

磁浮系统车轨耦合振动分析

邹东升¹, 余龙华², 张志强³, 周富民⁴

(1. 湖南长沙国防科学技术大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073;

2. 湖南长沙国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073;

3. 防空兵指挥学院, 河南郑州 450052; 4. 中国人民解放军 61902 部队, 四川宜宾 644000)

摘要: 针对车轨耦合磁浮系统中的振动现象, 利用双环 PID 算法控制, 研究其产生的根源. 首先, 建立了车轨耦合磁浮系统动力学模型, 并把该非线性模型在平衡点线性化; 其次, 由于控制参数变化, 线性化系统特征多项式会出现各种零实部根, 分别得到了系统出现零实部根的条件; 最后, 利用中心流形对各种振动情况进行了分岔方程的推导以及仿真分析, 并讨论了出现混沌现象的可能. 研究结果表明, 磁浮车轨耦合系统会出现同宿分岔、Hopf 分岔、二次 Hopf 分岔和混沌, 这是磁浮系统振动的根源.

关键词: 磁浮系统; 振动; 中心流形; 分岔; 混沌

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 09-2071-05

Maglev Vehicle and Guideway Coupling Vibration Analysis

ZOU Dong-sheng¹, SHE Long-hua¹, ZHANG Zhi-qiang², ZHOU Fu-min⁴

(1. College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. College of Mechanism Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

3. Air Defence Command College, Zhengzhou, Henan 450052, China; 4. 61902 Army PLA, Yibin, Sichuan 644000, China)

Abstract: Under classic double loop PID control, the vibrations of maglev vehicle and guideway coupling system are researched. First, the coupling maglev mathematic model is set up and linearized at the equilibrium point. Second, due to the varies of the control parameters, the roots of the characteristic polynomial of the linear system will have zero real part, the sufficient terms of this condition are got. Finally, the bifurcation equations are deduced, the vibrations are simulated, and the probability of chaos emergence by way of period doubling bifurcation are also discussed. Research results show that the bifurcations will arise such as homoclinic, Hopf and period doubling bifurcations.

Key words: maglev system; vibration; central manifold; bifurcation; chaos

1 引言

磁浮列车作为一种新型的轨道交通工具, 与常规轮轨列车相比, 具有乘坐平稳舒适、噪音低、转弯半径小, 爬坡能力强, 占地面积小, 安全可靠等优点, 而这些优点与悬浮控制系统的性能息息相关. 若控制不善, 列车和轨道将出现剧烈的耦合振动, 严重时导致列车无法正常运行. 由于制造、安装存在差异, 以及地质结构的不同, 轨道模态变化很大, 导致悬浮控制难度很大, 不可避免的存在某种程度的耦合振动^[1,2]. 文献[3,4]讨论了振动的部分原因, 但探讨并不深入. 文献[5,6]描述了磁浮系统的混沌现象, 但没有涉及磁浮车轨耦合系统.

车轨耦合磁浮系统如图 1 所示. 其中, 与轨道支墩固联的坐标系为 OX , 原点位于轨道支墩与轨道下表面的交汇处; 电磁铁为 m ; 电磁铁绝对位移为 x_1 ; 轨道绝

对位移为 x_3 .

电磁铁通电后, 和轨道之间产生电磁力, 通过控制电磁力的大小, 可以把电磁铁悬浮在预定位置. 从图 1 也可以看出轨道存在形变, 若控制不善, 电磁铁和轨道会产生耦合振动. 仅考虑轨道一阶振型的系统数学模型如式(1)所示:

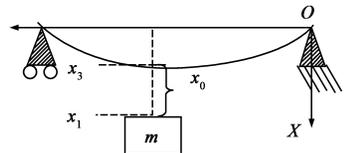


图1 车轨耦合磁浮系统示意图

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m}g - \frac{C_1}{m}x_5^2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = C_2x_5^2 - 2\eta_1\omega_1x_4 - \omega_1^2x_3 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{2C_1}(u - Rx_5x_1 + Rx_5x_3) \end{cases} \quad (1)$$

式中, M 为列车二次系质量, m 为电磁铁质量, g 为重力加速度, C_1 为与电磁铁物理结构参数有关的常数, C_2 为与轨道物理结构参数有关的常数, η_1 为轨道一阶振型阻尼, ω_1 为轨道一阶振型固有振动频率, u 为控制输入电压, R 为电磁铁电阻, x_5 是电磁铁电流和悬浮间隙 $x_1 - x_3$ 之比。

