

天基稀疏阵杂波自由度分析

陆必应, 梁甸农

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 天基稀疏孔径实现地面运动目标指示具有很大吸引力, 如何简单准确地估计空时自适应处理器的杂波自由度是一个重要的课题. 针对天基稀疏孔径的两种常用类型——稀疏子阵列和非全向性阵元稀疏阵, 基于空时等效理论, 从等效的虚拟空间阵列角度分析了阵列的杂波自由度, 得到了预测杂波自由度的简单方法, 仿真结果验证了方法的有效性. 最后从杂波自由度得到分布式小卫星雷达实现地面运动目标指示的基本设计约束条件.

关键词: 稀疏阵; 空时自适应处理; 雷达杂波; 杂波自由度; 地面运动目标指示

中图分类号: TN958 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 06-1134-04

Estimation of the Clutter Rank of Space Based Sparse Array

LU Bi ying, LIANG Dian nong

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Ground moving target indicator (GMTI) using space-based sparse array is attractive. How to estimate the clutter rank simply and accurately is an essential issue in space time adaptive processing (STAP). Space-based sparse arrays usually appear as subarrays or arrays with non-isotropic elements. The 2D space-time signal can be viewed as 1D space signal received from an equivalent synthetic space array according to space-time equivalence theory. Then simple and accurate clutter rank estimating formulas are derived from the synthetic space array according to these two classes of sparse array. The simulations verify the accuracy of the formulas. Basic design constraints of the distributed small satellite based GMTI radar are derived from the clutter rank.

Key words: sparse array; space-time adaptive processing; radar clutter; clutter rank; ground moving target indicator

1 引言

利用天基稀疏孔径实现 GMTI 具有很大的吸引力: 首先稀疏孔径具有较高的空间分辨率, 其次稀疏孔径非常适合于系统的模块化构成, 小卫星分布式雷达正是此类系统的典型代表^[1,2].

由于地球自转和航天器绕轨运行, 任何非地球同步轨道天基雷达系统接收到的地杂波的频谱都会扩展. 在扩展的杂波背景中检测慢速运动目标, 一般采用空时自适应处理技术 (STAP). 在 STAP 中, 以杂波协方差矩阵秩表示的杂波自由度是场景杂波严重程度的一个重要指标, 如何简单有效地估计 STAP 中的杂波自由度是一个重要的课题^[1-9].

对于均匀紧凑阵, 预测杂波自由度最有效的方法是 Brennan 准则^[1,5-9]; Ward 研究了规则稀疏阵 STAP 问题,

给出了预测杂波自由度范围的公式^[4], 但该方法对一般的随机稀疏阵不适用, 且对超稀疏分布的阵列, 预测得到的最大杂波自由度大于测量自由度, 因而没有应用价值; Goodman 从等效时间孔径的角度研究了天基超稀疏分布随机阵的自由度预测方法^[1], 但该方法过于复杂, 且结果有待进一步验证.

本文针对小卫星分布式 GMTI 雷达系统, 从等效虚拟阵列的角度研究了超稀疏随机阵杂波自由度, 主要内容安排如下: 第二部分介绍了传统的杂波自由度预测公式; 第三部分首先分析了阵列的空时等效理论, 随后基于此理论分析了两类随机稀疏阵——稀疏子阵列和稀疏子天线的杂波自由度, 得到了预测杂波自由度的简单方法; 第四部分针对不同的随机稀疏阵进行了仿真验证; 最后从杂波自由度角度研究了小卫星分布式雷达系统实现 GMTI 功能的基本约束条件.

