 0$, $w(z_i,\varepsilon_z)\neq M$. 此处，$M$ 为线放大率. 由式(3)，便能定义位于 z_i 处 $v(z_i,\varepsilon_{z1})=0$ 的理想像面上的近轴横向像差：

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\{v(z_i,\varepsilon_z)-v(z_i,\varepsilon_{z1})\}+\boldsymbol{r}_0\{w(z_i,\varepsilon_z)\\&\quad -w(z_i,\varepsilon_{z1})\}\\&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0 v(z_i,\varepsilon_z)+\boldsymbol{r}_0\{w(z_i,\varepsilon_z)-M\}\end{aligned} \quad (9)$$

式(9)可以写成如下形式：

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)&=\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)+\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)\\&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\Delta v(z_i)+\boldsymbol{r}_0\Delta w(z_i)\end{aligned} \quad (10)$$

这里 $\Delta v(z_i)=v(z_i,\varepsilon_z)$, $\Delta w(z_i)=w(z_i,\varepsilon_z)-M$.

式(10)表明，近轴横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)$可以视为近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$与近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$之和，这是我们研究近轴横向像差的出发点.

关于几何横向像差 $\delta\boldsymbol{r}$，可以由实际轨迹方程

$$\boldsymbol{r}''(z)=\frac{1+\boldsymbol{r}'^2}{2\varphi_*}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\boldsymbol{r}}-\boldsymbol{r}'\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) \quad (11)$$

出发研究. 这里，$\varphi_*=\varphi(z,\boldsymbol{r})+\varepsilon_0$, ε_0 为自光阴极逸出的电子初电位，$\varepsilon_0=\varepsilon_r+\varepsilon_z$, $\varphi=\varphi(z,\boldsymbol{r})$为空间电位分布，它可以由谢尔赤(Scherzer)级数展开成如下的形式：

$$\varphi(z,\boldsymbol{r})=\phi(z)-\frac{1}{4}\phi''(z)\boldsymbol{r}^2+\frac{1}{64}\phi^{IV}(z)\boldsymbol{r}^4-\cdots \quad (12)$$

展开式(11)，代入式(12)，则由定义式(4)便能得到三级几何横向像差 $\delta\boldsymbol{r}_3$ 的如下方程式：

$$[\phi(z)+\varepsilon_z]\delta\boldsymbol{r}_3''+\frac{1}{2}\phi'(z)\delta\boldsymbol{r}_3'+\frac{1}{4}\phi''(z)\delta\boldsymbol{r}_3=F(\boldsymbol{r}^*,\boldsymbol{r}^{*\prime},z) \quad (13)$$

它是一个二阶非齐次微分方程. 式中，$F(\boldsymbol{r}^*,\boldsymbol{r}^{*\prime},z)$是方程的右端项，该式中的 $\boldsymbol{r}^*$ 是近轴轨迹的解. 三级几何横向像差 $\delta\boldsymbol{r}_3$ 的求解在一系列的文献和著作[5~10]中已有叙述，这里就不细谈了.

3 由近轴方程的渐近解求解近轴横向像差

文献[2]给出了一种利用渐近解求解近轴方程的特解 $v(z,\varepsilon_z)$, $w(z,\varepsilon_z)$的方法，它可以表述如下：

$$v(z,\varepsilon_z)=\sqrt{\phi(z)}\,\xi_0(z)+\sqrt{\varepsilon_z}\eta_0(z)+\varepsilon_z\left[\frac{\xi_0(z)}{2\sqrt{\phi(z)}}+\xi_1(z)\sqrt{\phi(z)}\right]+\cdots \quad (14)$$

$$w(z,\varepsilon_z)=\omega_0(z)+\sqrt{\varepsilon_z}\sqrt{\phi(z)}\,\zeta_0(z)+\varepsilon_z\omega_1(z)+\cdots \quad (15)$$

这里,式(14)、(15)中的系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 乃是下列微分方程

$$L_0\begin{pmatrix}\xi_K\\ \zeta_K\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\xi''_{k-1}\\ \zeta''_{k-i}\end{pmatrix} \tag{16a}$$

$$M_0\begin{pmatrix}\eta_K\\ \omega_K\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\eta''_{k-1}\\ \omega''_{k-i}\end{pmatrix} \tag{16b}$$

的解.式中 $\xi''_{-1}=\zeta''_{-1}=\eta''_{-1}=\omega''_{-1}=0$. L_0,M_0 为线性微分算子,它可表为

$$L_0=\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}+\frac{3}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}+\frac{3}{4}\phi''(z) \tag{17}$$

$$M_0=\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}+\frac{1}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}+\frac{1}{4}\phi''(z) \tag{18}$$

