

# MIMO 非线性系统的多模型建模方法

薛振框, 李少远

(上海交通大学电子信息学院自动化研究所 上海 200030)

**摘 要:** 针对实际工业过程中多变量系统存在着非线性、工况范围广的特点, 本文提出了一种新的多模型建模方法. 首先对系统调度变量进行满意模糊  $c$  均值聚类, 在此基础上采用基于加权性能指标的多模型辨识算法辨识多模型系统, 得到的模型在全局拟合与局部特性之间取得良好的权衡, 同时能得到每个局部模型的适用域. 以典型 pH 中和过程为对象, 采用上述建模方法建立其系统多模型, 仿真结果验证了该建模方法的有效性.

**关键词:** 多模型; 非线性系统; 模糊聚类; 局部模型网络

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 01-0052-05

## A Multi-Model Modeling Approach to MIMO Nonlinear Systems

XUE Zhen-kuang, LI Shao-yuan

(Institute of Automation School of Electrical and Information Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200030)

**Abstract:** For real industrial processes in which systems are multi-input multi-output (MIMO), nonlinear and large operating range, a new multi-model modeling approach is presented in this paper. Firstly, a set of scheduling variables is partitioned into  $c$  subsets by Satisfactory Fuzzy  $c$ -mean Clustering algorithm, then the multi-model system is identified by the identification algorithm based on weighted performance function. The resulted model can obtain good trade-off in terms of global fitting and local interpretation. For each local model, its valid area is got as well. The result of application with the modeling approach to typical pH process illustrates the performance of the proposed algorithm.

**Key words:** multi-model; nonlinear system; fuzzy clustering; local model networks

## 1 引言

过程控制、故障诊断、状态估计离不开有效的数学模型, 然而实际工业过程中系统往往具有多变量、非线性、工况范围广的特点, 使得建立最大程度真实反映系统的模型成为难题. 此时, 从系统输入输出数据入手, 采用非线性系统辨识方法如 Hammerstein 模型结构、Wiener 模型结构等是常用的方法<sup>[1]</sup>. 然而运用上述模型结构表征复杂系统全局性能往往十分困难. 采用基于分解-合成法则的多模型建模策略可在一定程度上克服上述不足, 局部模型网络 (LMN, Local Model Networks)<sup>[2]</sup> 就是针对非线性对象的典型的多模型建模方法之一. 该方法将系统的输出描述为基函数与其对应的局部模型乘积的总和, 反映系统输入输出之间的非线性关系.

在多模型建模过程中, 为了避免全部参数同时辨识的非线性优化问题, 通常分为两个步骤对参数进行辨识: 首先由模糊聚类算法确定基函数中的参数, 继而采用最小二乘法辨识局部线性模型参数. 针对模糊聚类算法中需要事先给定聚类数的问题, 文献[3]提出基于满意聚类的建模方法, 给出选取聚类数目以及聚类数递增过程中确定下次聚类初始条件的一

般方法, 然而却忽略了最先聚类开始时初始条件的影响. 本文将对此加以改进, 并就工业实际的特点给出用于聚类的数据集的确定方法. 同时注意到聚类数是否满意是以模型输出误差为准则的<sup>[3]</sup>, 因此局部模型参数的辨识更为重要, 而大多数现有的辨识算法都是基于系统全局性能指标或各局部模型的局部性能指标之上, 得到的模型很难兼顾模型的全局拟合能力与局部特性<sup>[4]</sup>. 本文提出一种基于加权性能指标的辨识算法, 将全局性能指标与局部性能指标结合到一个算法框架中, 使得到的多模型系统在全局拟合与局部特性之间取得良好的权衡. 最后以典型 pH 中和过程为对象, 采用本文提出的建模方法建立其系统多模型, 仿真结果验证了该建模方法的有效性.

