

一种处理分层有耗色散介质的时域逆散射方法

刘 广 东^{1,2}, 张 业 荣¹

(1. 南京邮电大学电子科学与工程学院, 江苏南京 210003; 2. 阜阳师范学院物理与电子科学学院, 安徽阜阳 236037)

摘 要: 为了重建分层有耗色散介质的特征参数, 我们应用泛函分析和变分法, 提出一种时域逆散射新方法. 该方法首先以最小二乘准则构造目标函数, 将逆问题表示为约束最小化问题; 接着应用罚函数法转化为无约束最小化问题; 然后基于变分计算导出闭式的拉格朗日 (Lagrange) 函数关于特征参数的 Fréchet 导数; 最后借助梯度算法和时域有限差分 (FDTD) 法迭代求解. 此外, 为了对抗噪声污染和逆问题的病态特性, 采用了一阶吉洪诺夫 (Tikhonov) 正则化方法. 数值应用中, 利用一组非线性共轭梯度 (CG) 法, 在几种情形下对一维乳房模型进行了数值测试, 测试结果显示了算法的鲁棒性和识别病灶的有效性.

关键词: 逆散射; 色散介质; 正则化方法; 时域有限差分法

中图分类号: TN95 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 12-2856-07

An Approach to the Time-Domain Inverse Scattering Problem for the Stratified Frequency-Dispersive Lossy Media

LIU Guang-dong^{1,2}, ZHANG Ye-rong¹

(1. College of Electronic Science and Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210003, China;

2. College of Physical and Electronic Science, Fuyang Teachers College, Fuyang, Anhui 236037, China)

Abstract: We present a time-domain inverse scattering approach using functional analysis and variational method, which is applied to reconstruct dispersive dielectric properties of stratified lossy media. This approach firstly formulates a cost functional, according to least squares criterion, to turn the inverse problem into a constrained minimization problem. The resulting constrained minimization problem is then transformed into an unconstrained minimization problem by a penalty function technique. And then, the closed Fréchet derivatives of the Lagrange function with respect to the properties are derived based on the calculus of variations. Thus, the unconstrained minimization problem can be solved by using any gradient-based algorithm and the finite-difference time-domain (FDTD) method. Also, the first-order Tikhonov's regularization is adopted to cope with noise and the ill-posedness of the problem. In numerical examples, the presented algorithm is applied to a one-dimensional (1-D) breast model in several cases with the help of a set of nonlinear conjugate gradient (CG) methods, and the simulated results demonstrate its robustness and validity in the lesions identification.

Key words: inverse scattering; frequency-dependent media; regularization method; finite-difference time-domain (FDTD) method

1 引言

电磁逆散射是通过在散射体外部观测到的电磁场来推断散射体的电参数分布等目标信息, 其研究内容主要包括物理和数学建模、重建算法和数值仿真等方面. 由于它在医学成像、无损检测、目标识别、地球物理勘探、地震预报、雷达、遥感等领域有着广泛的应用, 因而多年以来倍受关注, 对相关问题的研究也取得了可喜的发展^[1~10].

然而, 电磁逆散射问题一般属于不适定问题^[1], 非线性和病态性是电磁逆散射的两个根本困难^[4,5]. 从处理非线性方式来看, 早期采用线性化近似方法, 它们的优点是计算量小, 重建速度快, 但主要缺点是仅适用于弱散射体. 对于高对比度重建问题, 近期报道的主要方法是根据最小二乘原理将重建问题转化为优化问题迭代求解, 它们的优势是重建质量高, 不足是计算量大, 计算时间长^[10]. 而且, 无论是哪一类方法, 一般都需要加入正则化过程来处理病态性^[1,4,5]. 由于逆散射问题

的高度复杂性,相关领域存在许多问题尚待研究.

时域逆散射是利用目标的瞬态响应波形重建目标的物理特征或者进行目标识别.相比单频方法,时域方法由于包含了更多的信息,可能获得更准确的重建结果^[3].为了提高重建分辨率,一般要求利用宽带脉冲信号作为激励源,时域电磁逆散射重建算法顺应了这种要求,加之时域有限差分(Finite-Difference Time Domain, FDTD)法^[11]和计算机水平的快速发展,近十几年来已经成功建立了几种时域电磁逆散射重建算法,它们的共同特点是,假设在整个重建区域的介质是各向同性的,本构关系为线性,重建介质的特征参数不随频率变化,即重建介质是非色散介质,数值测试结果显示了算法较好的重建性能.这其中主要有 Gustafsson 等提出的波分裂算法^[2]、Takenaka 等提出的正反演算法^[4]和 Rekanos 等提出的拉格朗日乘子算法^[5].

然而现实的问题是,生物肌体组织、水、土壤、岩石、等离子体和雷达吸波材料等许多介质的介电系数是随频率变化的,属于色散介质,激励源的频率对介质的特征参数有重要影响^[12].这也自然地促成了建立起适用于色散介质重建算法的迫切要求. Abenius 等人将无耗色散介质重建问题转化为约束优化问题,利用商业软件提供的序列二次规划法直接求解^[6].而对于有耗色散介质,到目前只见到 Winters 等人从理论上给出了一种时域逆散射全空间重建算法,但并没有在整个重建空间对算法进行性能测试^[7].

