

三维矩阵彩色图像 WDCT 压缩编码

桑爱军, 陈贺新

(吉林大学南岭校区信息学院, 吉林长春 130025)

摘 要: 本文深入研究了三维矩阵, 首次提出了一种新的基于三维矩阵的宽离散余弦变换(3-D WDCT), 并且定义了它的运算准则, 证明了它的正反变换和相关性质, 将之应用到彩色图像的压缩编码中. 我们知道, 彩色图像的三帧是同一物理模型的映射, 具有相同的纹理, 边缘和灰度变化等. 本文充分考虑了彩色图像三帧间的结构相似性, 把彩色图像的各个分量表示在一个统一的数学模型里, 使彩色图像的 R, G, B 三帧第一次作为一个整体进行压缩编码, 同时去除帧间的与帧内的冗余, 而不是象其他方法那样把各个分量独立处理. 实验结果表明, 这种方法的重建图像无论是压缩比, 信噪比, 还是视觉效果都有明显提高. 本文运用并发展了目前较为成熟的离散余弦变换技术, 与 JPEG 和 MPEG 都有很好的兼容性.

关键词: 三维矩阵; 彩色图像; 压缩编码; 宽离散余弦变换

中图分类号: TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2002)04-0594-04

3D-Matrix WDCT Compression Coding for Color Image

SANG Ai-jun, CHEN He-xin

(Dept. of Information, Jilin University, Changchun, Jilin, Changchun 130025, China)

Abstract: In this paper, a new mathematics model, 3D matrix, is researched. Its application in color digital image compression coding, 3D wide discrete cosine transform (WDCT) compression coding, has been proposed. We also gave its calculate method, transform, inverse transform, performance and proof them. As we known, it is identity physics model unify reflect into that of colour image's three frame, possess same texture, same fringe and same gray change, the information of the each frame almost could reflect the source image except colour, the vision similitude are very strong. Human vision characteristic express that the relation of the each component is unlinely. It is clear that if we encode Y Cr Cb data separately, among each component potential relativity can be incapable of plenitude utilize colour image. So we regard R, G, and B as a whole and make it into the single mathematics model, 3D matrix, and transform it with 3D WDCT. Different from other transform coding method, in which each component was compressed and encoded separately, it combined the intra and inter component compressions encoding together. Simulation results demonstrate good reconstruction image quality and high compression ratio of method. It use adult discrete cosine transform technology, and have good compatible for the moment universal JPEG and MPEG standard.

Key words: 3D-Matrix; color image; compression coding; WDCT

1 引言

图像压缩编码已经发展了许多新技术. 尽管这些技术有效地利用了空间的相关性, 但大多是针对灰度图像的. 而对于彩色图像, 一般都是先将 R, G, B 数据转换成 Y, Cr, Cb 数据, 然后将灰度图像的压缩编码方法独立地应用于各个分量上. 实际上, R, G, B 各颜色分量间的相关性很强, 转换后生成的 Y, Cr, Cb 的相关性有所削弱, 但仍有很大的视觉冗余. 正如人们所知, 彩色图像的三帧是对同一个物理模型的统一反映, 具有相同的纹理, 边缘和灰度变化梯度, 每一帧都几乎可以反映除颜色外的全部信息, 具有很强的视觉相似性. 如果分别对 Y, Cr, Cb 各分量进行压缩编码, 不能充分利用彩色图像中的各分量间潜在的相关性, 这就限制了压缩比和峰值信噪比等性能的进一步提高.

本文提出了一种新的基于变换技术的彩色图像压缩编码

技术. 它运用三维矩阵来表示彩色图像, 把图像的三帧表示在一个统一的数学模型里, 并提出了一种新的变换方法——三维矩阵宽离散余弦变换(WDCT)方法. 这种方法把对彩色图像三帧的处理统一起来, 转化为对空间三维矩阵的数学处理, 运用适当的数学工具, 将横, 竖, 纵(即帧内的行, 列和帧间的各个分量)的大量分散相关的信息集中起来, 从而达到压缩的目的. 实验结果表明, 压缩性能明显超过基本彩色图像压缩编码及小波变换等方法, 而且它基于离散余弦变换技术, 与目前通用的 JPEG, MPEG 具有极好的兼容性.