从系统模型也可以看出, 变量 x_1, x_3 通过变量 x_5 耦合在一起, 若控制不善, 显然将产生耦合振动。

2 双环 PID 控制算法

采用双环 PID 控制的悬浮控制器, 取控制 $u = u_{ec} + k_s(x_1 - x_3 - x_0) + k_c x_5(x_1 - x_3) + k_{bi} x_2$, u_{ec} 是位置环积分而得到的一个固定电压值, 目的在于保证系统处于平衡点时满足 $x_1 = x_0$, 把平衡点代入公式 $u_{ec} = R x_5 x_1 - R x_5 x_3 + k_c x_5(x_1 - x_3)$, 得到

$$u_{ec} = (R + k_c) x_0 \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g}$$

不考虑电流环以及积分环节, 系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m} g - \frac{C_1}{m} x_5^2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = C_2 x_5^2 - 2\eta_1 \omega_1 x_4 - \omega_1^2 x_3 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{2C_1} (k_s(x_1 - x_3 - x_0) + k_{bi} x_2) \end{cases} \quad (2)$$

考虑电流环, 系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m} g - \frac{C_1}{m} x_5^2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = C_2 x_5^2 - 2\eta_1 \omega_1 x_4 - \omega_1^2 x_3 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{2C_1} \left(k_s(x_1 - x_3 - x_0) + k_{bi} x_2 + (R + k_c)(x_5(x_1 - x_3) - x_0 \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g}) \right) \end{cases} \quad (3)$$

取式(2)和式(3)的平衡点均为:

$$(x_0 + \frac{C_2(M+m)g}{\omega_1^2 C_1}, 0, \frac{C_2(M+m)g}{\omega_1^2 C_1}, 0, \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g}) \quad (4)$$

3 车轨耦合系统临界动力学分析

下面分别对特征多项式有零根, 一对零实部根和两对零实部根进行分析。

3.1 退化车轨耦合系统动力学分析

向量场在某奇点称为非退化的, 如果它在该点的线性部分算子是非奇异的, 即它的所有特征根均非零;

否则称为退化的^[7]。

3.1.1 无电流环车轨耦合系统分岔分析

为了使得表达式更简单, 所有控制参数都乘以比例 $1/2C_1$, 依据 Hartman-Grobman 定理, 把控制系统式(2)在平衡点(4)线性化后得到线性化矩阵为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2C_1}{m} \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 & -2\eta_1 \omega_1 & 2C_2 \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g} \\ k_s & k_{bi} & -k_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0$ 为五阶方程, 由阿贝尔定理, 没有一般的代数解法. 因此不能用因式分解的方法来解决这个问题。

对式(5), 若 $k_s \neq 0$ 则系统特征多项式无零特征值, 若 $k_s = 0$ 系统至少有一个零特征值. 此时, 线性化系统状态 x_1, x_2, x_5 独立于 x_3, x_4 . 为计算系统的稳定性, 不妨假设轨道是稳定的, 则系统可转换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m} g - \frac{C_1}{m} x_5^2 \\ \dot{x}_5 = k_{bi} x_2 \end{cases} \quad (6)$$

此系统特征多项式为:

$$\begin{aligned} |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| &= \begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & \frac{2C_1}{m} \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g} \\ 0 & -k_{bi} & s \end{vmatrix} \\ &= s(s^2 + k_{bi} \frac{2C_1}{m} \sqrt{\frac{M+m}{C_1} g}) \end{aligned} \quad (7)$$

系统仅有一个参数, 系统特征根有一个为零, $k_{bi} > 0$ 另两个为纯虚根, 当 $k_{bi} = 0$ 时, 为零根, $k_{bi} < 0$, 一正一负根. 故可知系统的拓扑结构在 $k_{bi} = 0$ 处发生改变:

$$(1) k_s = 0, k_{bi} = 0, \text{原系统为} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m} g - \frac{C_1}{m} x_5^2 \\ \dot{x}_5 = 0 \end{cases}$$

状态变量 x_2 在扰动作用下不稳定, 但系统不会出现振动。

(2) $k_s = 0, k_{bi} < 0$, 特征多项式有正实部根, 系统不稳定。

$$(3) k_s = 0, k_{bi} > 0, \text{原系统为} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{M+m}{m} g - \frac{C_1}{m} x_5^2 \\ \dot{x}_5 = k_{bi} x_2 \end{cases}$$