方程(16)的初条件可以按照下列次序确定:

$$\frac{\xi_0(0)\phi'(0)}{2}=1\ \rightarrow\ \xi_0(0)+\eta_0(0)=0$$
$$\downarrow$$
$$\frac{\xi_1(0)\phi'(0)}{2}+\xi_0'(0)+\eta_0'(0)=0\rightarrow\text{等等} \tag{19}$$

$$\omega_0(0)=1\qquad \zeta_0(0)+\omega_1(0)=0$$
$$\downarrow\qquad\uparrow\qquad\downarrow$$
$$\frac{\zeta_0(0)+\phi'(0)}{2}+\omega_0'(0)=0\rightarrow\text{等等} \tag{20}$$

这里箭头表示计算的顺序.

由近轴轨迹的渐近解(14),(15)和近轴横向像差(9)的定义,如果能求得位于 $z=z_i$ 处系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 的各值,理论上便能求得近轴横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)$ 的值.但是,电子通过阳极抵达像面这一区域一般是无场空间,此二特解表示的电子行进的轨迹乃是直线.故由渐近解直接求得位于 $z=z_i$ 的这些系数值谈何容易.因此,由式(14)、(15)和(9)求解近轴横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)$ 的问题依然没有解决.

现建议采用如下的过程和步骤.假定,在 $0<z<z_a$ 处,$\phi(z)\neq const$;在 $z\geqslant z_a$ 处,$\phi(z)=const=\phi(z_a)=\phi(z_i)$,这一假定与实际情况是符合的.由特解 v,w 及其导数 v',w' 在 $z=z_a$ 处的值,可将式(10)中的 $\Delta w(z_i)$,$\Delta v(z_i)$ 表示如下:

$$\Delta w(z_i)=[w(z_a,\varepsilon_z)-w(z_a,\varepsilon_{z1})]-\frac{v(z_a,\varepsilon_{z1})}{v'(z_a,\varepsilon_{z1})}\times[w'(z_a,\varepsilon_z)-w'(z_a,\varepsilon_{z1})] \tag{21}$$

$$\Delta v(z_i)=v(z_i,\varepsilon_z)=v(z_a,\varepsilon_z)-\frac{v'(z_a,\varepsilon_z)}{v'(z_a,\varepsilon_{z1})}v(z_a,\varepsilon_{z1}) \tag{22}$$

将渐近解式(14)、(15)给出的 $v(z_a,\varepsilon_z),v'(z_a,\varepsilon_z)$,$w(z_a,\varepsilon_z),w'(z_a,\varepsilon_z)$ 和 $v(z_a,\varepsilon_{z1}),v'(z_a,\varepsilon_{z1})$ 都代入式(21)和(22),经过一系列复杂的变换,并引入线放大率 $M=w(z_i,\varepsilon_{z1})$,便能得到近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$ 的普遍表示式:

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)&=\boldsymbol{r}_0\Delta w(z_i)\\&=-\boldsymbol{r}_0M\Big\{\frac{1}{2}\phi'(z_a)\xi_0(z_a)\eta_0(z_a)\\&\quad+\phi(z_a)[\xi_0'(z_a)\eta_0(z_a)-\xi_0(z_a)\eta_0'(z_a)]\Big\}\\&\quad\times\Big\{\frac{\zeta_0(z_a)}{\xi_0(z_a)}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_{z1}}-\frac{\omega_1(z_a)}{\eta_0(z_a)}(\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})\Big\}\end{aligned} \tag{23}$$

和近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$ 的普遍表示式:

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\Delta v(z_i)\\&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0M\Big\{\Big[\frac{\phi'(z_a)}{2}\xi_0(z_a)\eta_0(z_a)\\&\quad+\phi(z_a)(\xi_0'(z_a)\eta_0(z_a)-\xi_0(z_a)\eta_0'(z_a))\Big]\\&\quad\times(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\\&\quad+\Big[\frac{\phi'(z_a)}{2\sqrt{\phi(z_a)}}\xi_0^2(z_a)+(\phi(z_a))^{\frac{3}{2}}(\xi_0'(z_a)\xi_1(z_a)\\&\quad-\xi_0(z_a)\xi_1'(z_a))\Big](\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})\Big\}\end{aligned} \tag{24}$$

由此,在近轴方程渐近解的基础上,得到了近轴横向像差 $\Delta\boldsymbol{r}^*(z_i)$ 的普遍表示式,它由近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$ 和近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$ 所组成.此时,其渐近解系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 和轴上电位分布 $\phi(z)$ 都取 $z=z_a$ 值.