## 2 MIMO 系统的多模型描述

对于  $R$  维输入  $M$  维输出的多变量系统, 基于 LMN 的多模型描述为<sup>[4]</sup>:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n \phi_i(k) f_i(k) \quad (1)$$

其中,  $\hat{y}(k) \in \mathbf{R}^M$  表示  $k$  时刻系统输出向量,  $\phi_i$  是基函数 (Basis

收稿日期: 2003-12-22; 修回日期: 2004-05-31

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60474051); 教育部高等学校博士学科点专项基金 (No. 20020248028)

Functions), 它是调度变量  $\phi(k) \in \mathbf{R}^{n_\phi}$  的函数,  $f_i$  是输入变量  $(k) \in \mathbf{R}^{n_i}$  的局部模型, 基函数的个数为  $n$ .

基函数通常选 Gaussian Bells 函数, 其形式为:

$$\tilde{f}_i(\phi) = \exp\left[-\frac{(\phi - c_i)^T(\phi - c_i)}{s_i^2}\right] \quad (2)$$

其中,  $c_i$  为高斯函数的中心变量,  $s_i$  为高斯函数的宽度.

为了保证输入空间划分的统一性, 将各基函数进行归一化处理:

$$f_i(\phi) = \frac{\tilde{f}_i(\phi)}{\sum_{i=1}^n \tilde{f}_i(\phi)} \quad (3)$$

公式(1)中的局部模型  $f_i$  可以为任何形式: 非线性或线性形式, 状态空间或输入输出形式, 离散或连续形式等等<sup>[4]</sup>. 本文以 MIMO 的 CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average) 模型进行讨论, 其形式为:

$$A_i(z^{-1})y(k) = B_i(z^{-1})u(k-1) \quad (4)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} A_i(z^{-1}) = I + A_{i1}z^{-1} + \dots + A_{in_A}z^{-n_A} \\ B_i(z^{-1}) = B_{i0} + B_{i1}z^{-1} + \dots + B_{in_B}z^{-n_B} \\ A_{ij} \in \mathbf{R}^{M \times M}, j = 1, \dots, n_A \\ B_{ij} \in \mathbf{R}^{M \times R}, j = 1, \dots, n_B \end{cases}$$

$n_A$ 、 $n_B$  分别为模型输出与输入的阶次.

则式(1)可以改写为:

$$\hat{y}^T(k) = \sum_{i=1}^n f_i(\phi(k)) \cdot \mathbf{z}^T(k) \cdot \mathbf{a}_i \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{z}^T(k) = [y^T(k-1) \dots y^T(k-n_A) u^T(k-1) \dots u^T(k-n_B-1)]$

$$\mathbf{a}_i = [A_{i1} \dots A_{in_A} B_{i0} \dots B_{in_B}]^T$$

### 3 多模型建模方法

由式(5)可知, 多模型建模问题即为参数  $n$ 、 $c_i$ 、 $s_i$  和  $\mathbf{a}_i$  的辨识问题. 为了避免参数辨识的非线性优化, 分两个步骤对上述参数进行辨识, 首先采用满意模糊 c 均值聚类算法对系统调度变量进行聚类, 从而确定  $n$ 、 $c_i$ 、 $s_i$ , 然后利用基于加权性能指标的多模型辨识算法辨识各局部模型参数  $\mathbf{a}_i$ .

#### 3.1 满意模糊 c 均值聚类

为了解决聚类算法需要事先给定聚类个数的缺点, 文献[3]提出“满意”的思想, 与 GK<sup>[6]</sup>聚类算法相结合, 根据用户满意的建模精度指标决定是否增加新的聚类. 由于在多模型建模任务中聚类的作用侧重于获取聚类中心, 而不是聚类形状, 因此本文用计算更为简单的模糊 c 均值聚类 (FCM, Fuzzy c Mean)<sup>[5]</sup>代替 GK 聚类, 提出满意模糊 c 均值聚类算法, 进一步降低了多模型建模的计算量.