2 Brennan 准则与 Ward 准则

在理想情况下,由 N 个阵元构成的间距为半波长的均匀紧凑线阵,假设时域相关积累脉冲数为 M ,在正侧视情况下,若杂波方位角为 180° 且为等功率的,则杂波秩由下式表示的 Brennan 准则确定^[1,4-6,8]:

$$r_c = \text{rank} R_c = N + (M - 1)\beta \quad (1)$$

其中 β 为空间因子,定义为归一化空间频率与归一化时间频率的比值。

Ward 研究了规则稀疏阵的杂波秩,得如下结论^[4]:若稀疏阵由阵元间距为半波长的规则紧凑阵抽取得到,假设相同阵列孔径对应的紧凑阵阵元数为 N_0 ,稀疏阵阵元数为 N ,相关积累脉冲数为 M ,紧凑阵对应的空间因子为 β_0 ,则稀疏阵的杂波秩最小值为:

$$r_{\min} = N + M - 1 \quad (2)$$

最大值为:

$$r_{\max} = N_0 + (M - 1)\beta_0 \quad (3)$$

获得最小秩的条件是阵列均匀分布且阵元间距 $d = \lambda_0/2$ 。

虽然 Ward 准则给出了一类特殊结构稀疏阵杂波秩的最大值和最小值,并给出了获得最小值的条件,但该准则由于以下两个原因对小卫星分布式雷达系统没有很大的应用价值:第一,小卫星分布式雷达是随机稀疏阵,因而不能满足获得最小值的条件;第二,小卫星分布式雷达的小卫星之间的距离小则几十米,大则几百米甚至几公里,阵元间距是发射电磁波波长的几百到几千倍,由式(3)估计出的最大杂波秩可能远大于测量自由度。

3 随机稀疏阵杂波自由度分析

3.1 阵列的空时等效性

由 N 个阵元构成的阵列对观测区域进行 M 次相参积累采样,观测结果具有空时等价性,可以将观测结果表示成等效的时间观测孔径^[1,8-10]或等效的空间孔径。假设阵列为由 N 个阵元构成的沿方位向排列的均匀阵,阵元间距为 d ,脉冲重复周期为 T_r ,相干积累脉冲数目为 M 。阵列沿方位向运动,运动速度为 v m/s,在相邻脉冲重复间隔 (PRI) 内阵元移动的距离为 vT_r ,利用空时等价关系可得移位后阵元接收到的雷达回波等价于移位前在 $2vT_r$ 处存在一个虚拟阵元接收到的雷达回波^[9,10],此即等效虚拟阵列的阵元位移,称为“虚拟位移”,记为

$$\Delta = 2vT_r \quad (4)$$

假设第 n 个阵元的初始位置为 $x_{n,0}$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, 经 m 个 PRI 得到的虚拟阵元的位置为

$$x_{n,m} = x_{n,0} + \Delta \cdot m, m = 1, 2, \dots, M-1 \quad (5)$$

由上述 NM 个不同位置的阵元 $x_{n,m}$ 构成一个虚拟空间阵列,阵列孔径为

$$D_v = (N-1)d + (M-1)\Delta \quad (6)$$

利用上述虚拟阵列的概念,可以得到预测杂波自由度的重

要准则:杂波自由度由虚拟阵列对杂波场景的独立观测量决定。对全向性阵元若相邻阵元间距大于半波长,则认为二者对杂波的观测量是相互独立的。

利用此规则可得到 Brennan 准则和 Ward 准则。对均匀紧凑阵,相邻阵元间距 $d_0 = \lambda/2$,原始阵列的 N 个阵元相互独立,第 m ($m = 1, 2, \dots, M-1$) 个 PRI 得到的 N 个虚拟阵元中有 Δ/d_0 个阵元与前面所有 PRI 获得的虚拟阵列的阵元相互独立,即杂波自由度为

$$r_c = N + \frac{2vT_r}{d_0}(M-1) = N + \beta_0(M-1) \quad (7)$$

此即 Brennan 准则。

在 Ward 准则中,

$$\beta_0 = \frac{2vT_r}{d_0} = \frac{4vT_r}{\lambda} \quad (8)$$

代入式(3)得到获得最小杂波自由度的条件为:

$$d = 2vT_r = \lambda \quad (9)$$

式(9)表明均匀阵列的阵元间距恰好等于虚拟位移,此时虚拟阵列中相互独立的阵元个数恰好为 $N + M - 1$ 。

小卫星分布式雷达系统的天线阵列可简化为两种特殊的阵列模型:稀疏子阵列和稀疏子天线(非全向性阵元)。下面分析这两种不规则稀疏阵的杂波自由度。

3.2 稀疏子阵列

假设阵列沿方位向分布,各子孔径阵元间距和孔径长度是相等的,子阵列阵元个数为 N_1 ,子孔径数为 N_2 ,相关积累脉冲数为 M 。利用虚拟阵列分析杂波自由度,若虚拟位移大于整个孔径,则虚拟阵列中所有阵元对杂波的观测量均是独立的,故

$$r_c = N_2 N_1 M \quad (10)$$

若虚拟位移小于阵列孔径,则每个子阵列时空转化得到的虚拟阵列相互独立的阵元数为

$$r_{\text{sub}} = N_1 + \beta(M-1) \quad (11)$$

其中 $\beta = \min(2vT_r/d_0, N_1)$, d_0 为紧凑子阵列的阵元间距,一般取半波长。

稀疏阵的杂波自由度为子阵列杂波自由度之和去除不同虚拟子阵列中相关的阵元数 N_0 ,即

$$r_c = N_2(N_1 + \beta(M-1)) - N_0 \quad (12)$$

3.3 稀疏子天线

首先考虑紧凑排列的子天线,即阵元间距等于子天线的方位孔径 D_{sub} 。假设非全向性阵元数目为 N ,则第 m ($m = 1, 2, \dots, M-1$) 个 PRI 得到的 N 个虚拟阵元中有 Δ/D_{sub} 个阵元与前面所有 PRI 获得的虚拟阵列的阵元相互独立,故杂波自由度为

$$r_c = N + \beta(M-1) \quad (13)$$

其中 $\beta = \min\left[\frac{2vT_r}{D_{\text{sub}}}, N\right]$ 。

实际上,对理想的均匀紧凑阵,空间因子可表示为

$$\beta = 2v^* T_r^* \sin \phi / \lambda \quad (14)$$

其中 ϕ 为地杂波锥面角补角的最大值,在正侧视情况下约

为子天线方向图的方位向夹角的一半,即

$$\phi \approx \frac{1}{2D_{sub}} \quad (15)$$

当天线方位孔径远大于发射电磁波的波长时有

$$\sin \phi \approx \phi \approx \frac{1}{2D_{sub}} \quad (16)$$

将式(16)代入式(14),获得了相同的结果

$$\beta \approx \frac{2vT_r}{D_{sub}} \quad (17)$$

当阵列为稀疏分布的子天线时,假设通过时空转换得到的虚拟阵列中相关阵元数为 N_0 ,则杂波自由度为

$$r_c = NM - N_0 \quad (18)$$

如何确定非全向性阵元构成的虚拟阵列中相关阵元数呢?一个简单的方法是直接计算相互重叠的阵元数.假设虚拟阵列中第 k 个阵元的空间位置为 x_k ($k = 1, 2, \dots, NM$),对第 i, j 个阵元,定义重叠系数

$$N_{i,j} = \begin{cases} 1 - \frac{|x_i - x_j|}{D_{sub}}, & |x_i - x_j| < D_{sub} \\ 0, & |x_i - x_j| \geq D_{sub} \end{cases} \quad (19)$$

假设阵元按位置依次排列,则总的相关阵元数可按如下的方法估计

$$N_0 = \text{int} \left(\sum_{i=1}^{NM} N_{i,i+1} \right) \quad (20)$$

其中 $\text{int}(\cdot)$ 表示取整运算.

4 仿真结果分析

为验证理论分析,针对不同的系统和不同的参数,进行了大量的仿真分析,在此选择几个具有代表性的结果.首先仿真稀疏子阵列的杂波秩.假设某小卫星 GMTI 系统卫星高度 $H = 700\text{km}$,星运行速度 $v = 7\text{km/s}$,电磁波波长 $\lambda = 0.2\text{m}$,接收波门 $200\mu\text{s}$,雷达系统俯仰向张角为 30°