地层结构和生物肌体组织等有耗色散介质常见以层状分布,这使得逆问题的讨论得到简化.本文先根据最小二乘准则,利用泛函分析和变分法,提出一种时域逆散射算法,用于重建有耗分层色散介质的特征参数分布;其次,考虑了噪声的影响,采用了一阶的吉洪诺夫(Tikhonov)正则化方案^[13]以处理逆问题的病态特性;最后,针对当前研究热点之一——微波乳腺癌检测^[9],运用 FDTD 法和一组非线性共轭梯度(Conjugate Gradient, CG)法^[14],借助一维乳房模型,在整个重建空间测试了对算法的性能.

2 问题描述

如图 1 所示,设包含若干异常体的分层色散介质区 S 的特征参数仅与 z 轴有关,置于各向同性、本构关系线性的非色散均匀背景介质区 Ω 中,且被沿 y 轴方向的电流源激励的发射天线 E 产生的沿 y 轴方向极化的平面波照射,产生的电磁场由接收天线 R 接收.

背景介质的特征参数假定为已知,其中相对介电常数为 ϵ_r ,电导率为 σ ,相对磁导率 μ_r 为 1. M 根发射天线和 N 根接收天线分别位于 $z = z_m^E$ 和 $z = z_n^R$,其中, $m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, z \in \Omega$.

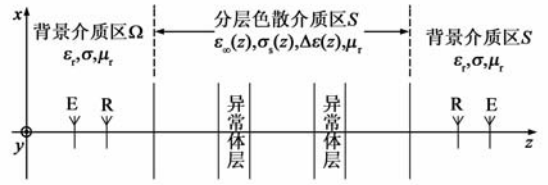


图1 逆散射问题的几何模型

设重建区域介质的磁导率与频率无关,其相对磁导率 μ_r 设为 1,其复介电系数满足以下单极德拜(Debye)方程^[7]

$$\begin{aligned}\tilde{\epsilon}_r(\omega) &= \epsilon_r(\omega) - j \frac{\sigma(\omega)}{\omega \epsilon_0}, \\ \epsilon_r(\omega) &= \epsilon_\infty + \frac{\Delta \epsilon}{1 + \omega^2 \tau^2}, \\ \sigma(\omega) &= \frac{\Delta \epsilon \omega^2 \tau \epsilon_0}{1 + \omega^2 \tau^2} + \sigma_s\end{aligned}\quad (1)$$

其中, ϵ_0 为自由空间的介电常数, ω 为角频率, $\epsilon_r(\omega)$ 为相对介电常数, $\sigma(\omega)$ 为等效电导率, τ 为弛张时间, σ_s 为静态电导率. 定义相对介电常数之差为 $\Delta \epsilon \equiv \epsilon_s - \epsilon_\infty$, ϵ_s 和 ϵ_∞ 分别为静态和无限频率的相对介电常数. 则计算区域的特征参数分布可以表示为

$$\begin{aligned}p(z) &= (p_1(z), p_2(z), p_3(z))^T \\ &= \begin{cases} (\epsilon_\infty(z), \sigma_s(z), \Delta \epsilon(z))^T, & z \in S \\ (\epsilon_r, \sigma, \mu_r)^T, & z \in \Omega \end{cases}\end{aligned}\quad (2)$$

这里,上标 T 表示转置(下文同).

设加在第 m 根发射天线上的激励源为

$$\begin{aligned}J_m(z, t) &= (0, \eta_0 J_{y,m}(z, t))^T, \\ J_{y,m}(z, t) &= I(t) \delta(z - z_m^E)\end{aligned}\quad (3)$$

其中, δ 是 Dirac 函数, $I(t)$ 为时间因子,自由空间的特征阻抗 $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$, μ_0 为自由空间的磁导率. 由于假定介质的特征参数与 x, y 坐标无关,仅存在电场的 y 分量和磁场的 x 分量,产生相应的电磁场矢量 $u_m(p, z, t) = (E_{y,m}(p, z, t), \eta_0 H_{x,m}(p, z, t))^T$ 满足算子方程和初始条件

$$\Gamma u_m(p, z, t) = J_m(z, t), \quad u_m(p, z, 0) = 0 \quad (4)$$

其中,包含边界条件的偏微分算子 Γ 定义为

$$\Gamma \equiv \begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} - C \frac{\partial}{c_0 \partial t} - D, & z \in \Omega \\ \frac{\partial}{\partial z} - E \frac{\partial}{c_0 \partial t} - F + G \frac{\partial^2}{c_0 \partial t^2}, & z \in S \end{cases}\quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned}C &= \begin{pmatrix} 0 & \mu_r \\ \epsilon_r & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \eta_0 \sigma & 0 \end{pmatrix}, \\ E &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \epsilon_s(z) & 0 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \eta_0 \sigma_s(z) & 0 \end{pmatrix}, \\ G &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \tau \Delta \epsilon(z) & 0 \end{pmatrix},\end{aligned}\quad (6)$$

其中, $c_0 = \sqrt{1/\mu_0\epsilon_0}$ 为自由空间的光速. 重建的目标就是根据接收天线测量到的电磁场来确定重建区域介质的电参数分布 $\mathbf{p}(z)$, 这里 $z \in S$.

