

# 基于多自由度性能指标的模型预测控制算法

徐祖华, 赵 均, 钱积新

(浙江大学信息学院控制系, 浙江杭州 310027)

**摘 要:** 传统的模型预测控制算法是一自由度控制器, 不具有使系统的目标跟踪特性和干扰抑制特性同时到达最佳的能力. 本文提出一种基于多自由度性能指标的模型预测控制算法, 对设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配等情况, 允许设置不同的响应参数, 提高了控制器品质. 仿真结果表明了算法的有效性.

**关键词:** 预测控制; 多自由度; 动态矩阵控制

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 05-0906-04

## An Improved Model Predictive Control Algorithm Based on Multi-Degree of Freedom Performance Index

XU Zuhua, ZHAO Jun, QIAN Jixin

(Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract:** Traditional model predictive control is a one degree of freedom controller, so good dynamic response performance of both set point tracking and disturbance rejection characteristics can't be achieved simultaneously. An improved model predictive control algorithm based on multi-degree of freedom performance index is proposed for the industrial plant to achieve good dynamic response performance of set point tracking and disturbance rejection and model mismatch. The simulated results are given to demonstrate the effectiveness of the designed controller.

**Key words:** model predictive control; multi degree of freedom; dynamic matrix control

### 1 引言

作为一种有较强工业应用背景的优化控制算法, 模型预测控制具有易于建模、鲁棒性强、有效处理多变量约束问题等特点, 因而在石油、化工、电力等领域的过程控制中获得了广泛应用<sup>[1, 2]</sup>.

研究者们对控制器的参数设计做了大量的工作. 文献[3]在过程近似为一阶惯性加纯滞后模型的基础上给出了控制器参数设计的指导公式. 文献[4]提出了基于MirrMax的控制器鲁棒参数设计方法, 充分考虑到模型的不确定性. 在控制系统的设计过程中, 目标值跟踪特性和干扰抑制特性是主要关注的两个问题<sup>[5]</sup>. 但是, 常规的MPC控制器只有设置一组控制参数, 是一种一自由度控制器, 不具有使系统的目标跟踪特性和干扰抑制特性同时到达最佳的能力. 一般来说, 若按干扰抑制特性整定参数, 则目标值跟踪特性差; 若按目标值跟踪特性整定参数, 则干扰抑制特性差. 在实际系统的设计过程中, 必须综合考虑设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配等各种情况的响应要求, 通过反复整定

误差权矩阵、控制权矩阵参数, 使得控制器对各种情况皆有折中的品质性能.

这样做一般能满足大多数控制系统的要求, 但对于高性能的控制系统则有一定的局限性, 难以获得满意的控制效果. 因此, 本文提出一种基于多自由度性能指标的预测控制算法, 对设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配等情况, 允许设置不同的响应参数, 提高了控制器品质.

### 2 基于多自由度性能指标的预测控制算法

Culter<sup>[6]</sup>在1980年提出了基于对象阶跃响应的DMC算法, 在此基础上Carica与Morshedi<sup>[7]</sup>提出QDMC算法以处理过程约束, Lee<sup>[8]</sup>对DMC算法进行状态空间分析并使算法扩展至积分对象, 使之成为了一种被广泛使用的预测控制算法. 为了叙述方便, 本文以单变量DMC算法为例<sup>[1]</sup>, 同样的结果可以扩展到多变量系统.

#### 2.1 预测模型

设对象输出 $y$ 对可控输入 $u$ 的单位阶跃响应序列 $a = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ , 对象输出 $y$ 对可测干扰 $v$ 的单位

阶跃响应为  $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_N]^T$ , 其中  $N$  是建模时域长度。

为了实现基于多自由度性能指标的预测控制算法, 把控制作用  $\Delta u(k)$  分解为三部分  $\Delta u_{sp}(k)$ 、 $\Delta u_{ff}(k)$ 、 $\Delta u_{fb}(k)$ , 分别对应设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配的情况。同样, 把预测初值与预测值也分成三部分, 分别对应设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配的情况。

在采样时刻  $k$ , 在  $M$  个连续的控制分量  $\Delta u_{sp}(k)$ ,  $\Delta u_{sp}(k+1)$ ,  $\dots$ ,  $\Delta u_{sp}(k+M-1)$  作用下, 系统在未来  $P$  个时刻的预测输出值可用下式表示:

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{SP}(k) + \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) \quad (1)$$