在聚类算法中, 虽然普遍采用迭代的方法求取近似最优解, 但聚类在本质上仍是一个非线性优化的问题<sup>[6]</sup>. 像大多数非线性优化问题一样, 聚类效果在很大程度上依赖于初始参数 (初始隶属度矩阵) 的选取, 而在满意聚类算法中上一次的聚类效果对下一次的聚类存在着必然的影响<sup>[3]</sup>, 因此  $c=2$  时的初始隶属度矩阵的选取是非常重要的. 在此可以从数据样

本集中找出最不相似的两个样本, 以这两个样本为初始聚类中心计算隶属度矩阵  $U_0$ , 这样就避免了初始隶属度矩阵的随机试凑, 在提高计算效率的同时, 也使聚类效果更为满意.

当聚类结束后, 待辨识参数  $n$ 、 $c_i$  与聚类结果存在着如下关系:

$$n = c \quad (6)$$

$$c_i = v_i, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

而  $s_i$  可以采用 Moody 和 Darken<sup>[7]</sup>提出的最邻域启发式算法来确定:

$$s_i = \left[ \frac{1}{p} \sum_{l=1}^p (c_i - c_l)^T (c_i - c_l) \right]^{1/2} \quad (8)$$

其中,  $p$  为第  $i$  个聚类最邻域的个数;  $c_l (l = 1, \dots, p)$  为  $c_i$  各个最邻域的聚类中心.

定义  $\mathbf{z} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ ,  $\mathbf{z} \in \mathbf{R}^d$ , 其中  $d$  为  $c_i$  中的元素数量, 则第  $i$  个模型的适用域可定义为:

$$\Delta_i \triangleq [c_i - s_i \mathbf{z}, c_i + s_i \mathbf{z}], i = 1, \dots, n \quad (9)$$

#### 3.2 基于加权性能指标的多模型辨识算法

在确定了基函数中的参数  $n$ 、 $c_i$ 、 $s_i$  之后, 各数据样本的基函数值可以通过公式(3)计算得出, 因此各局部模型参数  $\mathbf{a}_i$  的辨识问题也就简化为线性优化问题, 可以采用最小二乘法进行求解. 对于 MIMO 系统模型, 由于各通道的输出及参数向量与其他通道是相互独立的, 因此可以对  $M$  个输出通道的参数分别进行辨识, 最后组合成待辨识参数  $\mathbf{a}_i$ .

大多数现有的辨识 LMN 模型的算法都是基于最小化实际系统与全局模型之间输出偏差平方和之上的, 虽然这些算法能使得到的 LMN 模型具有良好的全局性能, 但是由于在各工作点邻域内采用线性模型近似实际非线性, 必然存在模型结构上的失配, 从而使模型难以有好的局部特性, 不能保证模型的鲁棒性<sup>[4]</sup>, 其全局性能指标为:

$$J_{mG}(\mathbf{a}_m) = \sum_{k=1}^N (y_m(k) - \hat{y}_m(k, \mathbf{a}_m))^2 = (\mathbf{Y}_m - \mathbf{a}_m^T \mathbf{Q}_m)^T (\mathbf{Y}_m - \mathbf{a}_m^T \mathbf{Q}_m) \quad (10)$$

其中,  $m = 1, \dots, M$ ;

$\mathbf{a}_m = [a_{m1} \ a_{m2} \ \dots \ a_{mn}]^T$ ,  $\mathbf{a}_m$  为  $\mathbf{a}_i$  的第  $m$  列向量;

$\mathbf{Y}_m = [y_m(1) \ y_m(2) \ \dots \ y_m(N)]^T$ , 为系统第  $m$  通道实际输出向量;

$$\mathbf{Q}_m = \begin{bmatrix} 1(1)^T(1) & 2(1)^T(1) & \dots & n(1)^T(1) \\ 1(2)^T(2) & 2(2)^T(2) & \dots & n(2)^T(2) \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 1(N)^T(N) & 2(N)^T(N) & \dots & n(N)^T(N) \end{bmatrix}$$