3 重建算法

定义向量间内积和向量范数平方分别为 $\langle \mathbf{a} | \mathbf{b} \rangle$

$\equiv \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{a}'\mathbf{b}) \mathrm{d}z \mathrm{d}t$, $\|\mathbf{x}\|^2 \equiv \langle \mathbf{x} | \mathbf{x} \rangle$, 函数 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 和 \mathbf{x} 为时域实值向量, T 为测量时间. 在最小二乘准则下, 重建问题可以描述为关于泛函 $f(f_{\text{RES}}(\mathbf{p}), f_{\text{REG}}(\mathbf{p}, \gamma))$ 的最小化问题

$$\min_{\mathbf{p}} f(f_{\text{RES}}(\mathbf{p}), f_{\text{REG}}(\mathbf{p}, \gamma)),$$

$$f(f_{\text{RES}}(\mathbf{p}), f_{\text{REG}}(\mathbf{p}, \gamma)) = f_{\text{RES}}(\mathbf{p}) + f_{\text{REG}}(\mathbf{p}, \gamma) \quad (7)$$

同时满足约束条件式(4).

与剩余差有关的项为

$$f_{\text{RES}}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \kappa \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T \|\bar{\mathbf{d}}_{m,n}(\mathbf{p}, t)\|^2 \mathrm{d}t,$$

$$\bar{\mathbf{d}}_{m,n}(\mathbf{p}, t) \equiv \mathbf{u}_m(\mathbf{p}, z_n^R, t) - \hat{\mathbf{u}}_m(z_n^R, t), \quad (8)$$

$$\kappa \equiv \frac{1}{M} \frac{1}{N} \frac{1}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T \|\hat{\mathbf{u}}_m(z_n^R, t)\|^2 \mathrm{d}t}$$

这里, $\bar{\mathbf{d}}_{m,n}(\mathbf{p}, t)$ 为剩余差, $\hat{\mathbf{u}}_m(z_n^R, t)$ 表示在 $\mathbf{J}_m(z, t)$ 的激励下的时域测量场, $t \in [0, T]$, $\mathbf{u}_m(\mathbf{p}, z_n^R, t)$ 表示在参数 \mathbf{p} 下相应的计算场, κ 为归一化因子.

与正则化相关的项为

$$f_{\text{REG}}(\mathbf{p}, \gamma) = \frac{1}{2} \gamma \int_{-\infty}^{\infty} \|\nabla \mathbf{p}\|^2 \mathrm{d}z \quad (9)$$

这里采用了一阶的 Tikhonov 正则化^[13], γ 为正则化参数.

引入拉格朗日 (Lagrange) 乘子罚函数 $\mathbf{w}_m(\mathbf{p}, z, t) = (W_{y,m}(\mathbf{p}, z, t), W_{x,m}(\mathbf{p}, z, t))^T$, 这里, $m = 1, 2, \dots, M$, $z \in S, t \in [T, 0]$. 这样, 可以将原问题转化为无约束的优化问题. 设 \mathbf{p}^* 是原问题的解, 且 $\mathbf{w}_m(\mathbf{p}, z, t)$ 是相应的 Lagrange 乘子, 由 Kuhn-Tucker 定理^[15]知, \mathbf{p}^* 必是以下

Lagrange 函数 $L(\mathbf{p}, \gamma) = f(\mathbf{p}, \gamma) + \sum_{m=1}^M \langle \mathbf{w}_m(\mathbf{p}) | \Gamma \mathbf{u}_m(\mathbf{p}) - \mathbf{J}_m \rangle$ 的稳定点, 其必要条件是 Lagrange 函数 L 的一阶变分 $\delta L|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}^*}$ 等于零. 其中

$$\delta L(\mathbf{p}, \gamma) = \sum_{m=1}^M \langle \kappa \sum_{n=1}^N \bar{\mathbf{d}}_{m,n}(\mathbf{p}) | \mathbf{u}_m(\mathbf{p}) \rangle$$

$$+ \langle \mathbf{w}_m(\mathbf{p}) | \Gamma(\delta \mathbf{u}_m) \rangle$$

$$+ \langle \mathbf{w}_m(\mathbf{p}) | \frac{\partial(\Gamma \mathbf{u}_m(\mathbf{p}))}{\partial \mathbf{p}} \rangle \delta \mathbf{p}$$

$$+ \langle \delta \mathbf{w}_m | (\Gamma \mathbf{u}_m(\mathbf{p}) - \mathbf{J}_m) \rangle$$

$$- \gamma \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla^2 \mathbf{p}) \delta \mathbf{p} \mathrm{d}z \quad (10)$$

定义 Γ 的伴随算子 Γ^* , 满足关系

$$\Gamma^* \equiv \begin{cases} -\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{c_0 \partial t} \mathbf{C}^T - \mathbf{D}^T, & z \in \Omega \\ -\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{c_0 \partial t} \mathbf{E}^T - \mathbf{F}^T + \frac{\partial^2}{c_0 \partial t^2} \mathbf{G}^T, & z \in S \end{cases} \quad (11)$$

