

一种改进的自适应格型陷波算法及其收敛性分析

张世平, 赵永平, 张绍卿, 李德胜

(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘要: 现有自适应格型陷波器中的引入算子取自局部误差信号, 在迭代过程收敛后存在陷波频率偏移的问题, 影响了滤波的效果. 本文对级联格型陷波滤波器的自适应算法进行了讨论, 分析了陷波参数估计与引入算子的关系, 在推导原算法迭代误差的数学期望方程基础上, 提出一种改进的自适应滤波算法. 该算法在不增加计算量的前提下, 克服了原算法在收敛后存在的陷波频率偏移的不足. 仿真结果与理论分析相一致, 证实了该算法的收敛性能优于原有的算法.

关键词: 格型陷波器; 自适应算法; 收敛性

中图分类号: TN713

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2004) 02-0338-04

A Modified Adaptive Algorithm of Lattice Notch Filter and Its Convergence Analysis

ZHANG Sh2ping, ZHAO Yong2ping, ZHANG Shao2qing, LI De2sheng

(Department of Automatic Measurement and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: The existing adaptive lattice notch filter whose regressor is got from local error signal has a bias of the notch frequency after convergence of iterative procedure, and the effectiveness of filtering is not desired. This paper discusses about adaptive algorithm of cascaded lattice notch filter. Analyzing the relationship between coefficients estimated and regressor, a modified adaptive algorithm is proposed according to the deduced expectation equation of iterative error. Without additional computation, this algorithm has a reduced bias in the estimation of notch frequency, which is exhibited in former algorithms. Simulation results confirm the theoretical analysis and demonstrate the convergence of the algorithm is better than that of former algorithms.

Key words: lattice filter; adaptive algorithm; convergence

1 引言

在许多信号处理应用中, 采用 IIR 陷波滤波器来去除信号中的一个或多个的周期性干扰, 而不影响其他的频率分量. 1975 年, B. Widrow 在研究自适应噪声抵消时提出了自适应谱线增强器的概念, 目的在于将正弦波同宽带噪声分离开来, 当时采用的是 FIR 滤波器和 LMS 自适应算法^[1]. 在之后的研究中, 又提出效率更高的 IIR 滤波器结构, 采用限制零极点的陷波滤波器, 自适应算法基于梯度搜索或梯度估计^[2,3]. 但这些算法过于复杂, 尤其陷波器级联后检测多个信号时运算量过高. 1989 年自适应滤波器又引入了格型结构^[4]和带通结构^[5], 在一定程度上使算法得到简化. 1991 年, P. Regalia 在基于全通滤波器结构的 IIR 陷波滤波器基础上^[6], 提出一种非梯度搜索的格型自适应算法^[7], 此结构省去了文献[4]结构中的后置 FIR 滤波器, 也省去了文献[5]结构中的梯度滤波器, 使运算量大大简化. 然而将该陷波器级联后滤除多个频率干扰时, 当自适应调整过程收敛后, 陷波频率存在偏移, 使滤波效果不够理想. 本文在此算法基础上提出了一种改进算法, 可

以消除这种陷波频率的偏移.

2 自适应格型陷波算法

这种陷波滤波器由 N 个二阶陷波器级联而成, 其传递函数为^[6]

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \prod_{i=1}^N H_i(z) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{2} (1 + H_{Ai}(z)) \quad (1)$$

式中 i 表示级联次序, i = 1 表示第一级, i = N 表示最后一级, $H_{Ai}(z)$ 为二阶全通滤波器, 其传递函数为

$$H_{Ai} = \frac{A - B_i(1+A)z^{-1} + z^{-2}}{1 - B_i(1+A)z^{-1} + Az^{-2}} \quad (2)$$

式中 $B_i = \cos(X_i)$, $X_i = (i = 1, N)$ 为陷波频点; $A = \frac{1 - \tan(BW/2)}{1 + \tan(BW/2)}$, BW 为具有 3dB 衰减的陷波带宽.