由于有纯虚根, 系统会出现振动。

为讨论(3)中振动的具体性质,设

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 - k_{bi}x_1 \end{bmatrix}, \text{ 则 } \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \frac{M+m}{m}g - \frac{C_1}{m}(y_3 + k_{bi}y_1)^2 \\ \dot{y}_3 = 0 \end{cases}$$

由 $\dot{y}_3 = 0$, 不妨设 $y_3 = C$, 得到分岔方程:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \frac{M+m}{m}g - \frac{C_1}{m}(C + k_{bi}y_1)^2 \end{cases} \quad (8)$$

可知系统两个奇点, 相平面上左侧

$$\left(-\sqrt{\frac{M+m}{C_1}g - C}, 0\right) \text{ 为鞍点, 右侧 } \left(\sqrt{\frac{M+m}{C_1}g - C}, 0\right)$$

为中心, 系统发生同宿分岔.

为证实以上分析, 对标准单位, 取合适数据: $m = 400, M = 800, g = 10, C_1 = 2 \times 10^{-4}, k_{bi} = 100, k_s = 0, k_c = -3, R = 3, s_0 = 0.01, x_1(0) = 0.02, x_2(0) = 0, x_5(0) = 0$. 得到电磁铁位移响应以及相轨迹的仿真结果如图 2 和图 3 所示, 从图上可以看出系统绕中心振动, 与系统出现同宿分岔的分析结果一致.

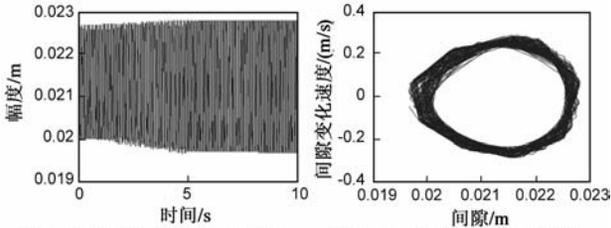


图2 同宿分岔系统间隙响应示意图

图3 同宿分岔系统相轨迹示意图

3.1.2 含电流环车轨耦合系统分岔分析

考虑含电流环的系统方程式(3), 其线性化系统有纯零根的条件为: $k_s + (R + k_c)\sqrt{\frac{M+m}{C_1}g} = 0$, 线性化矩阵同样可以简化为:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 & -2\eta_1\omega_1 & C_2 \\ 0 & k_{bi} & 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \quad (9)$$

式(9)的特征多项式为:

$$\begin{aligned} |\lambda I - A| &= \lambda^5 + (2\eta_1\omega_1 - k_c)\lambda^4 + (\omega_1^2 - k_c2\eta_1\omega_1 - C_1k_{bi})\lambda^3 \\ &+ (-k_c\omega_1^2 + 2\eta_1\omega_1C_1k_{bi})\lambda^2 \\ &+ C_1k_{bi}\omega_1^2\lambda \\ &\lambda(\lambda^2 - k_c\lambda - C_1k_{bi})(\lambda^2 + 2\eta_1\omega_1\lambda + \omega_1^2) \end{aligned} \quad (10)$$

从式(10)可以得到下列结果:

(1) $k_c > 0$, 或 $k_{bi} > 0$, 线性化系统有正根, 因此原系统不稳定;

(2) $k_c < 0$ 且 $k_{bi} < 0$ 时, 需要计算中心流形来确定稳定性.

得到最终的中心流形为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -2x_0 \frac{(R + k_c)}{2C_1} \left(x + \left(-\frac{k_{bi}C_1^2}{8x_0^2m(R + k_c)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{C_1}{(M+m)g}} \right) \cdot x^2 + o(x^2) \right) \end{aligned} \quad (11)$$

此时, 以式(4)为平衡点, 含电流环的磁浮车轨耦合系统的拓扑结构与式(11)相同, 不再进行讨论和仿真分析.

3.2 车轨耦合系统 Hopf 分岔现象

当向量场的 Jaccobi 矩阵在奇点有一对复特征根, 并且随参数变化而穿越虚轴时, 在奇点附近的一个二维中心流形上, 奇点的稳定性发生翻转, 从而在奇点附近产生闭轨的现象, 称为 Hopf 分岔. 它是一种比较简单而又重要的动态分岔问题, 是工程中常见的现象^[7].