令 $\delta L(\mathbf{p}, \gamma) = 0$, 即要求 Lagrange 乘子 \mathbf{w}_m 满足算子方程和终了条件

$$\Gamma^* \mathbf{w}_m(\mathbf{p}, z, t) = -\kappa \sum_{n=1}^N \bar{\mathbf{d}}_{m,n}(\mathbf{p}, t), \quad (12)$$

$$\mathbf{w}_m(\mathbf{p}, z, t) = \mathbf{0}$$

比较式(4)和式(12), 容易看出 $\mathbf{w}_m(\mathbf{p}, z, t)$ 和 $\mathbf{u}_m(\mathbf{p}, z, t)$ 满足相似形式的偏微分算子方程, 这样可以方便地利用相似的数值算法实现, 但应注意时间步进顺序上的差异.

再由 $\omega^2 \tau^2 \ll 1$ 时, 色散电流 $\tilde{\mathbf{J}}_{y,m} \approx \partial E_{y,m} / \partial t - \tau \partial^2 E_{y,m} / \partial t^2$ 这一近似关系^[7], Lagrange 函数 L 关于 \mathbf{p} 的 Fréchet 导数为

$$\mathbf{g} = \sum_{m=1}^M \langle \mathbf{w}_m(\mathbf{p}) | \frac{\partial(\Gamma \mathbf{u}_m(\mathbf{p}))}{\partial \mathbf{p}} \rangle - \gamma \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla^2 \mathbf{p}) \delta \mathbf{p} \mathrm{d}z,$$

$$= (g_1(p_1, \gamma), g_2(p_2, \gamma), g_3(p_3, \gamma))^T \quad (13)$$

其中

$$g_1(p_1, \gamma) = -\sum_{m=1}^M \int_0^T \int_S W_{y,m}(p_1, z, t) \frac{\partial E_{y,m}(p_1, z, t)}{c_0 \partial t} \mathrm{d}z \mathrm{d}t$$

$$- \gamma \int_S (\nabla^2 p_1) \mathrm{d}z,$$

$$g_2(p_2, \gamma) = -\sum_{m=1}^M \int_0^T \int_S W_{y,m}(p_2, z, t) \eta_0 E_{y,m}(p_2, z, t) \mathrm{d}z \mathrm{d}t$$

$$- \gamma \int_S (\nabla^2 p_2) \mathrm{d}z,$$

$$g_3(p_3, \gamma) = -\sum_{m=1}^M \int_0^T \int_S W_{y,m}(p_3, z, t) \frac{\tilde{\mathbf{J}}_{y,m}(p_3, z, t)}{c_0} \mathrm{d}z \mathrm{d}t$$

$$- \gamma \int_S (\nabla^2 p_3) \mathrm{d}z \quad (14)$$

这样, 有了闭式的 Fréchet 导数, 本文的重建问题可以利用基于梯度的优化方法进行迭代处理. 本文采用非线性 CG 法^[14]. 设 k 表示迭代次数, 这里, $(k = 1, 2, \dots, k_{\max})$, k_{\max} 表示最大迭代次数, 设第 k 次迭代的特征参数分布为 \mathbf{p}^k , 则第 $k+1$ 次迭代的更新公式为

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \alpha^k \mathbf{d}^k,$$

$$\mathbf{d}^k = \begin{cases} -\mathbf{g}^k, & k = 1 \\ -\mathbf{g}^k + \beta^k \mathbf{d}^{k-1}, & k \geq 2 \end{cases}, \quad (15)$$

$$\alpha^k = \min_{\alpha} L(\mathbf{p}^k + \alpha \mathbf{d}^k)$$

其中, \mathbf{g}^k 和 \mathbf{d}^k 分别为第 k 次迭代的 Fréchet 导数和搜索方向, 标量 β^k 已经有好几种选择, 对于一般的非线性函数, 不同的 β^k 选取产生不同的非线性共轭梯度算法和不同的收敛性能^[14], 本文考察文献[14]中 β_{PRP}^k 、 β_{FR}^k 、

β_{DY}^k 、 β_{CD}^k 和 β_{LS}^k 这几种比较常用的形式, 分别称为 PRP、FR、DY、CD 和 LS 共轭梯度法, 其中标量 β^k 的具体形式可以参见文献[14], 第 k 次迭代的步长 α^k 通过求解线搜索问题得到^[5].

测量电磁场 $\hat{u}_m(z_n^R, t)$ 一般可以通过实验得到或者利用数值方法仿真代替. 设定合适的重建参数的迭代初值 $p^k (k=0)$ 以后, 可以利用上述算法迭代求解重建参数 p^k , 直到达到所需要的迭代次数或者计算精度 eps 为止. 重建算法的计算流程如图 2 所示.