2 三维矩阵的定义及运行准则

2.1 三维矩阵的基本定义

定义 1 由 $I \times J \times K$ 个实数 a_{ijk} ($1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J, 1 \leq k \leq K$) 构成的 I 个横行, J 个竖列, K 个纵序的立方体形数据排列, 称为 $I \times J \times K$ 阶三维矩阵, 记为:

$$A_{I \times J \times K} = [a_{ijk}]_{I \times J \times K} = \begin{bmatrix} a_{111} & a_{121} & \cdots & a_{1J1} \\ a_{211} & a_{221} & \cdots & a_{2J1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{JI1} & a_{JI2} & \cdots & a_{JJ1} \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_{11K} & a_{12K} & \cdots & a_{1JK} \\ a_{21K} & a_{22K} & \cdots & a_{2JK} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{JIK} & a_{JJ2} & \cdots & a_{JJK} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 a_{ijk} 叫做三维矩阵 $A_{I \times J \times K}$ 的元素. 三维阵及部分相关性性质参见附录一.

定义 2 转置

三维矩阵 $A_{I \times J \times K} = [a_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 有如下几类转置

(a) 水平转置 (I 类转置)

$$(A_{I \times J \times K})^I = [a_{ikj}]_{I \times K \times J} \quad (2)$$

(b) 垂直转置 (II 类转置)

$$(A_{I \times J \times K})^{II} = [a_{kji}]_{K \times J \times I} \quad (3)$$

(c) 纵深转置 (III 类转置)

$$(A_{I \times J \times K})^{III} = [a_{jik}]_{J \times I \times K} \quad (4)$$

定义 3 三维离散余弦变换定义

三维离散余弦变换的概念提出较早, 基本上是从一维到二维再到三维的概念推广而来, 但它的定义一直以来比较含糊, 或者只给出 $8 \times 8 \times 8$ 的变换公式, 而对于函数 $a(x, y, z)$ ($0 \leq x \leq M-1; 0 \leq y \leq N-1; 0 \leq z \leq L-1$) 来说变换公式如下:

三维离散余弦变换:

$$p(u, v, w) = \sqrt{\frac{2^3}{LMN}} c(u) c(v) c(w) \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{z=0}^{L-1} a(x, y, z) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)u}{2M}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)v}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2z+1)w}{2L}\right] \\ (u=0, 1, \dots, M-1; v=0, 1, \dots, N-1; w=0, 1, \dots, L-1) \quad (5)$$

三维离散余弦逆变换:

$$a(x, y, z) = \sqrt{\frac{2^3}{LMN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} \sum_{w=0}^{L-1} c(u) c(v) c(w) p(u, v, w) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)u}{2M}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)v}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2z+1)w}{2L}\right] \\ (x=0, 1, \dots, M-1; y=0, 1, \dots, N-1; z=0, 1, \dots, L-1) \quad (6)$$

$$\text{其中, } C(u) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & u=0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad C(v) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & v=0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases}$$

$$C(w) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & w=0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases}$$

定义 4 三维矩阵 WDCT 变换定义

$$[c_{uvw}]_{L=1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{i\pi(2j+1)}{2N}, & i \neq 0 \quad L=1 \text{ 时}, i=u, j=v \\ \frac{1}{\sqrt{N}}, & i=0 \quad L=2 \text{ 时}, i=u, j=w \\ \frac{1}{\sqrt{N}}, & i=0 \quad L=3 \text{ 时}, i=u, j=v \end{cases} \quad (7)$$

对于任意三维矩阵 A , 其正变换为

$$(C_3(C_2(C_1 A C_1^T) C_2^T) C_3^T)^T = B$$

则其逆变换为 $(C_3^T(C_2^T(C_1^T B C_1) C_2) C_3) = A$, 证明见附录 5.

2.2 三维(3D)DCT 的性质

性质 1 变换交换律

在对任意三维矩阵 A 进行变换时, 变换结果只与变换方法有关, 与变换顺序无关, 即 3D WDCT 的变换满足变换交换律. 表示如下:

$$(C_2(C_1 A) C_1) = (C_1(C_2 A) C_2) \quad (8)$$

证明见附录 6. 同样可以推出

$$(C_2(C_1(C_3 A C_3^T) C_3^T) C_2^T) = B$$

$$(C_3(C_1(C_2 A C_2^T) C_2^T) C_3^T) = B$$

$$(((C_3(C_2(C_1 A) C_1) C_2) C_3^T) C_2^T) C_3^T = B$$

.....

