

# 基于信息素扩散的蚁群算法

黄国锐, 曹先彬, 王煦法

(中国科学技术大学计算机科学技术系, 安徽合肥 230026)

**摘要:** 蚁群算法是一种新型的搜索算法, 其模拟的是蚁群依赖信息素进行通信而表现出的社会性行为. 在基本蚁群算法中, 蚂蚁之间协作不足, 存在滞后的缺陷. 本文在分析这一算法的基础上, 提出了一种新的更加忠实了真实蚁群信息系统的蚁群算法. 该算法通过建立信息素扩散模型, 使相距较近的蚂蚁之间能更好地进行协作. TSP 问题的仿真结果表明了该算法的有效性.

**关键词:** 蚁群算法; 蚁群系统; 信息素; 扩散机制

**中图分类号:** TP301.16

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2004) 05-0862-04

## An ANT Colony Optimization Algorithm Based on Pheromone Diffusion

HUANG Guorui, CAO Xianbin, WANG Xuifa

(Dept. of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China)

**Abstract:** Ant Colony Optimization (ACO) Algorithm is a novel search algorithm which simulates the social behavior of ant colony depending on pheromone's communication. Based on the analysis of shortcomings of basic ACO such as lack and lag of collaboration among ants, this paper proposes a new ACO which is more faithful to real ant colony system. By setting up the pheromone diffusion model, this algorithm improves the collaboration among ants which are nearby. The simulation results for TSP problem show the validity of it.

**Key words:** ant colony optimization algorithm; ant colony system; pheromone; diffusion mechanism

## 1 引言

仿生学家的研究表明, 蚂蚁个体之间通过一种称之为外激素的物质进行信息传递, 蚂蚁在其所经过的路径上留下该物质, 而且在其运动过程中也能够感知这种物质的浓度, 并以此指导自己的运动方向. 蚂蚁倾向于朝着该物质浓度高的方向移动. 因此, 由大量蚂蚁组成的蚁群的集体行为便表现出一种信息正反馈现象: 某一路径上走过的蚂蚁越多, 后面的蚂蚁选择该路径的概率就越大.

受自然界中真实蚁群行为的启发, 意大利学者 Dorigo 等<sup>[1-3]</sup>首先提出了蚁群算法, 并将之应用于复杂组合优化问题的求解, 取得了较好的效果. 但该算法也存在一些缺点, 如进化速度慢、易陷入局部最优等等. 借鉴遗传算法在提高解的收敛速度和全局最优方面的思想, 许多学者对基本蚁群算法进行了多方面的改进, 如 Gambardella<sup>[4]</sup>提出的蚁群系统 (Ant colony system, ACS)、吴庆洪等<sup>[5]</sup>提出的具有变异特征的蚁群算法等等, 这些改进方法对一些特定问题的求解已取得了一些效果, 但是从蚁群的信息系统来看, 这些改进没有很好的生物学基础. 本文在分析蚁群算法模型缺陷的基础上, 提出一种与真实蚁群系统更加相符的基于信息素扩散的蚁群算法.

## 2 基本蚁群算法模型及其缺陷分析

### 2.1 基本蚁群算法模型简介

蚁群算法通常用于求解复杂的组合优化问题. 在对不同性质的问题求解时, 蚁群算法模型的定义也有所不同. 我们以平面上  $m$  个城市的 TSP 问题为例说明基本蚁群算法模型.  $m$  个城市的 TSP 问题就是寻找通过  $m$  个城市各一次且最后回到出发点的最短路径.

设  $n$  是蚁群中蚂蚁的数量,  $d_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ) 表示城市  $i$  和城市  $j$  之间的距离,  $S_{ij}(t)$  表示  $t$  时刻在城市  $i$  与城市  $j$  连线上信息素的浓度. 初始时刻, 各条路径上信息素的浓度相同, 设  $S_{ij}(C$  为常数). 蚂蚁  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) 在运动过程中, 根据各条路径上的信息素的浓度决定转移方向,  $P_{ij}^k(t)$  表示在  $t$  时刻蚂蚁  $k$  从城市  $i$  转移到城市  $j$  的概率, 其计算公式如(1)所示.