另外有些算法为保证局部模型的局部特性, 分别辨识各个局部模型, 然后进行加权得到全局模型, 然而这种算法得到的模型却很难有良好的全局拟合性能<sup>[4]</sup>, 其局部性能指标为:

$$J_{mi}(\mathbf{a}_{im}) = \sum_{k=1}^{N_i} (y_{im}(k) - \hat{y}_{im}(k, \mathbf{a}_{im}))^2 = (\mathbf{Y}_{im} - \mathbf{a}_{im}^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{Y}_{im} - \mathbf{a}_{im}^T \mathbf{Q}_i)) \quad (11)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $m = 1, \dots, M$ ;

$\mathbf{Y}_{im} = [y_{im}(1) \ y_{im}(2) \ \dots \ y_{im}(N_i)]^T$ , 第  $i$  个工作点邻

域第  $m$  通道实际输出向量:

$$i = [ (1) \quad (2) \quad \dots \quad (N_i) ]^T;$$

$$Q_i = \text{diag}(i(1) \quad i(2) \quad \dots \quad i(N_i)).$$

将局部算法中的性能指标改写成  $m$  的函数形式:

$$J_{mL}(m) = \sum_{i=1}^n (Y_{im} - i_{im})^T Q_i (Y_{im} - i_{im})$$

$$= (Y_m - m_m)^T Q (Y_m - m_m) \quad (12)$$

$$\text{其中: } Y_m = [Y_{1m}^T \quad Y_{2m}^T \quad \dots \quad Y_{nm}^T]^T;$$

$$= \text{diag}(1 \quad 2 \quad \dots \quad n);$$

$$Q = \text{diag}(Q_1 \quad Q_2 \quad \dots \quad Q_n).$$

充分考虑上述两种辨识算法的优缺点,可以了解到它们之间具有一定的互补作用,因此本文提出一种基于加权性能指标的辨识算法,利用局部算法中局部加权回归以及局部逼近的思想,同时保留全局算法中的模型结构,使得辨识得到的模型在全局拟合和局部特性之间取得良好的权衡.取加权性能指标为:

$$J_{mW} = J_{mG} + J_{mL}, m = 1, \dots, M \quad (13)$$

其中,  $0 \leq \alpha \leq 1$ , 且满足  $\alpha + \beta = 1$ .

在实际应用中,  $\alpha$  取值可由工程设计人员根据具体的要求自主调整,达到全局拟合与局部特性之间一个满意的权衡,如果更注重多模型系统的全局拟合能力,则可以取较大的值,反之  $\alpha$  值取较小.

将式(10)、式(12)代入式(13)可得:

$$J_{mW}(m) = (Y_m - m_m)^T (Y_m - m_m) + (Y_m - m_m)^T Q (Y_m - m_m) \quad (14)$$

对  $J_{mW}(m)$  取极小,即令  $\partial J_{mW}(m) / \partial m = 0$  可得:

$$m = (I^T + Q^T Q)^{-1} (I^T Y_m + Q^T Q Y_m) \quad (15)$$

在对  $M$  个通道分别进行最小二乘辨识后,MIMO 多模型系统参数估计值为:

$$[ \begin{matrix} T_1 & T_2 & \dots & T_n \end{matrix} ] = [ \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & M \end{matrix} ]^T \quad (16)$$

### 3.3 MIMO 系统多模型建模算法

在 LMN 多模型描述中,调度变量可以理解为实际过程中的当前工况,一般选用系统当前时刻已知的输入输出来描述,即  $\phi(k) = [u^T(k-1), y^T(k)]^T$ . 用于聚类的数据样本集由系统的调度变量组成,即为  $\Phi = \{\phi(1), \dots, \phi(N)\}$ , 其中  $\phi(k) \in R^{M+R}, k = 1, \dots, N$ .