4 两电极静电同心球系统模型中渐近解系数的求解

按照求近轴方程渐近解的步骤,可以由已知的轴上电位分布 $\phi(z)$ 求得系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 在位置 z_a 处的解.从数值求解的角度来看,这些系数的求得似乎并不复杂,但它们难于以解析的形式表示.从成像电子光学系统的设计来考虑,便很难掌握系统的物理特性和成像规律.现试求静电两电极同心球系统模型中近轴方程渐近解系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 的解.此同心球系统的轴上电位分布 $\phi(z)$ 可以表示如下:

$$\phi(z)=E_c\frac{-R_cz}{z+R_c},\ (0\leqslant z\leqslant(R_a-R_c)) \tag{25}$$

此处 E_c 一阴极面上的电场强度,R_c,R_a 分别为球面阴极和球面阳极的曲率半径,所有的这些量都取负值.

首先求系数 $\eta_0(z),\xi_0(z)$ 和 $\xi_1(z)$.假定系数 $\eta_0(z)$ 能以下式

$$\eta_0(z)=\frac{-2z}{\phi(z)} \tag{26}$$

表示.将式(26)代入方程(16b)中,即

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2\eta_0}{\mathrm{d}z^2}+\frac{1}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}\eta_0}{\mathrm{d}z}+\frac{1}{4}\phi''(z)\eta_0=-\eta''_{-1}=0 \tag{27}$$

便能求得如下表达式:

$$\frac{1}{\phi(z)}\phi'(z)+\frac{z}{2\phi(z)}\phi''(z)-\frac{z\phi'^2(z)}{\phi^2(z)}=0 \qquad (28)$$

很显然，当轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时，式(28)是满足的.由此可见，式(26)是方程(27)的解.

类似地，假定系数 $\xi_0(z)$以

$$\xi_0(z)=\frac{2z}{\phi(z)} \qquad (29)$$

表示，将它代入方程(16a)中，即

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2\xi_0}{\mathrm{d}z^2}+\frac{3}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}\xi_0}{\mathrm{d}z}+\frac{3}{4}\phi''(z)\xi_0=-\xi''_{-1}=0 \qquad (30)$$

同样可获得类似式(28)的解：

$$\frac{-1}{\phi(z)}\phi'(z)-\frac{z}{2\phi(z)}\phi''(z)+\frac{z\phi'^2(z)}{\phi^2(z)}=0 \qquad (31)$$

当轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时，式(31)是满足的.由此可见，式(29)是方程(30)的解.

现在试求系数 $\xi_1(z)$的表达式.为此，须先求 $\xi_1(z=0)$值.当 $z=0$ 时，不论光阴极是球面还是平面，式(29)和(26)在 $z=0$ 处可表示如下：

$$\xi_0(z=0)=\frac{2}{\phi'_0} \quad \eta_0(z=0)=-\frac{2}{\phi'_0} \qquad (32)$$

$$\xi'_0(z=0)=0 \quad \eta'_0(z=0)=0$$

它们满足式(19)的初条件：

$$\frac{\xi_0(0)\phi'(0)}{2}=1, \quad \xi_0(0)+\eta_0(0)=0 \qquad (33)$$

同时，由式(19)的另一初条件：$\frac{\xi_1(0)\phi'(0)}{2}+\xi'_0(0)+\eta'_0(0)=0$，便得到 $\xi_1(z=0)=0$.

由方程(16a)，$\xi_1(z)$应满足如下方程：

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\xi_1+\frac{3}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\xi_1+\frac{3}{4}\phi''(z)\xi_1=-\xi''_0 \qquad (34)$$

ξ''_0 可以通过式(29)的两次微分求得：

$$\xi''_0(z)=\frac{2}{\phi^3(z)}\left[-2\phi'(z)-z\phi''(z)+\frac{2z\phi'^2(z)}{\phi(z)}\right] \qquad (35)$$

在两电极同心球系统的情况下，当轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时，式(35)的方括号内的值等于零，故有 $\xi''_0(z)=0$.于是，方程(34)便转化为求解如下形式的 $\xi_1(z)$的二阶线性齐次微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi_1}{\mathrm{d}z^2}+\frac{3}{2}\frac{\phi'(z)}{\phi(z)}\frac{\mathrm{d}\xi_1}{\mathrm{d}z}+\frac{3}{4}\frac{\phi''(z)}{\phi(z)}\xi_1=0 \qquad (36)$$