其中, 向量  $\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k)$  是在控制作用分量  $\Delta u_{sp}(k)$ ,  $\Delta u_{sp}(k+1)$ ,  $\dots$ ,  $\Delta u_{sp}(k+M-1)$  作用下, 系统在未来  $P$  个时刻的输出预测值; 向量  $\hat{\mathbf{y}}_{P0}^{SP}(k)$  表示只有  $k$  时刻之前的控制作用分量  $\Delta u_{sp}(i)$  ( $i < k$ ) 作用下, 系统在未来  $P$  个时刻的输出预测值:

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_M^{SP}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_M^{SP}(k+P|k) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{SP}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_0^{SP}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_0^{SP}(k+P|k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_{sp}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{sp}(k+M-1|k) \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_P & a_{P-1} & \dots & a_{P-M+1} \end{bmatrix}$$

对应于控制作用  $\Delta u(k)$  的其他分量  $\Delta u_{ff}(k)$ 、 $\Delta u_{fb}(k)$ , 也有同样的预测模型公式:

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FF}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FF}(k) + \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) + \mathbf{b} \cdot \Delta v(k) \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FB}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FB}(k) + \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k) \quad (3)$$

其中,

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FF}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_M^{FF}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_M^{FF}(k+P|k) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FF}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_0^{FF}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_0^{FF}(k+P|k) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FB}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_M^{FB}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_M^{FB}(k+P|k) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FB}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}_0^{FB}(k+1|k) \\ \vdots \\ \hat{y}_0^{FB}(k+P|k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_{ff}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{ff}(k+M-1|k) \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_{fb}(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u_{fb}(k+M-1|k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta v(k) = v(k) - v(k-1)$$

## 2.2 滚动优化

在采样时刻  $k$ , 通过优化策略确定控制作用分量

$\Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k)$ 、 $\Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k)$ 、 $\Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k)$ , 使系统在其作用下, 未来的输出预测向量  $\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k)$  尽可能地接近于设定值向量  $\tilde{\mathbf{r}}_P(k)$ , 未来的输出预测向量  $\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FF}(k)$  与  $\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FB}(k)$  尽可能地接近于零, 同时对控制作用的大小加以约束, 避免控制作用变化过于剧烈, 即

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k), \Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k), \Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k)} J(k) = \|\tilde{\mathbf{r}}_P(k) - \hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k)\|_{\mathbf{Q}_{SP}}^2 + \|\Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k)\|_{\mathbf{R}_P}^2 + \|\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FF}(k)\|_{\mathbf{Q}_{FF}}^2 + \|\Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k)\|_{\mathbf{R}_{FF}}^2 + \|\hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FB}(k)\|_{\mathbf{Q}_{FB}}^2 + \|\Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k)\|_{\mathbf{R}_{FB}}^2 \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{y}^- \leq \hat{\mathbf{y}}_{PM}^{SP}(k) + \hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FF}(k) + \hat{\mathbf{y}}_{PM}^{FB}(k) \leq \mathbf{y}^+$$

$$\Delta \mathbf{u}^- \leq \Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) + \Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) + \Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k) \leq \Delta \mathbf{u}^+$$

$$\mathbf{u}^- \leq \mathbf{u}_M(k-1) + \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) + \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) + \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k) \leq \mathbf{u}^+$$

$$\text{其中, } \mathbf{u}_M(k-1) = \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ 1 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{u}^+$ 、 $\mathbf{u}^-$ 、 $\Delta \mathbf{u}^+$ 、 $\Delta \mathbf{u}^-$  分别是输入变量的位置约束向量与增量约束向量;  $\mathbf{y}^+$ 、 $\mathbf{y}^-$  是输出约束向量; 对角阵  $\mathbf{Q}_{SP}$  和  $\mathbf{R}_{SP}$ 、 $\mathbf{Q}_{FF}$  和  $\mathbf{R}_{FF}$ 、 $\mathbf{Q}_{FB}$  和  $\mathbf{R}_{FB}$  分别是在设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动及模型失配等情况下的误差权矩阵和控制权矩阵, 可用来调节在各情况下的输出变量的响应速度以及输入变量的变化剧烈程度, 使之成为一种多自由度控制器。

根据预测模型, 在不考虑输入输出约束的条件下, 由极值必要条件求得如下最优解:

$$\Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) = (\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{SP} \mathbf{A} + \mathbf{R}_{SP})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{SP} (\tilde{\mathbf{r}}_P(k) - \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{SP}(k))$$

$$\Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) = -(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{FF} \mathbf{A} + \mathbf{R}_{FF})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{FF} \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FF}(k)$$

$$\Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k) = -(\mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{FB} \mathbf{A} + \mathbf{R}_{FB})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}_{FB} \hat{\mathbf{y}}_{P0}^{FB}(k) \quad (5)$$