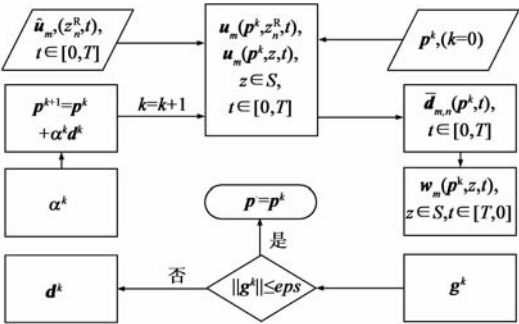


图2 计算流程图

4 计算结果和讨论

为了证实上述算法的稳定性和有效性, 本文应用它来重建如图 3 所示的一维乳房模型中皮肤、乳房组织和肿瘤的特征参数. 模型中, 乳房为总厚度 104mm 分层色散介质, 其中乳房组织厚 100mm, 肿瘤位于其中, 乳房组织的两侧各有 2mm 厚的皮肤层. 乳房置于相对介电常数为 $\epsilon_r = 9.0$ 的无耗介质中. 距离皮肤 15mm 的背景介质中各放置一根天线用作发送和接收天线, 即 $M = N = 2$.

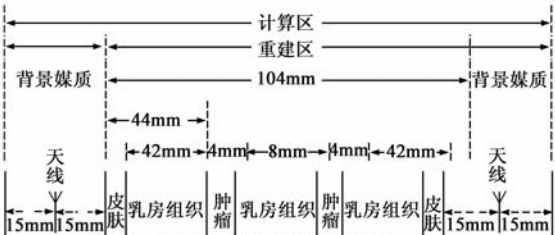


图3 一维乳房计算模型

加在发送天线的激励源取超宽带调制高斯脉冲^[7], 时间因子 $I(t)$ 取为

$$I(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \sin(2\pi f_c t) e^{-\frac{(t-4\tau_0)^2}{(\tau_0)^2}}, & t \geq 0 \end{cases} \quad (16)$$

其中, 中心频率 $f_c = 3.2\text{GHz}$, $\tau_0 = 100\text{ps}$.

定义重建过程的相对剩余误差为

$$\text{RRE}^k \equiv \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T (u_m(p^k, z_n^R, t) - \hat{u}_m(z_n^R, t))^T \cdot (u_m(p^k, z_n^R, t) - \hat{u}_m(z_n^R, t)) dt}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T (\hat{u}_m(z_n^R, t))^T (\hat{u}_m(z_n^R, t)) dt} \quad (17)$$

在每次迭代过程中, 利用 FDTD 法^[11] 计算 u_m 和 w_m^* . 将整个计算空间剖分为 160 个元胞, 其中重建区域为 104 个元胞, 计算空间的两侧分别是 10 层各向异性介质完全匹配层 (Uniaxial Perfectly Matched Layer, UPML) 吸收边界^[11]. 元胞尺寸为 $\Delta z_1 = 1\text{mm}$, 时间步长为 $\Delta t_1 = 0.5\Delta z_1/c_0$, 总时间步为 1500 步. 为了避免过于乐观的重建, 利用 FDTD 法仿真测量电磁场 \hat{u}_m 时采用两倍精细的元胞, 即 $\Delta z_2 = \Delta z_1/2$, $\Delta t_2 = \Delta t_1/2$. 由于包含皮肤、乳房组织和肿瘤的重建区均为色散介质, 我们利用辅助微分方程 (Auxiliary Differential Equation, ADE) 技术^[11] 将介质的色散特性引入 FDTD 法. 用于仿真测量数据的 Debye 模型参数^[7] 如表 1 所示.

表 1 Debye 模型参数

组织类型	ϵ_∞	$\sigma_s (\text{S} \cdot \text{m}^{-1})$	$\Delta\epsilon$	$\tau (\text{ps})$
皮肤	4.0	1.10	33.0	7.0
乳房组织	7.0	0.15	3.0	7.0
肿瘤	4.0	50.00	0.7	7.0

在频率为 $f = 0 \sim 11\text{GHz}$ 范围内, 图 4 给出皮肤、肿瘤和乳房组织的相对介电常数和等效电导率随频率的变化关系. 图 4 表明肿瘤组织受到的影响最大, 皮肤组织次之, 最后是乳房组织. 这也充分说明了建立逆散射算法以重建乳房等生物组织的特征参数时, 色散效应不容忽视.

在本文的所有数值实验中, 重建的初值均取等于乳房组织相应的特征参数.

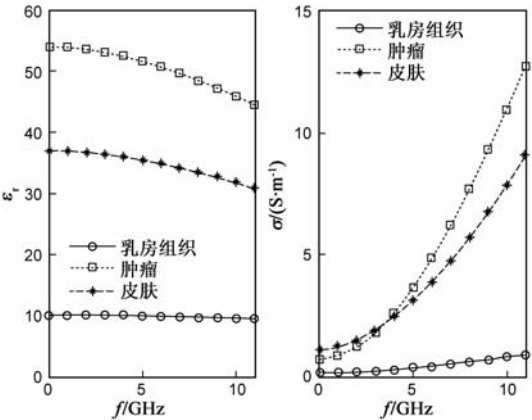


图4 特征参数随频率的变化关系

4.1 情形 1

这里假定不含皮肤层, 在均匀的乳房组织中含有两个肿瘤, 分别位于 $z = 45 \sim 48\text{mm}$ 和 $z = 56 \sim 59\text{mm}$ 处, 考察不同种类共轭梯度法的重建性能. 图 5 给出了第 300 次迭代时分别应用 PRP、FR、DY、CD 和 LS 共轭梯度法对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果.