显然，在初条件 $\xi_1(z=0)=0$ 时，方程(36)的解便为

$$\xi_1(z)=0 \qquad (37)$$

现寻求系数 $\omega_0(z)$，$\zeta_0(z)$，$\omega_1(z)$的表达式.由方程(16b)，$\omega_0(z)$应满足下列方程：

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\omega_0+\frac{1}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\omega_0+\frac{1}{4}\phi''(z)\omega_0=-\omega''_{-1}=0 \qquad (38)$$

由特解 $w(z=0)=1$，可以得到 $\omega_0(z)$的初条件：$\omega_0(z=0)=1$.令

$$\omega_0(z)=1+\frac{1}{R_c}z \qquad (39)$$

将式(39)代入方程(38)中，可得

$$\frac{1}{2R_c}\left[\phi'(z)+\frac{R_c+z}{2}\phi''(z)\right]=0 \qquad (40)$$

当轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时，式(40)是满足的.由此可见，式(39)是方程(38)的解.

现求系数 $\zeta_0(z)$的表达式.类似上面所述的方法，由方程(16a)

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\zeta_0+\frac{3}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\zeta_0+\frac{3}{4}\phi''(z)\zeta_0=-\zeta''_{-1}=0 \qquad (41)$$

同样可以求得方程(41)的解：

$$\zeta_0(z)=\frac{2z}{(-R_c)\phi(z)} \qquad (42)$$

为了满足系统的物理条件，在这里引入常数项 $2/(-R_c)$.当 $z=0$ 时，由式(42)，得

$$\zeta_0(z=0)=\frac{-2}{(-R_c)E_c} \qquad (43)$$

现求系数 $\omega_1(z)$.由渐近解系数的初条件(20)，因为 $\omega'_0(0)=1/R_c$，故条件 $\zeta_0(0)\phi'_0/2+\omega'_0(0)=0$ 是满足的.这样，由 $\zeta_0(0)+\omega_1(0)=0$，可得如下的初条件：

$$\omega_1(0)=\frac{2}{(-R_c)E_c} \qquad (44)$$

因为 $\omega''_0(z)=0$，由方程(16b)，有

$$\phi(z)\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}z^2}\omega_1+\frac{1}{2}\phi'(z)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\omega_1(z)+\frac{1}{4}\phi''(z)\omega_1(z)=-\omega''_0(z)=0 \qquad (45)$$

类似于上面的方法，可以求得方程(45)的解：

$$\omega_1(z)=\frac{-2z}{(-R_c)\phi(z)} \qquad (46)$$

不难证明，当轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时，方程(41)和(45)都是满足的.解(46)正好满足 $z=0$ 处的条件(44).这样，便求得了在两电极同心球系统模型中渐近解系数 $\xi_0,\eta_0,\xi_1;\omega_0,\zeta_0,\omega_1$ 的解析解.

5 由渐近解推导静电两电极同心球系统的近轴横向像差

现在利用上面求得的渐近解系数的表示式寻求两电极静电同心球系统中的近轴轨迹解和近轴横向像差.将上面所求得的渐近解系数 $\xi_0(z)$，$\eta_0(z)$，$\xi_1(z)$和 $\omega_0(z)$，$\zeta_0(z)$，$\omega_1(z)$的表示式代入近轴轨迹的两特解(14)和(15)中，便有

$$v(z,\sqrt{\varepsilon_z})=\frac{2z}{\sqrt{\phi(z)}}-\frac{2z}{\phi(z)}\sqrt{\varepsilon_z}+\frac{z\,\varepsilon_z}{\phi(z)\sqrt{\phi(z)}}$$

$$= \frac{2z}{\sqrt{\phi(z)}}\left[1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} + \frac{\varepsilon_z}{2\phi(z)}\right] \tag{47}$$

$$w(z,\sqrt{\varepsilon_z}) = 1 + \frac{1}{R_c}z - \frac{2z}{R_c\sqrt{\phi(z)}}\sqrt{\varepsilon_z} + \frac{2z}{R_c\phi(z)}\varepsilon_z$$

$$= 1 + \frac{1}{R_c}z - \frac{2z\sqrt{\varepsilon_z}}{R_c\sqrt{\phi(z)}}\left[1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{\sqrt{\phi(z)}}\right] \tag{48}$$

在下节中,将证明,在两电极静电同心球系统中,以渐近解表示近轴轨迹的两特解——式(47)和式(48)具有足够的精度去解决近轴横向像差的问题,这就证明了 Monastyrski 用渐近解求解成像电子光学近轴轨迹问题的方法和步骤不但正确,而且能付诸实用.