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{S_{ij}^A(t) G_{ij}^B(t)}{\sum_{s|allowed_k} S_{is}^A(t) G_{is}^B(t)}, & j \in tabu_k \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $tabu_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) 为蚂蚁  $k$  已走过城市的集合. 开始时  $tabu_k$  中只有一个元素, 即蚂蚁  $k$  的出发城市, 随着进化的进行,  $tabu_k$  中的元素不断增加. 随着时间的推移, 以前留

在各条路径上的信息素逐渐消逝,用参数  $1-Q$  表示信息素的挥发程度,经过  $m$  个时刻,蚂蚁完成一次循环,各路径上信息素的浓度要根据式(2)作调整,

$$S_{ij}(t+m) = Q^* S_{ij}(t) + \sum_{k=1}^n S_{ij}^k, \quad (2)$$

$$S_{ij}^k = \sum_{k=1}^n S_{ij}^k, \quad Q \in (0, 1)$$

$S_{ij}^k$  表示第  $k$  只蚂蚁在本次循环中留在路径  $ij$  上的信息素的浓度,  $S_{ij}$  表示本次循环所有蚂蚁在路径  $ij$  上所释放的信息素浓度之和。

Dorigo M 曾给出 3 种不同模型,分别称之为 ant cycle system, ant quantity system, ant density system, 它们的差别在于  $S_{ij}^k$  的计算表达式不同。

在 ant cycle system 模型中,

$$S_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k, & \text{if the } k\text{th ant uses edge}(i, j) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

在 ant quantity system 和 ant density system 中,  $S_{ij}^k$  分别为:

$$S_{ij}^k = \begin{cases} Q/d_{ij}, & \text{if the } k\text{th ant uses edge}(i, j) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$S_{ij}^k = \begin{cases} Q, & \text{if the } k\text{th ant uses edge}(i, j) \\ Q, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

它们的区别在于后两种模型中利用的是局部信息,而前者利用的是整体信息。在用传统的蚁群算法求解 TSP 问题时 ant cycle system 性能较好。但我们将采用 ant quantity system 作为基本模型,因为它更忠实于真实的蚁群系统,然后在此基础上提出我们的改进算法。算法中的参数  $A, B, Q$  和  $Q_0$  可以用实验方法确定其最优组合,也可以用进化学习得到。停止条件可以用固定进化代数或者当进化趋势不明显时便停止计算。由算法复杂度分析理论可知,该算法复杂度为  $O(nc \cdot n^3)$ , 其中  $nc$  表示循环次数。以上是针对 TSP 求解问题说明蚁群模型的,对该模型稍作修正,便可以应用于其它问题。

## 2.1.2 基本蚁群算法模型分析

蚁群算法本质上仍是一种随机搜索算法,它是通过对候选解组成的群体的进化来寻求最优解。算法由许多蚂蚁共同完成,每只蚂蚁在候选解的空间中独立地搜索解,并在所寻得的解上留下一定的信息素。解的性能越好,蚂蚁留在其上的信息素就越多,信息素越多的解被选择的可能性也越大。在算法的最初阶段所有解上的信息素是相同的,随着算法的推进,较优解上的信息素将逐渐增多,算法渐渐趋于收敛。

对于 TSP 这样的组合优化问题,其解是由一系列的子解(城市到城市的路径)构成。在现有的蚁群算法模型中,蚂蚁与蚂蚁之间的协作是通过子解上的信息素来完成的,我们认为其协作方式存在一些问题。假设某一个子解上的信息素浓度很高,它会对位于子解的两个城市上的蚂蚁起调节作用,使蚂蚁选择它的概率增大,但对位于距离这两个城市比较近的其他城市上的蚂蚁没有起到直接的调节作用。在初始时刻,各子解上信息素的浓度相同,然后通过蚂蚁的路径搜索,不断改变各子解上信息素的浓度。但由于传统的蚁群算法中蚂蚁之间的协作不足和不够及时,使其收敛速度变慢,但容易限于局部最优。

在自然界真实蚁群行为中,蚂蚁之间的信息传递主要是通过信息素的扩散完成的。先前的蚂蚁对后面的蚂蚁的行为发生影响时,后面的蚂蚁一般不在先前蚂蚁的运动轨迹上,而是与该运动轨迹有着或大或小的距离。当距离比较小时,后面的蚂蚁的行为受影响较大,当距离比较大时,后面的蚂蚁的行为受影响较小。但在现有的蚁群算法模型中,没有考虑信息素的扩散。需要指出的是现阶段对蚁群算法的研究还只停留在仿真阶段,对其有效性也没有一个完整的理论分析。正因为这样的情况,我们在建立蚁群算法模型时一定要忠实于自然界中真实蚁群的行为。受这种思想的启发,我们提出了基于信息素扩散的蚁群算法,并将之应用于 TSP 问题求解。