由式(2), 全通滤波器 $H_{Ai}(z)$ 的分子和分母之间具有镜像对称关系, 使滤波器在量化后的系数敏感度低, 其格型结构中的乘法与加法数量最少. 陷波器的单级格型结构如图 1 所示. 每一级陷波频率参数 B_i 的调整是相互独立的, 其过程如下^[7,8]

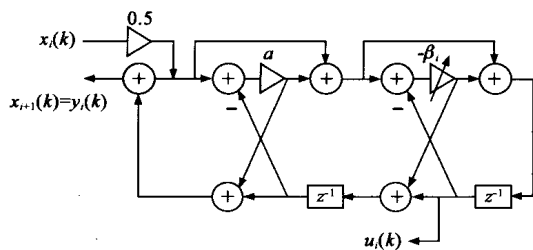


图 1 二阶自适应格型陷波器

$$B_i(k+1) = B_i(k) + Lu_i(k)y_i(k) \quad (3)$$

式中 L 为调整步长, $y_i(k)$ 为第 i 级陷波器的输出, $u_i(k)$ 与 $x_i(k)$ 的关系如下

$$G_i(z) = \frac{U_i(z)}{X_i(z)} = \frac{(1+A)(1-B_i)z^{-1}}{1-B_i(1+A)z^{-1}+A^2} \quad (4)$$

显然参数调整式(3)中的乘积项 $u_i(k)$, $y_i(k)$ 不是最小均方误差算法(LMS)中梯度 $5E[e^2(n)]/5B_i$ 的估值, 也不是递推最小二乘算法(RLS)中性能函数的递推最小值, 乘积项中的 $u_i(k)$ 在迭代过程中即可获得, 因此大大简化了运算量, 在实际工程中得到了广泛的应用^[8-10].

为了分析方便, 假设陷波器为两级级联, 即 $N=2$, 且输入由两个正弦信号组成, 即

$$x(k) = x_1(k) = c_1 \cos(X_1 k + H_1) + c_2 \cos(X_2 k + H_2) \quad (5)$$

当第一级陷波器收敛后, 乘积项 $u_1(k)y_1(k)$ 的期望值应应为零, 同时根据 Parseval 定理, 则有

$$E[u_1(k)y_1(k)] = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} U_1(z) Y_1(z^{-1}) z^{-1} dz = 0 \quad (6)$$

将式(1)、(2)和(4)代入, 简化后得到

$$E[u_1(k)y_1(k)] = \frac{k_1'}{4\pi j} \oint_{\Gamma} |X(z)|^2 \left\{ \frac{1}{z^2 - B_1(1+A)z + A} + \frac{1}{1 - B_1(1+A)z^{-1} + A^2} \right\} dz = 0 \quad (7)$$

式中 $k_1' = (1+A)(1-B_1)$. 再令 $z = e^{jX}$, 且由 $|X(e^{jX})| = c_1/2$, 可得到

$$E[u_1(k)y_1(k)] = \frac{k_1'}{8\pi} \{c_1^2 F_1(X_1) + c_2^2 F_1(X_2)\} = 0 \quad (8)$$

式中

$$F_1(X_i) = F_1(-X_i) = \left\{ \frac{1}{e^{j2X_i} - B_1(1+A)e^{jX_i} + A} + \frac{1}{1 - B_1(1+A)e^{jX_i} + Ae^{j2X_i}} \right\} e^{jX_i} \quad (9)$$

如果第一级的陷波参数精确为 $B_1 = \cos(X_1)$, 则 $F_1(X_1) = 0$. 但由式(8)有

$$F_1(X_i) = -c_2^2 F_1(X_2) / c_1^2 \quad (10)$$

显然 $F_1(X_i) \neq 0$, 即 $B_1 \neq \cos(X_1)$, 所以第一级的陷波频点是偏离 X_1 的.

3 修正算法

为了解决收敛后陷波频率偏移的问题, 本文在文[7]的基础上提出的改进算法为

$$B_i(k+1) = B_i(k) + Lu_i(k)y_i(k) \quad (11)$$

式中 $y(k) = y_N(k)$ 为最后一级陷波器的输出, 即用全局输出信号代替每一级的输出作为参数调整的反馈信号.