3.2.1 Hopf 分岔存在条件

对方程(3), 简化线性化矩阵为

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_1^2 & -2\eta_1\omega_1 & C_2 \\ k_s & k_{bi} & -k_s & 0 & k_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

特征多项式出现两个零实部根, 其它根具有负实部的条件:

(1) 下列四个方程中, 至少有一个成立,

$$\begin{aligned} &(\omega_1^2 - k_c2\eta_1\omega_1 - C_2k_{bi}) \\ &\pm \sqrt{(\omega_1^2 - k_c2\eta_1\omega_1 - C_2k_{bi})^2 + 4 \cdot (C_1k_{bi}\omega_1^2 + 2\eta_1\omega_1C_1k_s)} \\ &= \frac{-C_1k_s + k_sC_2 - k_c\omega_1^2 - 2\eta_1\omega_1C_1k_{bi}}{2\eta_1\omega_1 - k_c} \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{(-C_1k_s + k_sC_2 - k_c\omega_1^2 - 2\eta_1\omega_1C_1k_{bi})}{2\eta_1\omega_1 - k_c} \right]^2 + 4 \frac{C_1k_c\omega_1^2}{2\eta_1\omega_1 - k_c}} \end{aligned}$$

$$(2) \quad k_{bi}\omega_1 + 2\eta_1k_s > \frac{k_s\omega_1}{2\eta_1\omega_1 - k_c},$$

$$(3) \quad (\omega_1^2 - k_c2\eta_1\omega_1 - C_1k_{bi}) > \frac{(-C_1k_s + k_sC_2 - k_c\omega_1^2 - 2\eta_1\omega_1C_1k_{bi})}{2\eta_1\omega_1 - k_c}$$

$$(4) \quad 2\eta_1\omega_1 > k_c$$

$$(5) \quad \omega_1^2 - k_c2\eta_1\omega_1 - C_1k_{bi} > 0$$

$$(6) \quad -C_1k_s + k_sC_2 - k_c\omega_1^2 - 2\eta_1\omega_1C_1k_{bi} > 0$$

$$(7) \quad k_{bi}\omega_1 + 2\eta_1k_s > 0$$

$$(8) \quad k_s > 0$$

在上面条件满足的情况下, 平衡点的稳定性发生翻转, 系统会出现极限环, 也即系统会出现 Hopf 分岔.

3.2.2 仿真分析

Hopf分岔的稳定性决定于高阶项,下面的两个仿真例说明,随着控制参数的改变,稳定和不稳定的极限环都存在.取参数 $\eta_1 = 0.5, \omega_1 = 100, k_c = \pm 10$,其它参数同上.

仿真 1: $k_c = -10$.根据 Hopf分岔存在条件,得到对应原方程的参数 $k_c = -2003, k_s = 2.0666e4, k_{bi} = 37.2299, C_1 = 1, C_2 = 10$.

仿真 2: $k_c = 10$.根据 Hopf分岔存在条件,原方程的参数 $k_c = 1997, k_s = -1.7105e4, k_{bi} = 37.2299, C_1 = 1, C_2 = 10$.

如图 4 所示,在该系统模型和控制参数下极限环收敛;如图 5 所示,在该系统模型和控制参数下极限环发散.

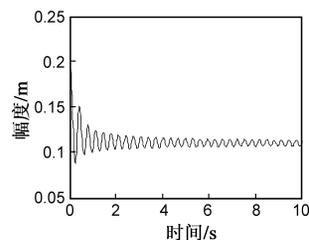


图4 Hopf分岔系统间隙响应示意图

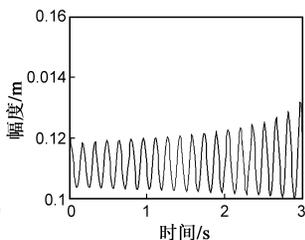


图5 Hopf分岔系统间隙响应示意图

3.3 车轨耦合系统二次 Hopf 分岔现象

当向量场分岔为一个二维环面上的运动,两个极限环代表的周期运动的频率不可有理通约,则系统作拟周期运动;否则系统作倍周期运动.二维环面上的分岔也常被称为二次 Hopf 分岔^[7].