## 3 基于信息素扩散的蚁群算法

### 3.1 基于信息素扩散的蚁群算法的原理

我们仍然以 TSP 问题为例来进行说明。在蚂蚁进行路径搜索时,如果找到一段很短的子路径(子解),它就释放出相应浓度的信息素,该信息素一方面直接影响位于子解的两个城市上的蚂蚁,另一方面它会以该路径为中心向外扩散,影响其附近的其它蚂蚁的行为,使它们在寻找路径时会以更大的概率在下一步选择此路径。通过这种基于信息素扩散的协作方式,其他蚂蚁在选择下一个城市时选择到最优路径的干扰性会减低,从而使算法的收敛速度大大提高。

下面我们用图 1 的示例来说明基于信息素扩散的蚁群算法的原理。在图 1 中,假设蚂蚁 2 欲从  $c$  到  $g$ , 其中  $ab$  为一距离很短的路径。若原先在路径  $bc$  和  $dc$  上的信息素的浓度相同,由于  $dc$  比  $bc$  短,蚂蚁 2 将以更大的概率选择  $d$  为下一步要到达的位置。如果在此之前,蚂蚁 1 刚好从  $b$  走到  $a$ , 则其将产生相应浓度的信息素,然后向周围进行扩散。由于距离远近的不同,路径  $bc$  上的信息素的浓度将大于路径  $dc$  上的信息素的浓度,当大到一定程度时,蚂蚁 2 将以更大的概率选择  $b$  为下一步要到达的位置,从而使蚂蚁 2 选择最短路径  $c \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow g$  的干扰减小。

### 3.1.2 基于信息素扩散的蚁群算法

我们采用 ant quantity system 作为基本模型,在其中引入我们提出的信息素扩散模型。

(1)信息素扩散模型 图 2 表示了信息素在空气中的浓度与距离之间的关系。其中横坐标  $x$  表示与产生信息素的信源之间的距离,纵坐标  $y$  表示信息素的浓度,  $O$  点为信源的位置。从图上可以看出,空气中信息素的浓度随着与信源之间的距离的增大而减小,近似服从一个正态分布。为了计算的方便,我们对图 2 所示的扩散模型进行了简化,简化结果如图 3 所示。

在简化的信息素扩散模型中,  $O$  点的信息素浓度为  $D_{\max}$ ,

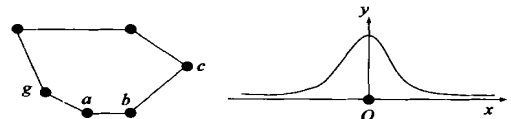


图 1 基于信息素扩散的蚁群算法原理示意图

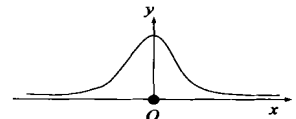


图 2 信息素扩散示意图

H参数为一锐角, 在基于信息素扩散的蚁群算法模型中保持不变,  $h$  是圆锥体的高,  $r$  表示扩散范围的半径, 其大小为  $h \tan \theta$  以图 3 中的  $C$  点为例, 在该点的蚂蚁所接收到的信息素的浓度  $D_C$  用公式(6)描述, 其中  $R$  表示  $C$  点到  $O$  点的

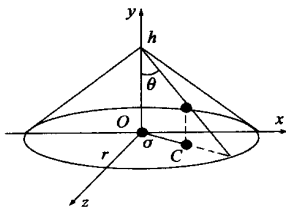


图 3 简化后的信息素扩散模型  
距离。从公式(6)可以看出距离信源越远, 蚂蚁所接收到的信息素也越少。

$$D_C = D_{\max} * ((h * \tan \theta - R) / (h * \tan \theta)) \quad (6)$$

(2)用于求解 TSP 问题的信息素扩散模型 假定蚂蚁  $k$  刚走过的两个城市  $i$  和  $j$  之间的距离为  $d_{ij}$ , 我们认为此时该蚂蚁将分别以  $i$  和  $j$  为中心向周围扩散信息素, 其中  $i$  点和  $j$  点的信息素的浓度都为  $D_{\max}$ 。扩散的结果将形成形状与图 3 中的圆锥体类似的分别以  $i$  和  $j$  为底面中心的圆锥体(简化的浓度场)。对于其他的任一城市  $l$ , 如果它在蚂蚁  $k$  所产生的信息素的扩散范围内, 则能求出扩散到该城市的由蚂蚁  $k$  所产生的信息素的浓度  $D_{il}^k$  和  $D_{jl}^k$ 。这里我们进行了一些简化处理, 直接用  $D_{il}^k$  和  $D_{jl}^k$  去更新路径  $il$  和  $jl$  上的信息素的浓度, 这样就得到了第  $k$  只蚂蚁在一次循环中留在各有关路径上的信息素的浓度的计算公式分别如式(7)~(9)所示。