采用上面的同样假设条件, 设信号 $x(k)$ 经过第一级陷波器后的输出, 即第二级陷波器的输入为

$$x_2(k) = y_1(k) = c_1' \cos(X_1 k + H_1) + c_2' \cos(X_2 k + H_2) \quad (c_1' F c_1) \quad (12)$$

当第二级陷波器收敛后, 乘积项 $u_2(k)y(k)$ 的期望值应应为零, 可以得到

$$E[u_2(k)y(k)] = \frac{k_2'}{8\pi} \{c_1'^2 F_2(X_1) + c_2'^2 F_2(X_2)\} = 0 \quad (13)$$

式中 $k_2' = (1+A)(1-B_2)$, 且

$$F_2(X_i) = F_2(-X_i) = \left\{ \frac{1}{e^{j2X_i} - B_2(1+A)e^{jX_i} + A} + \frac{1}{1 - B_2(1+A)e^{jX_i} + Ae^{j2X_i}} \right\} e^{jX_i} \quad (14)$$

如果第二级的陷波参数精确为 $B_2 = \cos(X_2)$, 则 $F_2(X_2) = 0$. 同样第一级收敛后, 有

$$\begin{aligned} E[u_1(k)y(k)] &= \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} U_1(z) X(z^{-1}) H(z^{-1}) z^{-1} dz \\ &= \frac{k_1' k_2'}{8\pi j} \oint_{\Gamma} |X(X)|^2 F_1(X) F_2(X) \\ &\quad \# \{A + B_2(1+A)e^{jX} + e^{j2X}\} e^{-jX} dX \\ &= \frac{k_1' k_2'}{32\pi j} \{c_1^2 F_1(X_1) F_2(X_1) N(X_1) \\ &\quad + c_2^2 F_1(X_2) F_2(X_2) N(X_2)\} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $N(X_i) = e^{-jX_i} \{A + B_2(1+A)e^{jX_i} + e^{j2X_i}\} + e^{jX_i} \{A + B_2(1+A)e^{-jX_i} + e^{-j2X_i}\}$, 由上面两式得到

$$F_2(X_2) = -c_1'^2 F_2(X_1) / c_2'^2 \quad (16)$$

$$F_1(X_i) = -\frac{c_2^2 F_1(X_2) F_2(X_2) N(X_2)}{c_1^2 F_2(X_1) N(X_1)} \quad (17)$$

当第一级陷波器的陷波频率向 X_1 收敛时, 由于滤波作用使得 $c_1'^2$ 的值将会减小, 由式(16), $F_2(X_2)$ 的数值因此而减小; 再由式(17), $F_2(X_2)$ 数值的减小同时使得 $F_1(X_1)$ 的数值更加减小而趋向于零, 即 $c_1'^2$ 更加趋向于零, 又进而使得 $F_2(X_2)$ 更加趋向于零. 这种循环效应使 $F_1(X_1)$ 和 $F_2(X_2)$ 的值最终为零, 即 $B_1 = \cos(X_1)$ 和 $B_2 = \cos(X_2)$. 在该过程中认为 B_1 和 B_2 的变化对 $F_1(X_2)$, $F_2(X_1)$ 和 $N(X_i)$ 的数值影响可忽略不计.