现在所求得渐近解的基础上来推导静电两电极同心球系统的近轴横向像差.利用式(25)表示的轴上电位分布 $\phi(z)$,以及渐近解系数表示式(26),(29),(39),(43)和(46),便能求得这些系数 $\eta_0(z)$,$\xi_0(z)$,$\omega_0(z)$,$\zeta_0(z)$,$\omega_1(z)$在 $z = z_a = R_a - R_c$ 处的值及其导数:

$$\xi_0(z_a) = \frac{2(R_a - R_c)}{\phi_{ac}}, \qquad \xi_0'(z_a) = -\frac{2n-2}{\phi_{ac}},$$

$$\eta_0(z_a) = \frac{-2(R_a - R_c)}{\phi_{ac}}, \qquad \eta_0'(z_a) = \frac{2n-2}{\phi_{ac}},$$

$$\zeta_0(z_a) = \frac{2(R_a - R_c)}{(-R_c)\phi_{ac}}, \qquad \zeta_0'(z_a) = -\frac{2n-2}{(-R_c)\phi_{ac}}$$

$$\omega_0(z_a) = \frac{1}{n}, \qquad \omega_0'(z_a) = \frac{1}{R_c},$$

$$\omega_1(z_a) = \frac{-2(R_a - R_c)}{(-R_c)\phi_{ac}}, \qquad \omega_1'(z_a) = \frac{2n-2}{(-R_c)\phi_{ac}} \tag{49}$$

以及 $$\phi'(z_a) = -n^2E_c,\ E_c = \frac{\phi_{ac}}{R_c(n-1)} \tag{50}$$

此处 $n = R_c/R_a$,$\phi(z_a) = \phi_{ac}$,ϕ_{ac}表示阳极相对于光阴极的电位.

首先,求线放大率 M 值,它可由两条途径求得:由特解的定义 $M = w(z_i, \varepsilon_{z1})$或通过成像电子光学的拉格朗日-亥姆霍兹(Lagrange-Helmholtz)关系式

$$M = \frac{1}{\sqrt{\phi(z_a) + \varepsilon_{z1}}\,v'(z_a, \varepsilon_{z1})} \tag{51}$$

导出.式中 $v'(z_a, \varepsilon_{z1})$ 可由式(47)求导并令 $\varepsilon_z = \varepsilon_{z1}$,$z = z_a$ 求得.将它代入式(51)中,便能证明这两条求线放大率 M 的途径具有如下相同的结果:

$$M = w(z_i, \varepsilon_{z1})$$
$$= -\frac{1}{n-2}\left[1 + \frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}}\sqrt{\varepsilon_{z1}} + \frac{2n(n-1)}{(n-2)^2\phi_{ac}}\varepsilon_{z1}\right] \tag{52}$$

其次,应该说明,近轴方程渐近解给出的系数 ξ_0,η_0,ξ_1;ω_0,ζ_0,ω_1 之间并不是孤立的,它们是互相关联的.在文献[11]中详细讨论了渐近解系数之间的相互联系.

这样,以式(23)表示的近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$和以式(24)表示的近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$将简化如下:

$$\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i) = -\boldsymbol{r}_0 M\frac{1}{2}\phi'(z_a)\zeta_0(z_a)\eta_0(z_a)(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_z} \tag{53}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i) = -\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0 M\frac{\phi'(z_a)}{2}\xi_0^2(z_a)\left[(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) - \frac{1}{\sqrt{\phi(z_a)}}(\varepsilon_z - \varepsilon_{z1})\right] \tag{54}$$

将式(49)的各系数值代入式(53)和(54)中,并引入阴极面场强 E_c 的公式(50)和线放大率 M 的公式(52),经过一系列的变换,便能得到两电极静电同心球系统的近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$和近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$的表达式:

$$\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i) = \boldsymbol{r}_0\Delta w(z_i) = \boldsymbol{r}_0\left[-\frac{2(M-1)}{\phi_{ac}}(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_z}\right] \tag{55}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i) = \sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\Delta v(z_i)$$
$$= \sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\frac{2M}{E_c}\left[(\sqrt{\varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_{z1}}) - \frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}}(\varepsilon_z - \varepsilon_{z1})\right] \tag{56}$$

式(56)是二级和三级近轴色球差表示式,其首项二级近轴色差的表示式通常在成像电子光学中被称为莱克纳格尔-阿尔齐莫维奇(Recknagel-Artimovich)公式[12,13];式(56)中后一项三级近轴色球差($\sim \dot{\boldsymbol{r}}_0(\sqrt{\varepsilon_z})^2$)要比前一项二级近轴色球差($\sim \dot{\boldsymbol{r}}_0\sqrt{\varepsilon_z}$)小一个数量级.式(55)是三级近轴放大率色差表示式($\sim \boldsymbol{r}_0(\sqrt{\varepsilon_z})^2$).