$$S_{ij}^k = Q / d_{ij} \quad (7)$$

$$S_{il}^k = D_{il}^k \quad (8)$$

$$S_{jl}^k = D_{jl}^k \quad (9)$$

其中公式(7)表示如果第  $k$  只蚂蚁在时刻  $t$  到  $t+1$  之间经过路径  $ij$ , 公式(8)表示如果第  $k$  只蚂蚁在时刻  $t$  到  $t+1$  之间经过城市  $i$  但不过城市  $l$ , 公式(9)表示如果第  $k$  只蚂蚁在时刻  $t$  到  $t+1$  之间经过城市  $j$  但不过城市  $l$ 。也就是说在原来的 ant quantity system 模型中, 每只蚂蚁每走一步只改变其刚好经过的那段路径上的信息素的浓度, 但在我们提出的基于信息素扩散的蚁群算法模型中, 该蚂蚁可能会改变多条路径上的信息素的浓度。我们认为这种改进将大大提高蚂蚁群体之间的合作效果, 增强蚁群算法的有效性, 同时改进后的人工蚁群系统也更加忠实于自然界真实的蚁群系统。

下面来推导  $D_{il}^k$  和  $D_{jl}^k$  的计算公式。令  $h = d^{X+1} / (d_{ij})^X$ , 其中  $X$  为大于 1 的可调常数,  $d$  为各城市的平均距离。我们设定  $D_{\max} = C * S_{ij}^k$ , 其中  $C$  是小于 1 的可调常数。当以  $i$  为中心向外扩散信息素时公式(6)中的  $R = d_{il}$ , 以  $j$  为中心向外扩散信息素时  $R = d_{jl}$ 。将  $S_{ij}^k$ 、 $h$ 、 $D_{\max}$  和  $R$  代入公式(6)得到  $D_{il}^k$  和  $D_{jl}^k$  的计算公式, 分别如公式(10)和(11)所示。

$$D_{il}^k = \begin{cases} C * Q / d_{ij} (1 - \frac{d_{il} * (d_{il})^X}{d^{X+1}} \tan \theta), & \text{if } d_{il} < d^{X+1} / (d_{ij})^X * \tan \theta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

$$D_{jl}^k = \begin{cases} C * Q / d_{ij} (1 - \frac{d_{jl} * (d_{jl})^X}{d^{X+1}} \tan \theta), & \text{if } d_{jl} < d^{X+1} / (d_{ij})^X * \tan \theta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(3)基于信息素扩散的蚁群算法流程 基于信息素扩散的蚁群算法的流程可以描述如下:

(a) 初始化, 令  $Q = 100$ ,  $C = 3$ ,  $H = P/8$ , 最大进化代数设置为 400。

(b) 随机选择每只蚂蚁的初始位置。

(c) 按公式(1)计算每只蚂蚁  $k$  将要转移的位置, 假设为  $j$ , 上一个位置假设为  $i$ 。

(d) 按公式(7)计算在路径  $ij$  上新产生的信息素浓度。

(e) 按公式(8)计算从  $i$  扩散到其它路径  $il$  上的信息素的浓度。

(f) 按公式(9)计算从  $j$  扩散到其它路径  $jl$  上的信息素的浓度。

(g) 若本次循环中每只蚂蚁都执行了步骤(3)~(6), 则转向(8), 否则转向步骤(3)。

(h) 按公式(2)更新各条路径上的信息素的浓度, 此时公式(2)中的  $m$  等于 1。

(i) 如果每只蚂蚁都完成了一个完整的路径, 则转向步骤(10), 否则转向步骤(3)。

(j) 是否达到指定的进化代数或者所求得解在最近若干代中无明显改进, 如果出现这样的情况, 则转向步骤(11), 否则转向步骤(3)开始新一轮的进化。

(k) 输出进化结果。

## 4 实验结果与分析

我们选用 Oliver30 作为实验例子进行实验。我们之所以选用这个例子, 是因为 TSP 问题是典型的 NP2hard 问题, 常常用来验证某一算法的有效性。我们在 PC 机上用 Visual C++ 语言编程实现了基于信息素扩散的蚁群算法, 实验结果如表 1、图 4、图 5 和图 6 所示。表 1 中最短路径长度为最优路径的长度, 进化代数是取 10 次实验的平均而得到的。图 4 是本文算法的最优解的进化曲线。图 5 是本文算法在求解过程中的解的多样性曲线, 其多样性用公式(12)进行计算, 其中 ANT. NUM 表示蚂蚁数, 本文取 30,  $L_k(n)$  表示第  $k$  只蚂蚁在第  $n$  代所经过路径的长度,  $\text{avg}(L(n))$  则表示第  $n$  代所有蚂蚁所经过路径的长度的平均值。从图 5 可以看出, 在整个进化过程中, 解的多样性一直很好, 因此具有不断获得新的最优解的能力, 使得本文算法可以获得全局最优解, 而不易陷入局部最优解。图 6 是本文算法所找到的最优路径。

表 1 本文算法在不同参数下的实验结果

A	B	Q	X	C	最短路径长度	达到收敛所需进化代数
2	4	016	1	014	4231 740563	76
2	4	019	1	014	4231 911688	59
4	2	015	1	016	4241 464270	64
4	2	019	1	016	4241 464270	68

$$\text{DIV}(n) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{\text{ANT. NUM}} (L_k(n) - \text{avg}(L(n)))^2}{(\text{ANT. NUM} - 1)}}$$

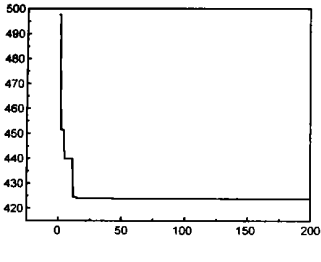


图 4 最优解进化曲线图

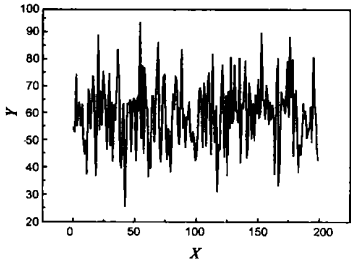


图 5 求解过程中的解的多样性曲线图

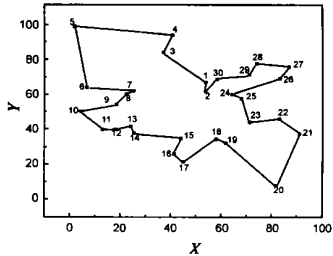


图 6 所找到的最优路径

为了说明本文算法的有效性,我们还进行了基本蚁群算法的实验.由于本文算法的基础是 ant quantity system 模型,所以我们用基于该模型的基本蚁群算法对 Oliver30 进行了求解,结果如表 2 所示.从表 1 和表 2 的对比可以看出,不论是求解结果还是求解速度,本文算法都明显好于基本蚁群算法.

5 结论

本文首先对基本蚁群算法模型进行了分析,指出其存在的蚂蚁之间协作的不足.在此基础上,受自然界蚁群信息系统的启发,本文提出了更加忠实于真实蚁群行为的基于信息素扩散的蚁群算法.由对 TSP 问题的求解结果可以看出,本文算法解的全局性和收敛速度都有很大的提高.如何从理论上对本文所提出的算法进行有效分析,以及分析算法中各个主要参数对最后的求解结果的影响将是我们进一步研究的内容.

表 2 基本蚁群算法在不同参数下的实验结果

A	B	Q	最短路径长度	达到收敛 所需进化代数
2	4	0.6	446.947745	373
2	4	0.9	445.795674	346
4	2	0.5	450.947575	385
4	2	0.9	437.063260	364

参考文献:

[ 1 ] Dorigo M, et al. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 1996, 26(1): 29- 41.

[ 2 ] Dorigo M, Gambardella L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53- 66.

[ 3 ] Dorigo M, et al. Guest editorial: special section on ant colony optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(4): 317- 319.

[ 4 ] Gambardella L M, Dorigo M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies[A]. Proc. of the 1996 IEEE International Conference on Evolutionary Computation[C]. Nagoya, Japan: ICEC. 96, 1996. 622 - 627.

[ 5 ] 吴庆洪, 等. 具有变异特征的蚁群算法[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(10): 1240- 1245.

作者简介:



黄国锐 男, 1975 年 1 月生于安徽省太湖县, 博士研究生, 主要研究领域为计算智能, 人工内分泌. Email: huangdav@mail.ustc.edu.cn; huang@cava@sina.com



曹先彬 男, 1969 年 1 月生于安徽省巢湖市, 博士, 副教授, 主要研究领域为计算智能, 人工免疫.

王煦法 男, 1948 年 11 月生于江苏省丹阳市, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算智能, 人工生命, 网络安全.