性质 2 转置特性

$$(A \times B)_I^T = (B^T \times A^T)_I, (A \times B)_{II}^T = (B^T \times A^T)_{II}$$

$$(A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_{III}, (A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_{III}$$

$$(A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_{III}, (A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_{III}$$

$$(A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_I, (A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_{II}$$

$$(A \times B)_{III}^T = (B^T \times A^T)_I$$

性质 3 二维特例

当三个参数中有一个为常数时, 三维矩阵即成为普通的二维矩阵:

$$p(u, v) = \frac{2}{\sqrt{MN}} C(u) C(v) \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} a(i, j) \times \cos\left[\frac{\pi(2i+1)u}{2M}\right] \cos\left[\frac{\pi(2j+1)v}{2N}\right]$$

$$a(i, j) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} p(i, j) C(u) C(v) \times \cos\left[\frac{\pi(2i+1)u}{2M}\right] \cos\left[\frac{\pi(2j+1)v}{2N}\right]$$

$$i, u=0, 1, \dots, M-1; j, v=0, 1, \dots, N-1. \quad (9)$$

$$\text{其中, } C(u) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & u=0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad C(v) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & v=0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases}$$

我们同样可以把它表示为矩阵形式如下:

$$P_{M \times N} = C_M^T M A_{M \times N} C_N$$

$$\text{其中 } C_{N \times N} \text{ 中 } c_{ij} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{N}} \cos \frac{i\pi(2j+1)}{2N}, & i \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{N}}, & i = 0 \end{cases}$$

$$C_{M \times M} \text{ 中 } c_{ij} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{M}} \cos \frac{i\pi(2j+1)}{2M}, & i \neq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{M}}, & i = 0 \end{cases}$$

可以证明, 逆变换为

$$A_{M \times N} = C_{M \times M}^T P_{M \times N} C_{N \times N}$$

$M=N=8$ 时, 即为 JPEG 中使用的 8×8 DCT 变换.

这样我们就可以运用矩阵形式对任意大小的矩阵进行离散余弦变换, 这对于图像变换来说是极为方便的, 因为图像一

般采取 8×8 的分块方法, 而图像只有三帧. 事实上, 有很多人将 8 幅连续的灰度图像划块, 组成 $8 \times 8 \times 8$ 的数据组进行通常意义下的三维离散余弦变换, 这不仅限制了彩色图像的运用, 而且限制了运动图像的时间取值长度. 而运用宽离散余弦变换技术及以下的三维矩阵表示方法, 却可以将变换进行的任意自如.

3 彩色图像的三维矩阵表示及对应的三维 WDCT 变换

3.1 矩阵表示

如前所示, 一幅尺寸为 $I \times J$ 的彩色图像, 由三帧同样大小的 R, G, B 灰度图像组成, 因此可以用如下的三维矩阵表示:

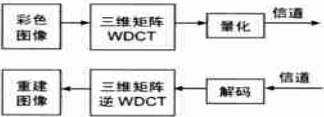


图 1

$$A_{I \times J \times 3} = [a_{ijk}]_{I \times J \times 3}$$

其中, $(1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J)$ 表示的是彩色图像的空间位置, $1 \leq k \leq 3$ 代表彩色图像的三个颜色分量. 因此, 彩色图像的三个分量分别由三维矩阵的三个纵向平面向量表示. 彩色图像的这种表示就把他在各像素的位置关系以及相应的各个分量间的关系建筑在同一模型中. 我们就可以用三维矩阵的方法处理图像, 充分利用彩色图像在空间和各分量间的相关性, 从而实现进一步的能量压缩.

3.2 三维子阵分割与矩阵变换

在 JPEG 和 MPEG 标准中, 图像被划分成 8×8 的子块, 进行 DCT 变换. 为了与其兼容及利用已有的科技成果, 并充分考虑到方块效应及计算复杂度, 我们在本文中采取 $8 \times 8 \times 3$ 的子阵分割方法.

当然, 我们也可以只进行其中的一部分变换及相应的反变换来获得更好的效果. 实验证明, 只对三维子阵进行 I, II 类变换所得到的系数能量更集中, 性能优于普通的三维离散余弦变换, 更易进行下一步的编码工作.