3.3.1 二次 Hopf 分岔存在条件

若特征多项式有两对零实部根,可知下列四个条件需要得到满足:

$$(1) k_s = \frac{[k_c \omega_1^2 + (\omega_1^2 - k_c 2\eta_1 \omega_1)(2\eta_1 \omega_1 - k_c)] \omega_1}{C_1 k_c \left(\frac{(C_2 - C_1)}{C_1 k_c} \omega_1 + 2\eta_1 - \frac{\omega_1}{2\eta_1 \omega_1 - k_c} \right)}$$

$$k_{bi} = \frac{(C_2 - C_1) k_s}{C_1 k_c} - \frac{k_c \omega_1^2 + (\omega_1^2 - k_c 2\eta_1 \omega_1)(2\eta_1 \omega_1 - k_c)}{C_1 k_c};$$

$$(2) c > 0, \text{ 即 } 2\eta_1 \omega_1 > k_c;$$

(3) 为保证 a, b 均为正实数,

$$a + b = \omega_1^2 - k_c 2\eta_1 \omega_1 - C_1 k_{bi} > 0$$

$$ab = -C_1 k_{bi} \omega_1^2 - 2\eta_1 \omega_1 C_1 k_s > 0;$$

$$(4) (a + b)^2 - 4ab \geq 0, \text{ 即: } (\omega_1^2 - k_c 2\eta_1 \omega_1 - C_1 k_{bi})^2 \geq 4(-C_1 k_{bi} \omega_1^2 - 2\eta_1 \omega_1 C_1 k_s).$$

此时,磁浮系统会出现对应于环面的拟周期解.实际实验过程中,出现了哆嗦现象,即两个周期复合的振动现象,可以用上面的方程加以解释.

3.3.2 仿真分析

取参数 $\eta_1 = 0.1, \omega_1 = 100, k_c = -9$,其余参数同上,利用上面推导的两对纯虚根的存在条件,对应原方程

的参数 $k_c = -453, k_s = 9.9583e3, k_{bi} = 31.1278, C_1 = 0.25, C_2 = 2.5$.

如图 6 所示,间隙存在大小两个周期信号,与系统出现拟周期分岔的分析结果一致.

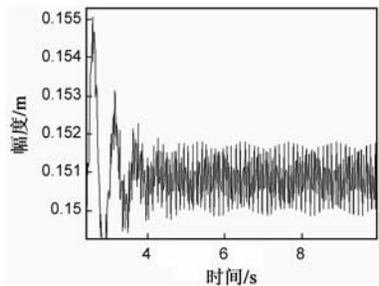


图6 二次Hopf分岔系统间隙响应示意图

3.4 混沌现象

前面已提到过三种寻常吸引子:点——平衡态;极限环——周期解;环面——拟周期解.对应于混沌运动的是奇怪吸引子.由简单运动状态向混沌运动状态过渡,即称为通向混沌的道路,目前研究较多的有倍周期分岔,间歇,二次 Hopf 分岔和 KAM 环面破裂.

轨道初始值分别为 0.1m 和 0.101m,其它系统参数同上,得到间隙信号相轨迹如图 7 和图 8 所示:

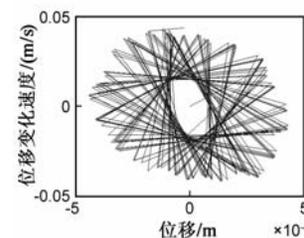


图7 二次Hopf分岔系统间隙相轨迹示意图

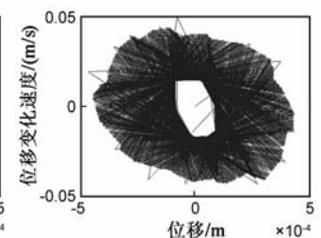


图8 二次Hopf分岔系统间隙相轨迹示意图

对比图 7 和图 8,可以看出,轨道对初始值有敏感依赖性,似乎有混沌现象.分别对幅度作功率谱分析,得到的结果基本一致,如图 9 所示.

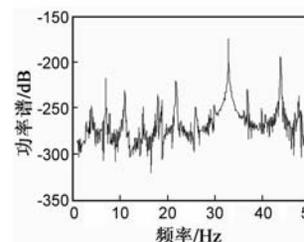


图9 间隙信号功率谱示意图

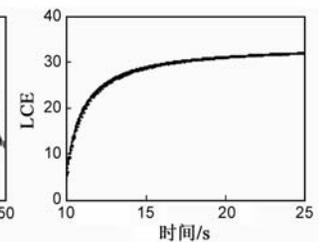


图10 最大Lyapunov指数时间演化曲线

周期运动的频谱是离散的谱线,而非周期运动的频谱是连续的.由于上图频谱连续,因此可以初步判定该系统出现了混沌.