4 仿真研究

设陷波器的输入信号由正弦信号 $x_s(n)$ 和噪声信号 $x_w(n)$ 组成

$$x(n) = x_s(n) + x_w(n) \quad (18)$$

式中

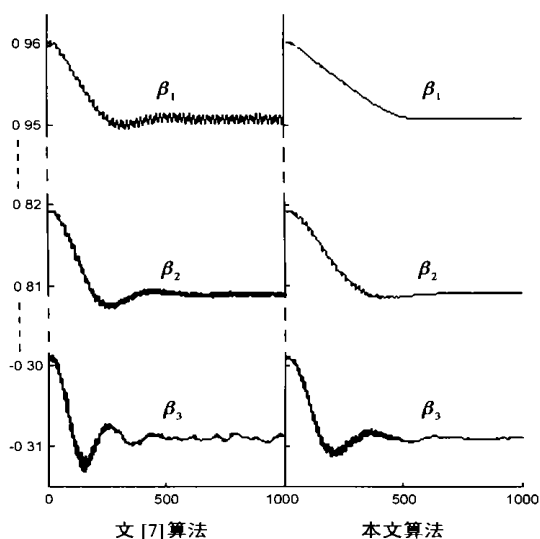
$$x_s(n) = 0.15 \cos(0.1\pi n) + 0.15 \cos(0.2\pi n) + 0.15 \cos(0.6\pi n) \quad (19)$$

$$x_w(n) = 0.005 G(t) \quad (20)$$

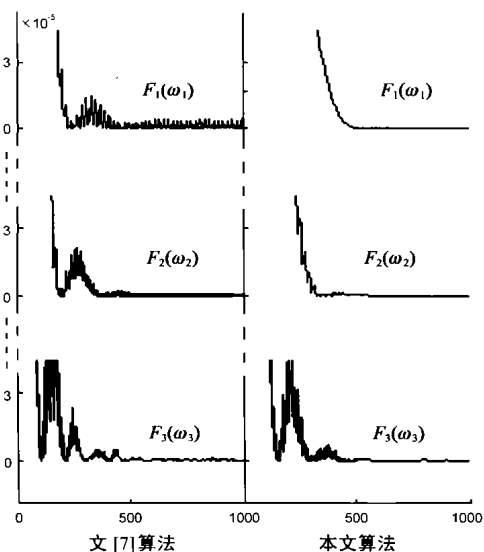
式中 $G(t)$ 为(0, 1)分布的高斯噪声, 信噪比 SNR 为 30dB, SNR 定义为

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \{E[x_s^2(n)] / E[x_w^2(n)]\} \quad (21)$$

图 2 给出了两种算法对参数估计的轨迹曲线. 从图中可

图2 两种算法参数 B 估计轨迹的比较

可以看出本文算法在收敛后, 陷波参数精确等于信号实际频率; 而文[7]算法在收敛后, 陷波参数在信号实际频率附近存在着轻微的振荡, 即陷波频率存在偏移。图3是两种算法的 $F_i(X_i)$ 曲线, 该图验证了上面对(16)和(17)两式的分析。

图3 两种算法 $F_i(X_i)$ 曲线的比较

5 收敛性分析

从图2和图3可以看出文[7]算法中的频率偏移从数值上看似乎很小, 为了考察该微小的陷波频率偏移对滤波效果的影响, 定义如下函数:

$$EA = 10 \log_{10} \{ E[x_s^2(n)] / E[y_N^2(n)] \} \quad (22)$$

在理想状态下, 陷波器将把正弦信号 $x_s(n)$ 滤除, 其输出只存在噪声信号 $x_w(n)$, 那么上式也就等价于式(21), 即 EA 值应为 30dB, 图4给出了两种算法由式(22)定义的曲线。

从图4中的结果可以看出本文算法与理论值相符, 而文[7]算法的滤波效果与预期值差了 4~5dB 左右, 其原因就是

原算法收敛后存在的频率偏移。由于这种偏移量很小, 可近似得到

$$|\cos X_i - B_i(n)| \approx n \frac{1-a}{1+a} \sin X_i \quad (23)$$

由这个近似条件, 再由式(1)和(2)可得到每一级陷波器对此级陷波频点的幅值响应为^[8]

$$|H(e^{jX_i})| = |B_i(n) \frac{1+a}{(1-a) \sin X_i}| \quad (24)$$

式中 $B_i(n) = |B_i(n) - \cos X_i|$, 文[7]中的算法由于存在频率偏移使 $B_i(n) \neq 0$, 使得 $|H(e^{jX_i})| \neq 0$, 因而在算法收敛后, 陷波器的输出将附加一个由陷波频点信号产生的噪声; 而在本文算法中, 自适应过程收敛后 $B_i(n) = 0$, 对陷波频点的信号全部滤除, 不产生附加噪声, 因此本文算法的收敛性能优于文[7]中的算法。