4 实验与性能评价

根据上述方法, 本文做了彩色图像的三维矩阵 WDCT 的压缩编码实验, 对变换系数进行矢量量化^[3], 然后对量化系数做简单的游程编码, 实验流程见图 1, 并与基本彩色系统的仿真结果及小波变换的结果进行了对比.

图像数据是从典型测试图像库中选取的 $256 \times 256 \times 24$ bit 的彩色图像.

压缩比的计算为: $Cr = (256 \times 256 \times 24) / b_{p0}$, 其中, b_{p0} 为压缩编码后的总比特数. 图像质量的客观评价采用峰值信噪比, 即

$$PSNR = 10 \log \frac{255 \times 255}{MSE} \text{ (dB)}$$

其中, MSE 是重建图像的均方误差. 对于彩色图像, 重建图像有 R, G, B 三帧, 相应的峰值信噪比表示为: $PSNR_R$, $PSNR_G$, $PSNR_B$. 平均峰值信噪比为:

$$\overline{PSNR} = (PSNR_R + PSNR_G + PSNR_B) / 3$$

表 1 列出了基本彩色系统, 小波变换与三维矩阵 WDCT

变换压缩编码的结果及比较.

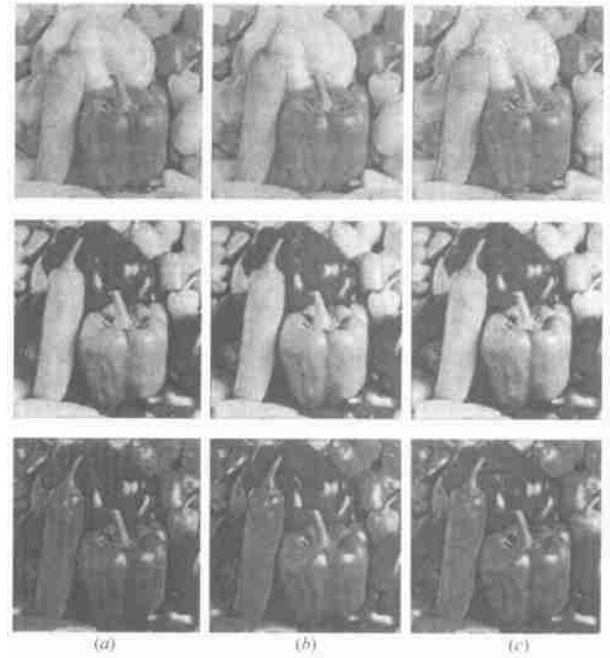


图 2 (a) 为原始图像 (RGB); (b) 为本文算法压缩比为 36.36, $psnr = 41.53$; (c) 为基本彩色系统算法, 压缩比为 14.65, $psnr = 32.38$

表 1 基本彩色系统与三维矩阵 WDCT 变换的压缩效果比较

		压缩比	PSNR				效果比较	
			$PSNR_R$	$PSNR_G$	$PSNR_B$	\overline{PSNR}	压缩比	\overline{PSNR}
水果	基本颜色系统	14.65	31.04	34.78	31.31	32.38	—	—
	本文的方法	57.14	28.27	28.03	27.83	28.04	3.9	-4.34
		46.15	32.99	32.90	32.90	32.93	3.15	0.55
		36.36	41.33	41.77	41.47	41.53	2.48	9.15
狗	基本颜色系统	13.42	29.50	32.03	29.53	30.35	—	—
	本文的方法	75	27.12	27.49	28.66	27.76	5.59	-2.59
		47.06	30.80	31.21	32.21	31.41	3.51	0.79
		40.68	37.07	37.89	38.73	37.90	3.03	7.55
小波变换		23.3	32.76	34.59	31.98	33.11		
		34.8	30.89	32.24	30.21	31.11	—	—

由图 2 可以看出, 运用三维矩阵 WDCT 方法所得到的重建图像, 质量显著提高. 它将一幅图像的三帧表示在一个三维矩阵中, 充分考虑了图像三帧之间的相关性, 利用 WDCT 将行, 列, 纵的系数集中到一起, 更大幅度的去除了图像的冗余, 从而在压缩比大幅提高的同时, 图像质量也明显提高.