从图5比较发现, PRP、LS和CD共轭梯度法均对肿

瘤的位置、尺寸和特征参数均得到较好的重建效果,其中 PRP 共轭梯度法的性能最优,在以下的讨论中均采用 PRP 共轭梯度法进行。

4.2 情形 2

由于皮肤层和乳房组织的特征参数差异较大,可能产生较强的散射而影响对肿瘤目标的检测,为此,在乳房组织的两侧各加入 2mm 厚的皮肤层,考察皮肤层对算法的影响。在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时,图 6 和图 7 分别给出了加入皮肤层前后分别对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值进行对比的情况。

从图 6 和图 7 的比较发现,加入皮肤层后对重建影响不大,肿瘤和皮肤层的位置、尺寸和电特性参数均得到了较好的重建效果。在以下的讨论中均加入皮肤层。

4.3 情形 3

让两个肿瘤从原来位置 ($z = 45 \sim 48\text{mm}$ 和 $z = 56 \sim 59\text{mm}$) 变化到距离皮肤层较浅的新位置 ($z = 25 \sim 28\text{mm}$ 和 $z = 76 \sim 79\text{mm}$),考察肿瘤位置对算法的影响。在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时,图 7 和图 8 分别给出了肿瘤在原位置和新位置时,分别对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值的对比情况。

从图 7 和图 8 的比较发现,肿瘤分别在原位置和新位置时,肿瘤及皮肤层的位置、尺寸和特征参数均得到了较好的重建效果,且当肿瘤位于距离皮肤深度较浅时,重建效果稍好。

4.4 情形 4

让两个肿瘤从原来尺寸 ($z = 45 \sim 48\text{mm}$ 和 $z = 56 \sim 59\text{mm}$) 减小到原来一半尺寸 ($z = 46 \sim 47\text{mm}$ 和 $z = 57 \sim 58\text{mm}$),考察肿瘤大小对算法的影响。在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时,图 7 和图 9 分别给出了肿瘤分别为原尺寸和新尺寸时,分别对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值的对比情况。

从图 7 和图 9 的比较发现,肿瘤分别为原尺寸和新尺寸时,肿瘤及皮肤层的位置、尺寸和特征参数也获得了较好的重建效果。然而,与大尺寸肿瘤相比起来,对小尺寸肿瘤的重建质量明显下降,增加迭代步数是可能的解决方法之一^[4]。

4.5 情形 5

为了测试算法在噪声环境下的性能,在测量场中加入均匀分布的随机噪声,其信噪比定义为

$$\text{SNR} \equiv 10\log_{10} \left(\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T \|\hat{\mathbf{u}}_m(z_n^R, t)\|^2 dt}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_0^T \|\mathbf{n}_m(z_n^R, t)\|^2 dt} \right) \quad (18)$$