6 静电两电极同心球系统的近轴横向像差的验证

现在通过一两电极静电同心球系统中的近轴方程的精确解,来推导近轴横向像差的表达式,目的是要验证渐近解推导近轴横向像差的正确性和精确性.

现求两电极静电同心球系统下轴上电位分布 $\phi(z)$以式(25)表示时近轴方程的特解.幸运的是,在文献[3,14]中已经求得近轴轨迹方程(5)的两个特解,它们是精确解,可以表为:

$$v(z,\sqrt{\varepsilon_z}) = \frac{2z}{\sqrt{\phi(z)}}\left[\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}}\right] \tag{57}$$

$$w(z,\sqrt{\varepsilon_z}) = 1 + \frac{1}{R_c}z - \frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{R_c}\frac{2z}{\phi(z)}\left[\sqrt{\phi(z) + \varepsilon_z} - \sqrt{\varepsilon_z}\right] \tag{58}$$

不难证明,特解(57)和(58)也满足初条件(7).

特解(57),(58)和(47),(48)的差别在于,前者是精确解,是直接求解近轴轨迹方程(5)求得的;后者是近似解,是近轴轨迹方程(5)的渐近解.应该指出,式(47),

(48)都精确到 ε_z 的二级小量,它对于研究二级和三级近轴横向像差以及三级几何横向像差具有足够的精度.因此,若展开式(57),(58)精确到 ε_z 的二级小量,我们发现,此时 $v(z,\varepsilon_z)$,$w(z,\varepsilon_z)$的表示式与式(47),(48)是没有区别的.它们对 z 的导数可以表为

$$v'(z,\varepsilon_z)=\frac{(R_c+2z)}{(R_c+z)\sqrt{\phi(z)}}\left[1-\frac{2z}{R_c+2z}\sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\phi(z)}}+\frac{(2z-R_c)\varepsilon_z}{2(R_c+2z)\phi(z)}\right] \tag{59}$$

$$w'(z,\varepsilon_z)=\frac{1}{R_c}-\frac{\sqrt{\varepsilon_z}}{R_c\sqrt{\phi(z)}}\left[2-\frac{z}{\phi(z)}\phi'(z)\right]+\frac{2\varepsilon_z}{R_c\phi(z)}\left[1-\frac{z}{\phi(z)}\phi'(z)\right] \tag{60}$$

现在推导位于像面 $z=z_i$ 处的近轴色球差 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)$ 和近轴放大率色差 $\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)$. $\Delta v(z_i)$,$\Delta w(z_i)$已由式(21)和(22)所定义.由式(47),(48),(59)和(60),便能获得特解 $v,w,v'w'$在 $z=z_a=(R_a-R_c)$处之值.将这些值代入式(21)和(22)中,可以得到

$$\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)=\boldsymbol{r}_0\Delta w(z_i)=\boldsymbol{r}_0\left\{-\frac{2(n-1)}{(n-2)\phi_{ac}}\left[(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_{z1}}-(\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})\right]\right\} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\Delta v(z_i)\\&=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\left\{\frac{2n(R_a-R_c)}{(n-2)\phi_{ac}}\left\{(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})-\frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}}(\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})+\frac{2(n-1)}{(n-2)\sqrt{\phi_{ac}}}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_{z1}}\right\}\right.\end{aligned} \tag{62}$$

在式(61)和(62)中引入 E_c 和 M,最后可以得到与式(55)和(56)完全相同的表示式:

$$\Delta\boldsymbol{r}_w^*(z_i)=\boldsymbol{r}_0\Delta w(z_i)=\boldsymbol{r}_0\left[-\frac{2(M-1)}{\phi_{ac}}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_z}\right] \tag{63}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z_i)=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\Delta v(z_i)=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\frac{2M}{E_c}\left[(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})-\frac{1}{\sqrt{\phi_{ac}}}(\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})\right] \tag{64}$$

这就完全证明了用 M A Monastyrski 提出的近轴方程渐近解的方法求解成像电子光学的近轴横向像差问题是正确的.