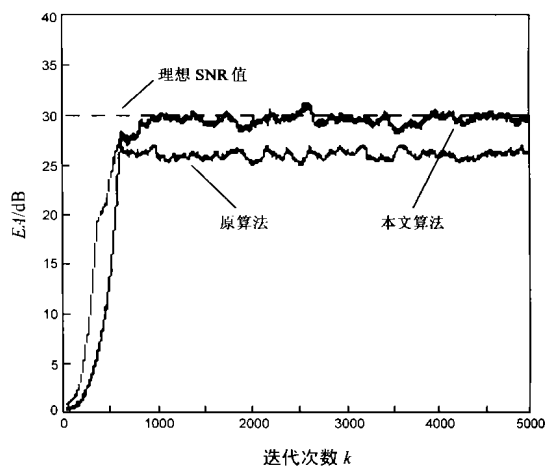


图4 两种算法收敛特性的比较

6 结论

本文在不增加计算量的前提下, 对原有的级联格型陷波滤波器的自适应算法基础上加以改进, 采用全局输出误差代替单级的误差信号, 从理论上分析了新算法在收敛后不存在任何陷波频率的偏移, 并通过仿真算例加以验证。需要说明的是, 文献[11]在基于高阶全通滤波器的 IIR 陷波器基础上, 提出一种自适应算法, 虽然可以消除频率偏移, 但每一个陷波参数的调整不是独立的, 当一个陷波参数需要调整时, 滤波器的其它陷波参数都要进行调整, 使得参数调整过程过于复杂。而本文提出的改进算法在不增加计算量的前提下, 消除了收敛后的频率偏移。

参考文献:

- [1] B Widrow. Adaptive noise canceling: principles and application [J]. Proc IEEE, 1975, (63): 1692-1716.
- [2] K Martin, MT Sun. Adaptive filters suitable for real-time spectral analysis [J]. IEEE Transactions on Circuits System, 1986, 33(2): 1380-1390.
- [3] T S Ng. Some aspects of an adaptive digital notch filter with constrained poles and zeros [J]. IEEE Transactions on Acoust, Speech, Signal Proc

- cessing 1987, 35(2): 158- 161.
- [4] N I Cho, S U Lee. Adaptive line enhancement by using an IIR lattice notch filter [J]. IEEE Trans. on ASSP, 1989, 37(4): 585- 589.
- [5] T Kwan, K Martin. Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter [J]. IEEE Transactions on Circuits and System, 1989, 36(7): 937- 947.
- [6] P A Regalia, S K Mitra. The digital allpass filter: A versatile signal processing building block [J]. Proc. IEEE, 1988, 76(1): 19- 37.
- [7] P Regalia. An improved latticebased adaptive IIR notch filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing. 1991, 39(9): 2124- 2128.
- [8] S Nishimura, M Abys. A latticebased adaptive IIR notch filter and its application to FSK demodulation [A]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems [C]. Geneva, 2000. 586- 589.
- [9] D S Martic, S Hiti. An application of a constrained adaptive lattice2 structure allpass notch filter for advanced control of surface2mounted permanent2magnet synchronous drives [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1999, 46(12): 1513- 1516.
- [10] G Iliev, N Kasabov. Adaptive blind noise suppression in some speech processing applications [A]. 6th International Conference on Neural Information Processing [C]. Perth, Australia, 1999. (1). 192- 197.
- [11] M Obayashi, T Akagawa. A study on an algorithm and convergence performance for adaptive notch filter utilizing an allpass filter [J]. IEICE Trans. 1999, 82(3): 325- 332.

作者简介:



张世平 男, 1974 年生于黑龙江齐齐哈尔, 哈尔滨工业大学博士研究生, 讲师, 主要研究方向为信号处理、配电网通信、局部放电检测和电网参数测试。



赵永平 男, 1964 年生于黑龙江哈尔滨, 哈尔滨工业大学博士研究生, 副教授, 主要研究方向为配电网通信和自动测试系统。