MIMO 系统的多模型建模算法可具体描述为如下步骤:

**Step1** 令初始聚类个数  $c = 2$ , 从数据样本集中找出最不相似的两个样本,以这两个样本为初始聚类中心计算隶属度矩阵  $U_0$ , 初始隶属度的计算方法为:

$$\mu_{i,k} = 1 / \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\phi(k) - v_i}{\phi(k) - v_j} \right]^{\frac{2}{w-1}} \quad i = 1, 2 \quad k = 1, \dots, N \quad (17)$$

其中,  $w \in (1, \infty)$ , 通常可以取为 2. 由式(17)可以看到,隶属度是以距离为度量来描述的,因此这里“最不相似”可以简单理解为距离最远,由下式获得:

$$(i, j) = \arg \max_{1 \leq i, j \leq N} \phi(i) - \phi(j) \quad (18)$$

**Step2** 由初始隶属度矩阵  $U = U_0$ , 利用 FCM 算法<sup>[5,6]</sup>将数据集  $\Phi$  进行聚类,得出隶属度矩阵  $U = [\mu_{i,k}]_{c \times N}$  及各聚类中心向量  $v_i (i = 1, \dots, c)$ , 由式(6)~(8)计算基函数中各参数;

**Step3** 由  $n, c_i, s_i$  计算每个数据样本的基函数值  $i (i = 1, \dots, n)$ , 将  $N$  个时刻的输入输出数据组合成  $X$  及  $Y_m, Y_n, m = 1, \dots, M$ . 工程人员根据具体要求选择好  $\alpha, \beta$  值后,就可由式(15)、(16)得到各局部模型的参数  $i (i = 1, \dots, n)$ ;

**Step4** 计算用户给定的系统性能指标  $S$  的当前值  $S_c$ , 对于系统建模来说,往往采用模型的均方根误差指标<sup>[3]</sup>来衡量模型的拟合效果;当系统性能指标  $S_c \leq S_{TH}$ ,  $S_{TH}$  为满意的性能指标阈值,则认为多模型建模结束;否则认为系统聚类不成功,转 Step5;

**Step5** 在数据样本集中,根据隶属度矩阵  $U$  找出一个与各子集均不相似样本  $\phi(k), k \in [1, N]$ , 不相似性按下式给出:

$$k = \arg \min_k \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n (\mu_{i,k} - \mu_{j,k}) \quad (19)$$

为避免噪声的影响,一般应找出几个类似的样本求其平均值,作为新的聚类中心  $v_{c+1}$ ;

**Step6** 以  $v_1, \dots, v_c, v_{c+1}$  为初始聚类中心,计算新的初始隶属度矩阵  $U_0$ , 而非重新初始化的随机矩阵;

**Step7** 令  $c = c + 1$ , 转 Step2

满意模糊  $c$  均值聚类算法直接以  $c = 2$  为初始化条件,给出确定的初始化参数,不必从随机量开始进行聚类,因此计算的收敛速度将明显加快,聚类效果也将得到提高,对于大样本量的数据集,结果更为明显.在辨识多模型系统局部模型参数时,用基于加权性能指标的辨识算法代替了传统的算法,用户可以根据实际要求来选择加权值,使辨识得到的模型具有满意的全局拟合能力与局部特性.这种基于满意模糊  $c$  均值聚类和加权性能指标辨识的多模型建模方法显然更符合工业过程的实际要求.

## 4 仿真实例

本节选取典型多变量 pH 中和过程为仿真对象,以验证文中提出的多模型建模算法. pH 中和过程是被普遍承认的强非线性系统,常常作为研究对象来检验不同的建模和控制方案.文献[8]中给出了 pH 系统的动态机理模型,下面将利用这个模型进行仿真研究.