7 讨论

现讨论式(64)的第一项,它是二级近轴色球差,在全部近轴横向像差中,它是唯一的二级小量,占有最主要的部分,而且它是整个像面上处处存在(包括轴上点)的像差.二级近轴色球差的表示式被称为莱克纳格尔-阿尔齐莫维奇(Recknagel-Artimovich)公式[12,13],它在像管设计中评价成像质量诸如图像分辨率时经常用到.公式的最大优点是与系统结构和轴上电位分布无关,仅与自光阴极逸出的电子的轴向初电位和径向初电位、阴极面上的电场强度和系统的线放大率有关.

应该指出,尽管式(64)是由一具体的两电极静电同心球系统模型推导出来的,它对于实际应用仍具有普遍意义.现说明如下.对一静电电子光学成像系统,不管它的物面是平面还是球面,我们总能想象,在离阴极面前不远的 $z=z_m$ 处,有一类似透明栅网的等位面,由此组成了一个虚拟的两电极静电同心球系统或虚拟的平面均匀场系统.当由阴极面轴上点逸出初电位为(ε_z,ε_r)的电子,通过此虚拟的阴极-栅极系统后,它将在阴极面后面的某处,由某一轴向初电位 ε_{z1}决定的 $z=-z_{i*}$ 的虚像面上形成近轴色球差.按照上述理论,可以想象在虚像面 $z=-z_{i*}$处形成二级近轴色球差,它可表为:

$$\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z=-z_{i*})=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\frac{2M_1}{E_c}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \tag{65}$$

这里,M_1 是阴极-栅极构成的虚拟系统的线放大率,E_c 一阴极面上的电场强度.

假设在上述的虚拟系统之前联接着一个短透镜,其电位分布由场 $\phi(-z_{i*},z_m)=\phi_m$,$\phi''(z_m,z_a)\neq 0$,$\phi(z_a,z_i)=\phi_i$所组成.假定位于 $z=-z_{i*}$ 处有高度为 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z=-z_{i*})$的虚物.鉴于短透镜乃是一理想电子透镜,它不产生附加的像差.此高度为 $\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z=-z_{i*})$的虚物通过短透镜后,便在 $z=z_i$ 处的像面上形成一个放大或缩小的图像,其线放大率为 M_2.于是有

$$\Delta\boldsymbol{r}_v^*(z=z_i)=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\frac{2M_1M_2}{E_c}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}}) \tag{66}$$

这里 M_2 一短透镜的线放大率.令 $M_1M_2=M$.于是式(64)的第一项依然成立;但 M 应理解为全系统的总的线放大率.

现在总结一下上面的叙述.虽然求近轴像差可以通过近轴轨迹方程的渐近解求解,但求解渐近解的系数看来是过于复杂了.然而,由一两电极静电同心球系统得到的近轴横向像差的表达式,具有极为简单和明晰的形式,这对于实际应用是非常方便的.而且,在具体的系统中证明了二级近轴色球差的莱克纳格尔-阿尔齐莫维奇(Recknagel-Artimovich)公式的普遍成立.此外,首次求得了三级近轴色球差和三级近轴放大率色差的具体表示式,虽则它较二级近轴色球差要小一个数量级.

在通常的情况下,例如作电子光学像管的一般设计,实际计算时,只须考虑二级近轴色球差,其表达式具

有足够的精度评价系统的像质；三级近轴色球差和三级近轴放大率色差是无须考虑的．但是，当系统要研究三级几何横向像差时，不但二级近轴色球差必须考虑，三级近轴色球差和三级近轴放大率色差也需要考虑，因为它们与三级几何横向像差属于同一数量级．在此情况下，我们建议采用如下的近轴横向像差简明表达式：

$$\Delta \boldsymbol{r}^{*}(z_i)=\sqrt{\frac{m_0}{2e}}\dot{\boldsymbol{r}}_0\left[\frac{2M}{E_c}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})+\frac{2M}{E_c\sqrt{\phi(z_i)}}(\varepsilon_z-\varepsilon_{z1})\right]+\boldsymbol{r}_0\frac{-2(M-1)}{\phi(z_i)}(\sqrt{\varepsilon_z}-\sqrt{\varepsilon_{z1}})\sqrt{\varepsilon_z} \quad (67)$$

应该指出，式(67)在实际应用中具有足够的精度，虽然其第二项和第三项是近似表示式，但它在全部近轴横向像差中只占很小的部分．式(67)的表示同样与系统结构和轴上电位分布无关，这对于实际的应用是很方便的．我们相信，不久将会找到更为精确的三级近轴横向像差表示式．