在  $k$  时刻, 求解得到未来  $M$  个控制作用  $\Delta \mathbf{u}_M(k) = \Delta \mathbf{u}_M^{SP}(k) + \Delta \mathbf{u}_M^{FF}(k) + \Delta \mathbf{u}_M^{FB}(k)$ , 控制器实施  $\Delta \mathbf{u}_M(k)$  的第一项  $\Delta u(k)$ 。到下一采样时刻  $k+1$ , 重复上述优化过程, 得到  $\Delta u(k+1)$ , 依次进行形成滚动优化。

## 2.3 反馈校正

当  $k$  时刻把作用  $u(k)$  实际加于对象时, 利用预测模型(1)、(2)、(3), 可计算出在控制作用分量  $\Delta u_{sp}(k)$ 、 $\Delta u_{ff}(k)$ 、 $\Delta u_{fb}(k)$  作用下未来的  $N$  个时刻的输出预测值:

$$\hat{\mathbf{y}}_{N1}^{SP}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{N0}^{SP}(k) + \mathbf{a} \cdot \Delta u_{sp}(k)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FF}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{N0}^{FF}(k) + \mathbf{a} \cdot \Delta u_{ff}(k) + \mathbf{b} \cdot \Delta v(k)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FB}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{N0}^{FB}(k) + \mathbf{a} \cdot \Delta u_{fb}(k)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{N1}(k) = \hat{\mathbf{y}}_{N1}^{SP}(k) + \hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FF}(k) + \hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FB}(k) \quad (6)$$

在下一采样时刻, 检测对象的实际输出  $y(k+1)$ , 并把它与预测输出向量  $\hat{\mathbf{y}}_{N1}(k)$  的第一项  $\hat{y}_1(k+1|k)$  相比

较, 构成输出误差  $e(k+1) = y(k+1) - y_1(k+1|k)$ .

在  $k+1$  时刻, 输出预测初值的设置可用向量形式表示为:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{y}}_{N0}^{SP}(k+1) &= \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{y}}_{N1}^{SP}(k) \\ \hat{\mathbf{y}}_{N0}^{FF}(k+1) &= \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FF}(k) \\ \hat{\mathbf{y}}_{N0}^{FB}(k+1) &= \mathbf{S} \cdot [\hat{\mathbf{y}}_{N1}^{FB}(k) + \mathbf{h} \cdot e(k+1)]\end{aligned}\quad (7)$$

其中, 移位矩阵  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$ , 校正

向量  $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_N]^T$ .

### 3 仿真结果

#### 3.1 考虑如下过程对象:

$$y(s) = \frac{1}{15s^2 + 2s + 1}u(s) + \frac{1}{10s + 1}d(s)$$

其中,  $u$  是输入变量,  $d$  是可测扰动.

选择采样周期为 1 秒, 模型时域为 100, 优化时域  $P = 25$ , 控制时域  $M = 5$ . 在  $k = 1$  时刻, 设定值  $r$  从 0 变到 1(设定值跟踪); 在  $k = 40$  时刻,  $d$  从 0 变到 0.5(抗可测扰动).

对于传统的动态矩阵控制算法, 分别比较在参数  $Q = 1, R = 1; Q = 10, R = 1$  情况下的闭环系统响应曲线, 如图 1 所示:

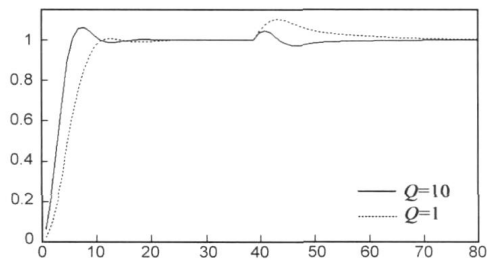


图 1 闭环系统响应曲线

对于基于多自由度性能指标的预测控制算法, 参数  $Q_{SP} = 1, Q_{FF} = 10, Q_{FB} = 1, R_{SP} = R_{FF} = R_{FB} = 1$ , 可得到如下闭环系统响应曲线:

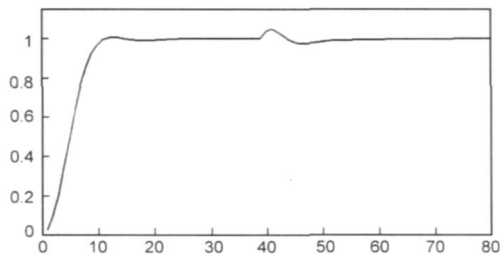


图 2 闭环系统响应曲线

#### 3.2 考虑如下过程对象:

$$y(s) = \frac{2s + 1}{10s^2 + 2s + 1}u(s) + \frac{1}{20s^2 + 10s + 1}v(s)$$

其中,  $u$  是输入变量,  $v$  是不可测扰动.