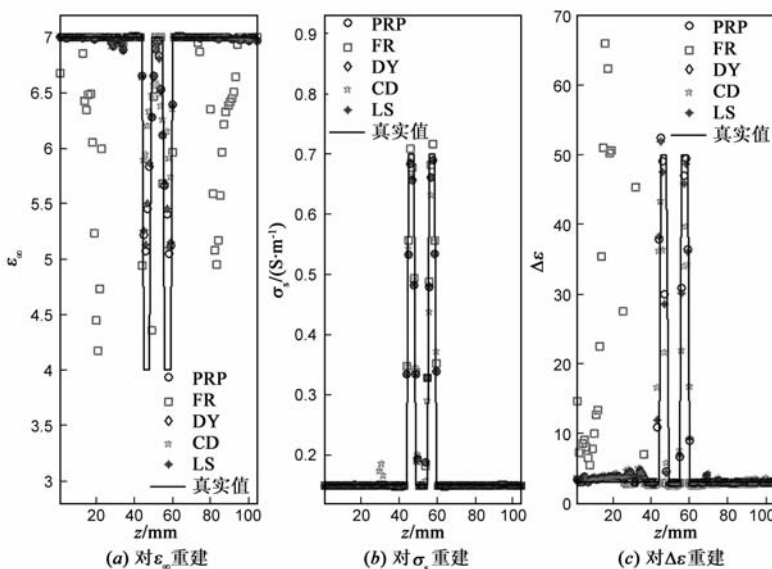


图5 第300次迭代时不同共轭梯度法重建结果

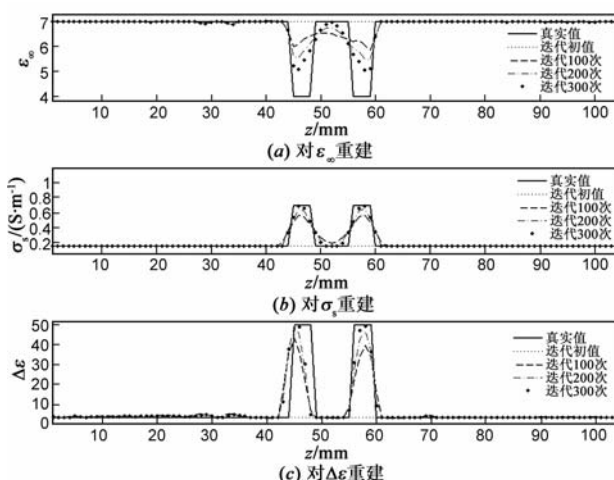


图6 不含皮肤层的重建结果

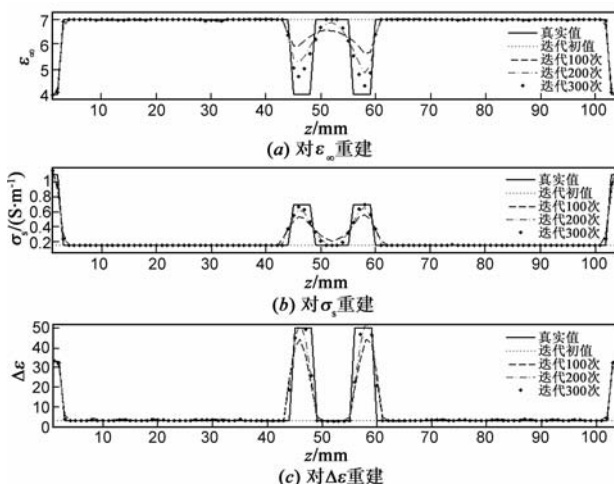


图7 加入皮肤层的重建结果

其中, $\mathbf{n}_m(z_n^R, t)$ 是加到在第 m 个电流源的激励下, 在 z_n^R 处接收到测量电磁场 $\hat{\mathbf{u}}_m(z_n^R, t)$ 上的噪声信号. 这里取, $\text{SNR} = 20\text{dB}$, 在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时, 图 7 和图 10 分别给出在测量场中加入噪声前后, 分别对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值的对比情况.

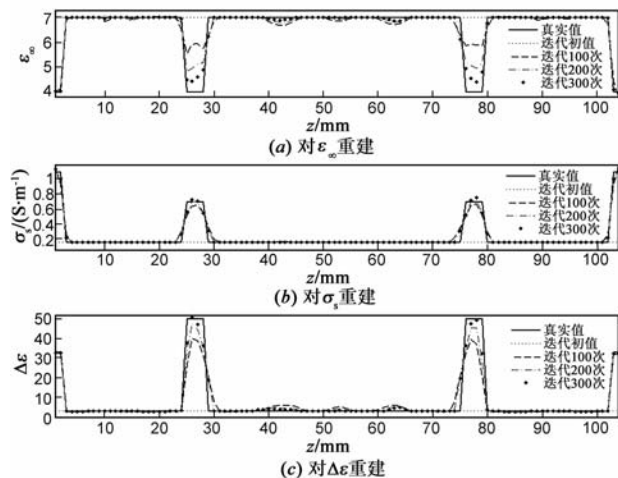


图8 肿瘤位于新位置的重建结果

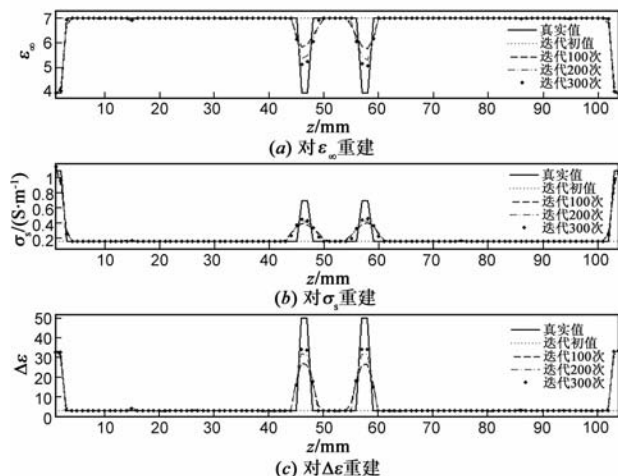


图9 肿瘤为新尺寸的重建结果

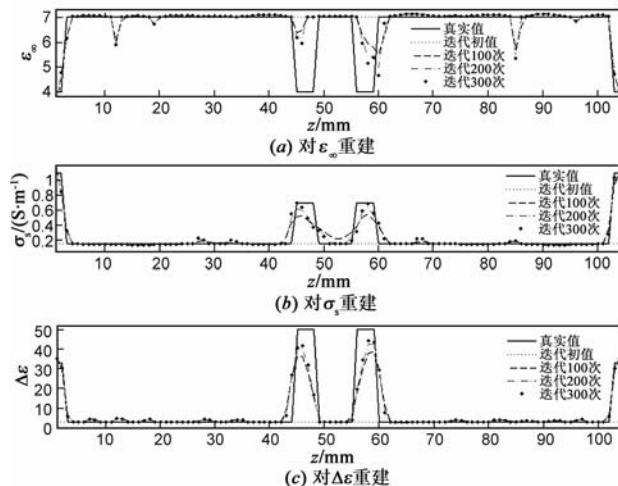


图10 测量场中加入噪声后的重建结果

从图 7 和图 10 的比较发现, 在测量场中加入噪声以后, 重建的质量明显下降. 在以下讨论中, 均计入相同信噪比的噪声信号.