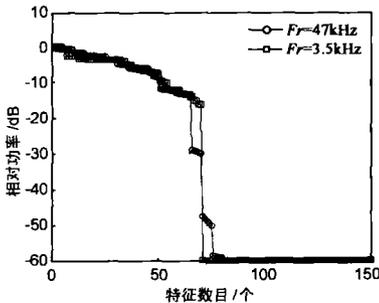


图1 规则稀疏子阵列的杂波秩

($30^\circ \sim 60^\circ$)沿卫星运行方向(方位向)小卫星数目 $N_2 = 5$,相关积累脉冲 $M = 6$.首先考虑均匀稀疏阵,假设阵元间距为 8m ,子阵列阵元数 $N_1 = 5$.在正侧视情况下,分别取 $T_r = 1.5/70\text{ms}$ ($F_r = 47\text{kHz}$)和 $T_r = 2/7\text{ms}$ ($F_r = 3.5\text{kHz}$),利用式(12)计算得杂波自由度分别为 63 和 70 ,实际仿真得到的杂波矩阵的秩如图 1 所示,可见其拐点与理论计算很好地吻合.

将子孔径间的距离随机化,小卫星间距由均值为 8m ,方差为 0.8m 的高斯随机函数产生,五颗小卫星的具体间距为 $[9.903 \ 7.940 \ 8.524 \ 8.279]\text{m}$,同样地取前述两种不同的脉冲重复间隔,对该阵列利用式(12)计算得到的

杂波自由度分别为 63 和 113 ,实际仿真得到的杂波矩阵的秩如图 2 所示,二者也很好地吻合.

接着考虑非全向性阵元.假设某小卫星分布式雷达系统卫星高度 $H = 700\text{km}$,沿方位向的运行速度 $v = 7\text{km/s}$,小卫星数目 $N = 8$,相关积累脉冲数目 $M = 10$.先考虑阵元间距为 10m 的均匀阵,令波长,子天线方位孔径为 2.5m ,分别取脉冲重复频率 $F_r = 5.6\text{kHz}$ 和 $F_r = 5\text{kHz}$,前者对应的虚拟阵列阵元只有完全重合和完全独立两种关系,后者虚拟阵元存在部分重合的关系,利用式(18)计算得到的杂波自由度都为 38 ,杂波矩阵的特征谱如图 3 所示,可见前者与理论预测值完全相同,后者准确地预测出拐点.

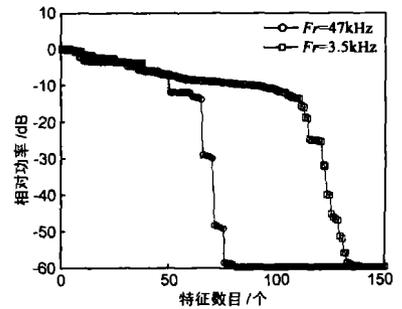


图2 随机稀疏子阵列的杂波秩

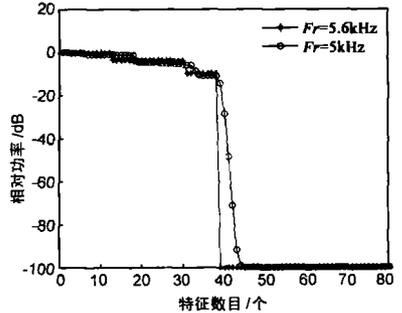


图3 均匀稀疏阵特征谱

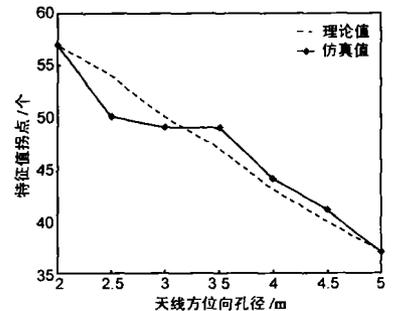


图4 随机稀疏阵特征值拐点

随后考虑由均值为 10m ,方差为 2m 的高斯随机函数产生的随机阵,阵元间距为 $[9.5674 \ 8.3344 \ 10.1253 \ 10.2877 \ 8.8535 \ 11.1909 \ 11.1892]\text{m}$,取脉冲重复频率,改变子天线方位孔径,求杂波矩阵特征值,获得特征值从大到小排列的拐点如图 4 所示,可见理论预测值与仿真结果吻合.