### 4.1 系统描述

考虑一包含三股反应

物流进入 CSTR (Continuous Stirred Tank Reactor) 的 pH 系统:  $\text{HNO}_3, \text{NaOH}$  和  $\text{NaHCO}_3$ , 该系统同时又有两个输出: CSTR 中流出物的 pH 值和液位  $h$ <sup>[8]</sup>, 如图 1 所示. 图中分别以流量  $F_a, F_b$  和  $F_{bf}$  表示上述三种反应物,并定义:

$$w_a = [H^+] - [OH^-] - [HCO_3^-] - 2[CO_3^{2-}]$$

$$w_b = [H_2CO_3] + [HCO_3^-] + [CO_3^{2-}]$$

$$K_w = [H^+][OH^-], K_{a1} = \frac{[HCO_3^-][H^+]}{[H_2CO_3]}$$

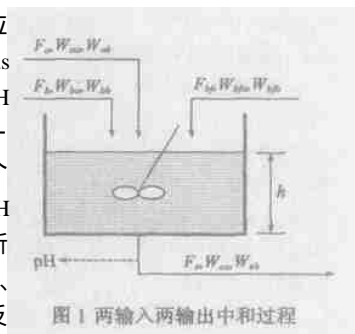


图 1 两输入两输出中和过程

$$K_{a2} = \frac{[CO_3^{2-}][H^+]}{[HCO_3^-]}$$

$$pk_1 = -\log_{10} K_{a1}, pk_2 = -\log_{10} K_{a2},$$

$$pH = -\log_{10}[H^+].$$

则静态滴定曲线函数为如下方程(图 2):

$$w_a - 10^{-pH} + 10^{pH-14} + w_b \frac{1 + 2 \times 10^{pH-pk_2}}{1 + 10^{pk_1-pH} + 10^{pH-pk_2}} = 0 \quad (20)$$

系统机理模型的动态部分表示为如下状态方程:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)u$$

$$+ p(x) \quad (21)$$

$$c(x, y) = 0 \quad (22)$$

其中,  $x = [h \quad w_{a4}]^T$ ,  $u = [F_a, F_b]^T$ ,

$$d = F_{lf}, y = [h, pH]^T,$$

$$c = [c_1, c_2]^T, \text{而}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{c_v x_1^{1/2}}{A} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (23)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{Ax_1} & \frac{1}{Ax_1} \\ \frac{1}{Ax_1}(w_{aa} - x_2) & \frac{1}{Ax_1}(w_{ba} - x_2) \\ \frac{1}{Ax_1}(w_{ab} - x_3) & \frac{1}{Ax_1}(w_{bb} - x_3) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$p(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & \frac{1}{Ax_1}(w_{fa} - x_2) & \frac{1}{Ax_1}(w_{fb} - x_3) \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

$$c_1(x, y) = y_1 - x_1 \quad (26)$$

$$c_2(x, y) = 0 \quad (27)$$

其中,  $c_2(x, y)$  由式(20)定义,  $c_v$  是阀门参数,  $A$  为 CSTR 的横截面积,  $h$  代表液位,  $w_{aa}$ 、 $w_{ba}$ 、 $w_{fa}$  和  $w_{ab}$ 、 $w_{bb}$ 、 $w_{fb}$  表示反应常数(参数值可参考文献[8])。该 pH 中和过程可看作两输入( $F_a$ ,  $F_b$ )两输出( $h$ ,  $pH$ )系统,而流入的  $NaHCO_3$  则可看作系统的扰动输入。

#### 4.2 多模型建模

为了使系统的输入输出数据能覆盖整个工况范围,给定系统流入物的流量变化为:

$$F_a(k) = 16 + 4\sin(2k/15) \quad (28)$$

$$F_b(k) = 16 + 4\cos(2k/25) \quad (29)$$

$$F_{lf}(k) = 0.55 + 0.055\sin(2k/10) \quad (30)$$

取调度变量  $\phi(k) = [F_a(k-1) \quad F_b(k-1) \quad h(k) \quad pH(k)]^T$ , 局部模型阶次  $n_A = 1$ ,  $n_B = 0$ ,  $\alpha = 0.5$ 。采用文中提出的多模型方法进行建模,所得的多模型系统见附录。