5 结论

本文提出了一种新的变换方法——三维矩阵宽离散余弦变换(WDCT)方法. 这种方法用三维矩阵表示彩色图像, 把对彩色图像三帧的处理统一起来, 转化为对空间三维矩阵的数学处理. 实验结果表明, 无论是压缩比, 峰峰信噪比还是主观效果都得到了明显提高, 压缩性能明显超过基本彩色图像压缩编码方法. 而且它运用并发展了目前较为成熟的离散余弦变换技术, 与目前通用的 JPEG, MPEG 具有极好的兼容性, 并

有良好的发展前景。

附录

1 三维子阵及平面向量的定义^[1]

定义 1 和通常定义下的矩阵一样, 对任何一个三维矩阵 $A_{I \times J \times K}$ 都可以用一些横线, 竖线和纵线分成尺寸小的三维矩阵, 这样的小三维矩阵称为三维矩阵 $A_{I \times J \times K}$ 的三维子阵 $A_{U \times V \times W}(a, b, c)(a = 1, 2, \dots, E; b = 1, 2, \dots, F; c = 1, 2, \dots, G)$, 其中 $E, u < I; F, v < J; G, w < K$ 。

定义 2 当 $A_{I \times J \times K} = [a_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 的三个变量 i, j, k 中的任何一个取为常数, 而其余的两个变量从最小值变到最大值时, 就构成了一个平面矩阵形数据表, 称为平面向量(亦称二维矩阵);

• i 为常数 i_1 时, 对应的平面向量叫做横向平面向量, 记 $A_{J \times K} =$

$$[a_{ijk}]_{J \times K};$$

• j 为常数 j_1 时, 对应的平面向量称为竖向平面向量, 记 $A_{I \times K} =$

$$[a_{ijk}]_{I \times K};$$

• k 为常数 k_1 时, 对应的平面向量称为纵向平面向量, 记 $A_{I \times J} =$

$$[a_{ijk}]_{I \times J};$$

2 三维矩阵的运行准则^[1]

三维矩阵的相等, 相加, 相乘及变换等准则如下:

(1) 相等: 指两个同阶的三维矩阵 $A_{I \times J \times K} = [a_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 和 $B_{I \times J \times K} = [b_{ijk}]_{I \times J \times K}$, 有

$$a_{ijk} = b_{ijk} (1 \leq i \leq I; 1 \leq j \leq J; 1 \leq k \leq K)$$

(2) 加法: 指两个同阶的三维矩阵 $A_{I \times J \times K} = [a_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 和 $B_{I \times J \times K} = [b_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 相加:

$$A_{I \times J \times K} + B_{I \times J \times K} = [a_{ijk} + b_{ijk}]_{I \times J \times K}.$$

(3) 乘法: 指两个三维矩阵 $A_{I_1 \times J_1 \times K_1} = [a_{ijk}]_{I_1 \times J_1 \times K_1}$ 和 $B_{I_2 \times J_2 \times K_2} = [b_{ijk}]_{I_2 \times J_2 \times K_2}$ 的如下

几类乘法:

(a) 横向乘(I 类乘法)

$$(A_{I_1 \times J_1 \times K_1} \cdot B_{I_2 \times J_2 \times K_2})_I = [c_{ijk}]_{I_3 \times J_3 \times K_3}$$

其中 $I_3 = I_1 = I_2, J_3 = J_1, K_3 = K_2, K_1 = J_2$, 且有

$$c_{ijk} = \sum_{e=1}^k a_{iye} \cdot b_{iek}, (i = 1, 2, \dots, I_3; j = 1, 2, \dots, J_3; k = 1, 2, \dots, K_3)$$

(b) 竖向乘(II 类乘法)

$$(A_{I_1 \times J_1 \times K_1} \cdot B_{I_2 \times J_2 \times K_2})_{II} = [c_{ijk}]_{I_3 \times J_3 \times K_3}$$

其中 $I_3 = I_1, J_3 = J_1 = J_2, K_3 = K_2, K_1 = I_2$, 且有

$$c_{ijk} = \sum_{e=1}^k a_{ije} \cdot b_{iek},$$

($i = 1, 2, \dots, I_3; j = 1, 2, \dots, J_3; k = 1, 2, \dots, K_3$)

(c) 纵向乘(III 类乘法)

$$(A_{I_1 \times J_1 \times K_1} \cdot B_{I_2 \times J_2 \times K_2})_{III} = [c_{ijk}]_{I_3 \times J_3 \times K_3}$$

其中 $I_3 = I_1, J_3 = J_2, K_3 = K_1 = K_2, J_1 = I_2$, 且有

$$c_{ijk} = \sum_{e=1}^k a_{ike} \cdot b_{iej},$$

($i = 1, 2, \dots, I_3; j = 1, 2, \dots, J_3; k = 1, 2, \dots, K_3$)