依据参考文献[8],对于自治系统:如果所有 Lyapunov 指数均为负,系统将趋于静止;如果有 Lyapunov 指数为零而其余的为负,系统作周期性运动;如果存在正

Lyapunov 指数而运动又是往复的,系统作混沌运动.利用 Lyapunov 指数的定义^[8],采用四阶的 Runge-Kutta 积分方法,求 $k_{bi} = 35$ 时系统的最大 Lyapunov 指数时间演化曲线,如图所示,可见存在正的 Lyapunov 指数.

4 结论

本文详细讨论了车轨耦合磁浮系统的各种分岔现象,给出了特征多项式出现零根,一对零实部根,两对零实部根的条件,得到了系统会出现同宿分岔、Hopf 分岔、二次 Hopf 分岔和混沌的结论,仿真结果验证了推导的正确性.本文得到的各种情况下系统的振动特点,对深刻认识磁浮系统中振动产生的原因以及各种振动的特点都具有重要的参考价值.

参考文献:

- [1] 赵春发,翟婉明,蔡成标.磁浮车辆/高架桥垂向耦合动力学研究[J].铁道学报,2001,23(5):27-33.
ZHAO Chun-fa, ZHAI Wan-ming, CAI Cheng-biao. Maglev vehicle and guideway vertical coupling dynamic research[J]. Journal of the China Railway Society, 2001, 23(5): 27-33. (in Chinese)
- [2] 翟婉明.车辆-轨道耦合动力学[M].北京:中国铁道出版社,2002.
ZHAI Wan-ming. Vehicle and Guideway Coupling Dynamics [M]. Beijing: The Railway Publishing House of China, 2002, (in Chinese)
- [3] 施晓红,余龙华.非线性磁悬浮控制系统的周期运动稳定性研究[J].动力学与控制学报,2005,3(3):52-55.
SHI Xiao-hong, SHE Long-hua. The periodic motion stability analysis of the nonlinear maglev control system[J]. Journal of Dynamics and Control, 2005, 3(3): 52-55. (in Chinese)
- [4] WANG Hong-Po, LI Jie, ZHANG Kun. Stability and Hopf bifurcation of the maglev system with delayed speed feedback control[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(829-834).

- [5] 姚宏,郭雷,徐健学.高维磁悬浮控制系统混沌与控制器设计研究[J].仪器仪表学报.2003,24(2):175-178.
YAO Hong, GUO Lei, XU Jian-xue. The Research on the controller's design and chaos for a multidimensional magnetic levitation control system[J]. Journal of Apparatus and Instrument, 2003, 24(2): 175-178. (in Chinese)
- [6] 姚宏,郭雷,李学仁.磁悬浮控制系统混沌预测[J].航空学报,2002,23(3):259-261.
YAO Hong, GUO Lei, LI Xue-ren. Chaos prediction for magnetic levitation control systems[J]. Acta Aeronautica of Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 361-363. (in Chinese)
- [7] 张芷芬,李承治,郑志明,李伟固.向量场的分岔理论基础[M].北京:高等教育出版社,1995.
ZHANG Zhi-fen, LI Cheng-zhi, ZHENG Zhi-ming, LI Wei-gu. The Bifurcation Theory Essentials of Vector Field [M]. Beijing: The Publishing House of Higher Education, 1995. (in Chinese)
- [8] Robinson, R Clark. An introduction to dynamical systems: continuous and discrete[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2004.

作者简介:



邹东升 男,1981年2月出生于河南唐河.国防科技大学航天与材料工程学院,博士,主要研究方向为控制理论与工程,数字信号处理. E-mail: dszou@163.com

余龙华 男,1970年出生,国防科技大学机电工程与自动化学院磁悬浮中心副教授,副总师,博士,硕士生导师,主要研究方向为磁悬浮控制,数字信号处理.

张志强 男,1975年出生,郑州防空兵指挥学院副教授,硕士,主要研究方向为信号处理,计算机仿真.

周富民 男,1983年出生,四川宜宾 61902 部队,硕士,主要研究方向为信号处理,无线传感网络