8　结束语

本文由近轴方程渐近解出发研究了求解成像电子光学系统近轴横向像差的途径，推导了普遍形式的近轴横向像差表示式，文中探讨了两电极静电同心球系统中渐近解各系数的求解，并通过此系统的近轴轨迹的特解的精确解和渐近解，推导了近轴横向像差的表示式，证明了渐近解求解近轴横向像差的途径是可行的和精确的．同时，完全证明了著名的莱克纳格尔-阿尔齐莫维奇（Recknagel-Artimovich）公式在具体系统中成立．首次获得三级近轴色球差和三级近轴放大率色差具体表示式，虽然它们较二级近轴色球差要小一个数量级，但在研究三级几何横向像差的同时也是不应该忽略的．最后建议成像电子光学系统的近轴横向像差的简明表示式，它同样与系统结构和轴上电位分布无关，对于实际的应用是很方便的．其结果对于成像电子光学系统的像差研究和像管设计具有实际意义．

参考文献

[1] M A Monastyrski, Y V Kulikov. On chromatic aberrations in cathode lenses[J]. Radiotechnics and Electronics, 1976, 21(10): 2251 – 2254. (in Russian)

[2] M A Monastyrski. On asymptotic solutions of paraxial equation of electron optics[J]. Journal of Technical Physics, 1978, 48(6): 1117 – 1122. (in Russian)

[3] 周立伟．宽束电子光学[M]．北京：北京理工大学出版社，1993，265．
Zhou Liwei. Electron Optics with Wide Beam Focusing[M]. Beijing: Beijing Institute Technology Press, 1993.265. (in Chinese)

[4] 周立伟，M A Monastyrski，M Ya Schelev，张智诠，李元．关于 Tau 变分法研究电子光学成像系统的时间像差理论[J]．电子学报，2006，34(2)：193 – 197．
Zhou Liwei, MA Monastyrski, M Ya Schelev, Zhang Zhiquan, Li Yuan. On the temporal aberration theory of electron optical imaging systems by Tau variation method[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(2): 193 – 197. (in Chinese)

[5] B A Banshitet. On computation of aberrations in cathode lenses[J]. Radiotechnics and Electronics, 1964, 9(5): 844 – 850. (in Russian)

[6] V M Kelman, et al. Theory of cathode lenses, II, Electrostatic lenses withaxial symmetrical fields[J]. Journal of Technical Physics, 1973, 43(1): 52 – 56. (in Russian)

[7] Y V Kulikov, M A Monastyrski, et al. Theory of aberrations of third order incathode lenses, aberrations of cathode lenses in combined electrical and magnetic fields[J]. Radiotechnics and Electronics, 1978, 23(1): 167 – 174. (in Russian)

[8] M A Monastyrski, Y V Kulikov. Theory of aberrations of third order in cathode lenses, chromatic aberrations[J]. Radiotechnics and Electronics, 1978, 23(3)644 – 647. (in Russian)

[9] 周立伟，艾克聪，潘顺臣．复合电磁聚焦阴极透镜的像差理论[J]．物理学报，1983，32(3)：376 – 392．
Zhou Liwei, Ai Kecong, Pan Shunchen. On aberration theory of combined electro-magnetic focusing cathode lenses[J]. Acta Physica Sinica, 1983, 32(3): 376 – 392. (in Chinese)

[10] Ximen Jiye, Zhou Liwei, Ai kecong. Variationai theory of aberrations in cathode lenses[J]. Optik, 1983, 66(1): 19 – 34.

[11] Zhou Liwei. On theory of paraxial lateral aberrations in imaging electrostatic electron optics based on asymptotic solutions[A]. International Symposium on Photoelectronic Detection and imaging, Technology and Applications[C]. Beijing: SPIE, 2007.6621: 662101 – 1 – 12.

[12] Recknagel A. Theorie des elektrisohen elektronen miktroskops fur selbstrakler[J]. Z Angew Physik, 1941, 119: 689 – 708. (in Germen)

[13] Artimovich L A. Electrostatic properties of emission systems[J]. Information of Academy of Sciences, USSR, Series of Physics, 1944, 8(6): 313 – 328. (in Russian)

[14] Zhou Liwei. Electron optics of concentric spherical electro-magnetic focusing systems[J]. Advances in Electronics and Electron Physics, 1979, 52: 119 – 132.

作者简介

周立伟　男，汉族，1932 年生于上海，浙江诸暨人．中国工程院院士，北京理工大学教授、博士生导师．长期在宽束电子光学、光电子成像领域从事教学与科研工作．研究方向为静态和动态宽束电子光学理论和计算与光电子成像技术．
E-mail：zhoulw@vip.sina.com