图 3(a)、(b)给出了局部模型个数为 6 时的两通道建模结果,可以看出对 pH 和  $h$ , 模型均有很好的拟合程度,这表明模型很好的逼近了系统的非线性特性。pH 和  $h$  通道的均方根误差 RMSE 分别为 0.0765 和 0.0143, 均优于文献[3]、[8]中的建模方法,如表 1 所示。

表 1 建模效果比较

模型参数		pH	h
局部模型个数	SSOCPN <sup>[8]</sup>	44	44
	FSC <sup>[3]</sup>	10	10
	本文方法	6	6
RMSE	SSOCPN <sup>[8]</sup>	0.2170	0.1140
	FSC <sup>[3]</sup>	0.1050	0.0230
	本文方法	0.0765	0.0143

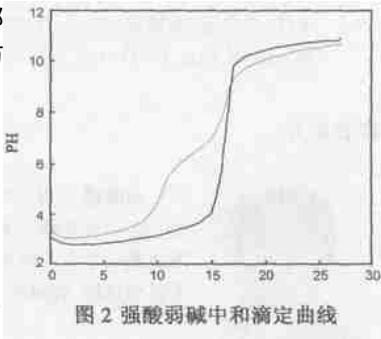


图 2 强酸弱碱中和滴定曲线

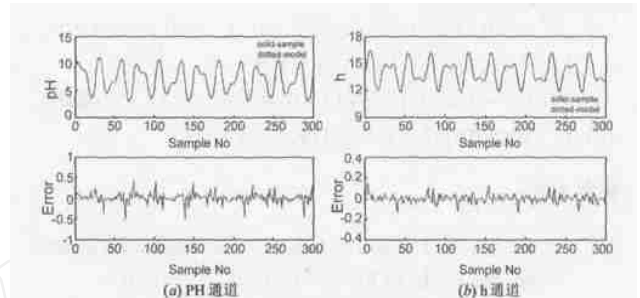


图 3 多变量 pH 系统辨识结果

## 5 结论

针对实际工业过程中多变量、非线性、工况范围广的特点,本文提出了一种 MIMO 非线性系统的多模型建模方案。从系统输入输出数据出发,提出了满意模糊  $c$  均值聚类算法,用以确定 LMN 多模型系统基函数中的参数,进而采用基于加权性能指标的多模型辨识算法得到各局部模型参数,由局部模型与对应的基函数乘积和描述系统全局特性,该方法为多模型策略中的关键问题——模型集的建立与优化提供了一个可行思路。最后以典型多变量 pH 中和过程作为对象,仿真结果验证了文中提出的多模型建模方法的有效性。

### 附录:两输出 pH 中和过程辨识模型

#### 模型 1 $\phi(k)$ 1

$$pH(k) = 0.7599pH(k-1) + 0.0951h(k-1) - 0.1322F_a(k-1) + 0.1254F_b(k-1) + 0.0667F_{lf}(k-1)$$

$$h(k) = 0.0064pH(k-1) + 0.8073h(k-1) + 0.0830F_a(k-1) + 0.0793F_b(k-1) - 0.0492F_{lf}(k-1)$$

#### 模型 2 $\phi(k)$ 2

$$pH(k) = 0.9792pH(k-1) + 0.1256h(k-1) - 0.1872F_a(k-1) + 0.0907F_b(k-1) - 0.7340F_{lf}(k-1)$$

$$h(k) = 0.0205pH(k-1) + 0.8181h(k-1) + 0.0790F_a(k-1) + 0.0774F_b(k-1) - 0.4366F_{lf}(k-1)$$