由定义可得, 三维矩阵的乘法分别满足结合律, 但不满足交换律。

3 三维矩阵变换

指对三维矩阵进行变换操作, 输出 $P_{I \times J \times K}^w = (A_{I \times J \times K} \cdot O_{I \times J \times K})_w$

(i, j, k, w), $w = I, II, III$ 其中, $A_{I \times J \times K}$ 为被操作的三维矩阵, $O_{I \times J \times K}(i, j, k, w)$ 是与序号有关的同阶三维矩阵, 称为三维矩阵 $A_{I \times J \times K}$ 的操作算子(操作算子也可左乘三维矩阵)。

4 性质

对于任意三维矩阵 $A = [a_{ijk}]_{I \times J \times K}$, $B = [b_{ijk}]_{I \times J \times K}$ 和 $C = [c_{ijk}]_{I \times J \times K}$, 有

$$(1) A + B = B + A$$

$$(2) (A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(3) \text{存在零元素 } 0 = [0]_{IJK}, \text{ 对任何三维矩阵 } A, \text{ 有 } A + 0 = A.$$

$$(4) \text{对任何三维矩阵 } A, \text{ 都有 } A \text{ 的加法逆元素 } B, \text{ 使得 } A + B = 0.$$

$$(5) m(nA) = (mn)A$$

$$(6) (m + n)A = mA + nA$$

$$(7) m(A + B) = mA + mB$$

5 可逆性证明

$$A = (C_3^{TIII} (C_2^{TII} (C_1^{TI} B C_1) C_2)_{II} C_3)_{III} = (C_3^{TIII} (C_2^{TII} (C_1^{TI} (C_3 (C_2 (C_1 A C_1^T) I C_2^T)_{II} C_3^T)_{III} C_1) C_2)_{III} C_3)_{III}$$

由变换交换律得

$$= (C_3^{TIII} C_3 (C_2^{TII} C_2 (C_1^{TI} C_1 A C_1^T C_1) C_2^T)_{II} C_3^T)_{III} C_3)_{III}$$

矩阵 $C_1 C_2 C_3$ 都是正交矩阵, 所以上式 $= A$ 。

6 变换交换律证明

对矩阵 $C_1 C_2$ 及任意矩阵 A , 不妨指定 $(C_1 A)_{ijk}$ 为矩阵 $(C_1 A)_I$ 的第 i 行, j 列, k 纵个元素

$$\begin{aligned} (C_2 (C_1 A)_I)_{II} &= \sum_{p=1}^k c_{2ip} \cdot (C_1 A)_{1pj} = \sum_{p=1}^k c_{2ip} \sum_{q=1}^k c_{1pq} a_{1pq} \\ &= \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^k c_{2ip} c_{1pq} a_{1pq} \end{aligned}$$

由定义 3, $C_{2ip} = C_{2iqp}$, $C_{1pq} = C_{1ipq}$, 则上式

$$= \sum_{q=1}^k c_{1ipq} \sum_{p=1}^k c_{2ipq} a_{1pq} = \sum_{q=1}^k c_{1ipq} (C_2 A)_{II} = (C_1 (C_2 A)_{II})_I$$

参考文献:

- [1] 朱艳秋, 陈贺新, 戴逸松. 彩色图像三维矩阵变换压缩编码 [J]. 电子学报, 1997, 25(7): 16-21.
- [2] N Ahmed, T Natarajan, K R Rao. Discrete cosine transform [J]. IEEE Trans on Computer, 1974, 22(1): 90-93.
- [3] Y Linde, A Buzo, R M Gray. An algorithm for vector quantizer design [J]. IEEE Trans on Com, 1980, 28(1): 84-95.
- [4] ISO CD10918.1. Digital Compression and coding of continuous tone still pictures [S].
- [5] 基于小波二重树编码的彩色图像压缩 [J]. 电子科学学报, 2000, 4: 672.

作者简介:



桑爱军 女, 1973 年生于山东省莱州市, 1994 年毕业于华中理工大学获学士学位, 1997 年毕业于大连理工大学获硕士学位, 后分配至吉林大学任教至今, 1999 年攻读博士学位, 主要研究方向为: 多维信号处理, 图像编码, 变换理论等。