5 杂波自由度对小卫星分布式 GMTI 雷达系统的约束

小卫星分布式雷达系统是一个典型的超稀疏分布的随机阵,从减小数据量、降低系统成本和实现难度的角度考虑,采用非全向性天线具有更大的吸引力,下面针对这种天线进行具体分析.

小卫星分布式雷达实现 GMTI 功能的前提条件是杂波自由度小于观测自由度.低轨卫星属于高速运行载体,

在一个脉冲重复间隔内卫星沿方位向运行的距离少则几米,多则几十米,一般大于子天线的孔径。由前文的分析可知,要使杂波自由度小于观测自由度,对小卫星雷达系统的一个基本要求是虚拟位移小于阵列孔径;另外对超稀疏分布的小卫星,若相邻两颗卫星方位向最小间距大于相参积累时间内阵元的最大虚拟位移,则所有的虚拟阵元相互独立,不能进行有效的杂波抑制。综合前面的分析得到下述推论。

推论: 假设小卫星分布式雷达系统卫星星座方位向尺寸为 L , 小卫星个数为 N , 相邻小卫星的间距最小值为 d_{\min} , 相关积累脉冲数为 M , 沿方位向运行速度为 v , 脉冲重复周期为 T_r , 利用 STAP 方法进行正侧视 GMTI 的必要条件为:

$$\frac{d_{\min}}{M-1} < 2vT_r < L \quad (21)$$

6 结论

本文针对天基稀疏孔径的两种常用类型——稀疏子阵列和非全向性阵元稀疏阵, 基于空时等效理论, 推导了预测杂波自由度的简单公式, 仿真结果验证了方法的有效性, 并从杂波自由度得到分布式小卫星雷达实现 GMTI 的基本设计约束条件。

参考文献:

- [1] Goodman N A. SAR and MTI Processing of Sparse Satellite Clusters[D]. Kansas: the University of Kansas, July, 2002.
- [2] Basler R P. Sparse Array Antennas and Clutter Suppression Processing for Space-Based Radars[R]. New York: AFRL, 2000.
- [3] Zatman M. Space-time adaptive processing using sparse ar

rays[A]. 11th Annual ASAP Workshop[C]. Lexington: MIT Press, Mar, 2003. 1- 34.

- [4] Ward J. Space-time adaptive processing with sparse antenna arrays[A]. 32nd Asiloma Conference on Signals [C]. Lexington: MIT Press, 1998, 2: 1537- 1541.
- [5] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [6] Ward J. Space-time Adaptive Processing for Airborne Radar[R]. Lexington, MA: MIT Lincoln Laboratory, 1994.
- [7] Melvin W L. A STAP overview[J]. IEEE A&E System Magazine, 2004, 19(1): 19- 35.
- [8] Zhang Q, Mikhael W B. Estimation of the clutter rank in the case of subarraying for space-time adaptive processing[J]. Electronics Letters, 1997, 33(5): 419- 420.
- [9] Klemm R, Ender J. New aspects of airborne MTI[A]. Proceeding of IEEE Int Radar Conf[C]. Wachtberg, West Germany, 1990. 335- 340.
- [10] Buckley K M. Spatial/spectral filtering with linearly constrained minimum variance beamformers[J]. IEEE Trans ASSP, 1987, 35(3): 249- 266.

作者简介:



陆必应 男, 1976 年 12 月生, 安徽舒城人, 国防科技大学电子科学与工程学院讲师、博士研究生, 获国家、部委科技进步二等奖各 1 项, 在各类核心期刊发表学术论文 18 篇, 研究方向为雷达系统与信号处理。
E-mail: joelu76@yahoo.com.cn

梁甸农 男, 1936 年生, 湖南涟源人, 现为国防科技大学电子科学与工程学院教授、博士生导师, 中国电子学会会员, 主要从事超宽带雷达、天基分布式雷达系统理论和自适应信号处理研究。