#### 模型 3 $\phi(k)$ 3

$$pH(k) = 1.0508pH(k-1) - 0.0019h(k-1) - 0.1486F_a(k-1) + 0.1303F_b(k-1) + 0.3300F_{lf}(k-1)$$

$$h(k) = -0.0130pH(k-1) + 0.7929h(k-1) + 0.0816F_a(k-1) + 0.0932F_b(k-1) + 0.0210F_{lf}(k-1)$$

#### 模型 4 $\phi(k)$ 4

$$pH(k) = 0.8744pH(k-1) + 0.0132h(k-1) - 0.1659F_a(k-1) + 0.1974F_b(k-1) + 0.3478F_{lf}(k-1)$$

$$h(k) = 0.0045 pH(k-1) + 0.8155 h(k-1) + 0.0848 F_a(k-1) + 0.0771 F_b(k-1) + 0.0090 F_{if}(k-1)$$

#### 模型 5 $\phi(k)$ 5

$$pH(k) = 1.0100 pH(k-1) + 0.0969 h(k-1) - 0.1272 F_a(k-1) + 0.0505 F_b(k-1) + 0.2591 F_{if}(k-1)$$

$$h(k) = 0.0247 pH(k-1) + 0.8390 h(k-1) + 0.0805 F_a(k-1) + 0.0626 F_b(k-1) - 0.1358 F_{if}(k-1)$$

#### 模型 6 $\phi(k)$ 6

$$pH(k) = 0.9816 pH(k-1) + 0.0511 h(k-1) - 0.1767 F_a(k-1) + 0.1423 F_b(k-1) - 0.1077 F_{if}(k-1)$$

$$h(k) = -0.0111 pH(k-1) + 0.8057 h(k-1) + 0.0809 F_a(k-1) + 0.0965 F_b(k-1) + 0.1180 F_{if}(k-1)$$

#### 参考文献:

- [1] A Boukhris, et al. Nonlinear dynamic system identification: a multi-model approach[J]. Int J Control, 1999, 72(7/8): 591 - 604.
- [2] T A Johansen, B A Foss. A NARMAX model representation for adaptive control based on local models[J]. Modeling, Identification and Control, 1992, 13(1): 25 - 39.
- [3] 李柠, 李少远, 席裕庚. 利用模糊满意聚类建立 pH 中和过程模型[J]. 控制与决策, 2003, 17(2): 143 - 147.
- [4] R Murry-Smith, T A Johansen. Local learning in local model networks [A]. R Murry-Smith, T A Johansen. Multiple model approaches to modeling and control [C]. London: Taylor and Francis, 1997. 185 - 210.
- [5] J C Bezdek. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithm [M]. New York: Plenum Press, 1981.
- [6] A R Thomas, J C Bezdek. Alternating cluster estimation: a new tool for clustering and function approximation[J]. IEEE Transaction on Fuzzy Systems, 1999, 7(4): 377 - 393.
- [7] J Moody, C J Darken. Fast learning in networks of locally-tuned processing units[J]. Neural Computation, 1989, 1(1): 281 - 294.
- [8] J H Nie, A P Loh, C C Hang. Modeling pH neutralization processes using fuzzy-neural approaches[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 78(1): 5 - 22.
- [9] 李柠, 李少远, 席裕庚. 基于 LPF 算法的多模型建模方法[J]. 控制与决策, 2002, 17(1): 11 - 14.

#### 作者简介:



薛振框 男, 1977 年 6 月生, 浙江苍南人, 2001 年在江苏理工大学获工学硕士学位, 现为上海交通大学电子信息学院博士研究生, 主要从事多模型建模、预测控制等方面的研究工作。



李少远 男, 1965 年 4 月生, 河北枣强人, 1997 年在南开大学计算机与系统科学系获博士学位, 现为上海交通大学电子信息学院教授、博士生导师, 主要研究方向为自适应预测控制、满意优化控制与智能控制等。E-mail: syli@sjtu.edu.cn.