选择采样周期为 1 秒, 模型时域为 100, 优化时域  $P = 25$ , 控制时域  $M = 5$ . 在  $k = 1$  时刻, 设定值  $r$  从 0 变到 1(设定值跟踪); 在  $k = 40$  时刻,  $v$  从 0 变到 0.5(抗不可测扰动).

对于传统的动态矩阵控制算法, 分别比较在参数  $Q = 1, R = 1; Q = 10, R = 1$  情况下的闭环系统响应曲线, 如图 3 所示:

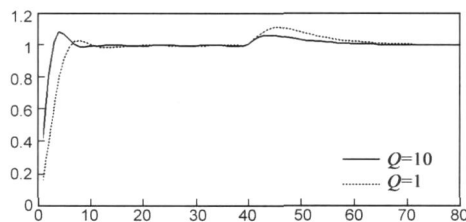


图 3 闭环系统响应曲线

对于基于多自由度性能指标的预测控制算法, 参数  $Q_{SP} = 1, Q_{FF} = 1, Q_{FB} = 10, R_{SP} = R_{FF} = R_{FB} = 1$ , 可得到如下闭环系统响应曲线:

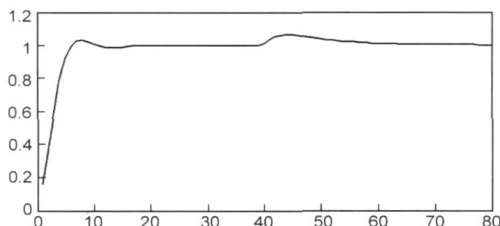


图 4 闭环系统响应曲线

通过上述仿真可知, 传统的动态矩阵控制算法是一自由度控制器, 不能调整控制器参数, 使得设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配等特性同时达到最优; 若按干扰抑制特性整定参数, 则目标值跟踪特性差; 若按目标值跟踪特性整定参数, 则干扰抑制特性差. 而基于多自由度性能指标的预测控制算法可以做到这点.

### 4 结论

传统的模型预测控制算法是一自由度控制器, 不具有使系统的目标跟踪特性和干扰抑制特性同时到达最佳的能力. 本文提出一种基于多自由度性能指标的模型预测控制算法, 对设定值跟踪、抗可测扰动、抗不可测扰动与模型失配等情况, 允许设置不同的响应参数, 提高了控制器的动态品质.

#### 参考文献:

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- [2] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(7): 733-764.

- [3] Shridhal R, Cooper D J. A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control[J]. Ind Eng Chem Res, 1998, 37(10): 4003–4016.
- [4] 徐祖华, 赵均, 钱积新. 基于 Min Max 的预测控制鲁棒参数设计[J]. 化工学报, 2004, 55(4): 613–617.  
Xu Zuhua, Zhao Jun, Qian Jixian. Robust design method of predictive controller parameter based on min max ruler[J]. Journal of Chemical Industry and Engineering, 2004, 55(4): 613–617. (in Chinese)
- [5] 张井岗, 李临生, 陈志梅, 赵志诚. 二自由度 PID 调解器的内模整定方法[J]. 仪器仪表学报, 2002, 23(1): 28–30.  
Zhang Jinggang, Li Linsheng, Chen Zhimei, Zhao Zhicheng. IMC tuning of two degree of freedom PID regulator[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2002, 23(1): 28–30. (in Chinese)
- [6] Cutler C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control: a computer control algorithm[A]. AIChE 86th National Meeting[C]. Houston, TX, 1979.
- [7] Garcia C E, Morshedi A M. Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC) [J]. Chem Eng Commun, 1986, 46(7): 73–87.
- [8] Lee J H, Morari M, Garcia C E. State space interpretation of model predictive control[J]. Automatica, 1994, 30(5): 707–717.

## 作者简介:



徐祖华 男, 1976 年生于浙江杭州, 浙江大学控制系博士后. 研究方向为预测控制、过程辨识. E-mail: xuzh@ipc.zju.edu.cn



赵均 男, 1971 年生于上海. 浙江大学副教授, 硕士生导师. 研究方向为复杂系统的控制与优化.