4.6 情形 6

为了对抗噪声污染和降低逆散射的病态性质, 避免求解结果限于局部最优, 这里加入一阶的 Tikhonov 正则化^[13], 正则化参数取 $\gamma = 10^{-3}$, 在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时, 图 10 和图 11 分别给出了采用正则化方案前后, 分别对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值的对比情况.

从图 10 和图 11 的比较发现, 采用正则化方案以后, 重建结果得到了一些改善. 在以下的讨论中均采用此正则化方案.

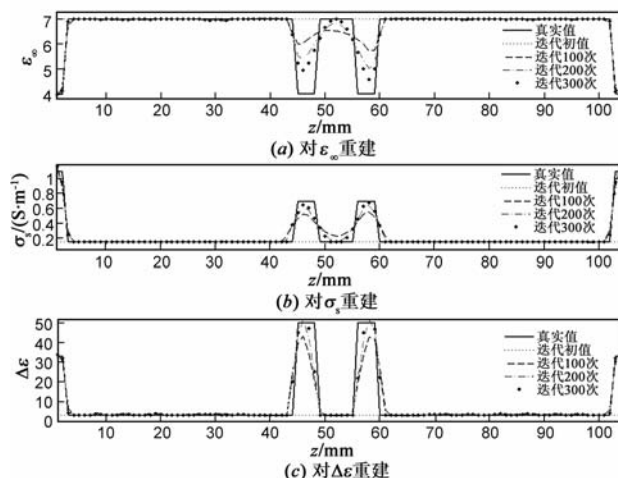


图11 采用正则化时的重建结果

4.7 情形 7

在真实的乳房组织中还存在乳腺导管和小叶等组织, 它们降低了肿瘤的检测效果^[7], 为了考察它们对算法的影响, 取乳房组织在 $\pm 10\%$ 的范围内随机变化. 在迭代次数 k 分别等于 0、100、200 和 300 时, 图 12 的子图 (a)、(b) 和 (c) 分别给出了对 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的重建结果和相应真实值的对比情况.

图 13 给出重建相对剩余误差随迭代次数的变化关系, 其中第 100、200 和 300 次迭代的相对剩余误差分别为 $5.639 \times 10^{-4}\%$ 、 $3.625 \times 10^{-4}\%$ 和 $3.451 \times 10^{-4}\%$.

通过图 11 和图 12 的比较可以发现, 对肿瘤和皮肤层的位置和尺寸的重建仍然比较准确, 但是与 ϵ_∞ 、 σ_s 和 $\Delta\epsilon$ 的真实值相比, 重建效果比情形 6 都有所下降, 这可能是我们采用的激励源是带宽有限的, 增加激励源的带宽可能检测出更深层的色散特性, 但同时也加重了逆问题的病态性质^[7].

另外, 从图 13 的重建的相对剩余误差可以看出, 算法开始阶段收敛较快, 迭代 100 次左右已经能够满足一般的工程需要.

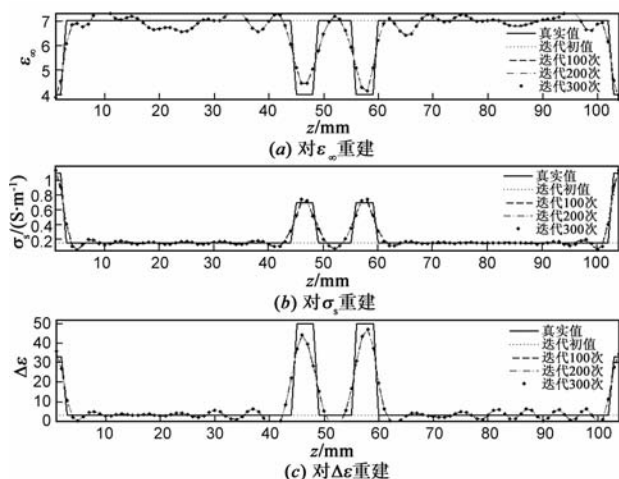


图12 考虑乳房组织分布不均的重建结果

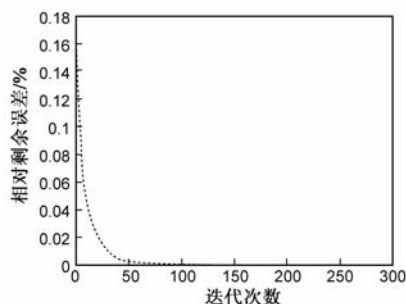


图13 重建相对剩余误差随迭代次数的变化关系

5 结论

借助泛函分析和变分法,给出一种时域逆散射算法,用于重建分层有耗色散介质的特性参数,其中的闭式 Fréchet 导数可利用梯度算法进行迭代求解.本文利用时域有限差分(FDTD)法和一组共轭梯度(CG)法对一维乳房模型在几种情形下进行了数值测试,初步的结果证实了算法的有效性和检测病灶的可行性,对医学工程等领域有一定的借鉴意义,也为进一步的二维和三维情形的研究奠定了良好的基础.当然,一维情况下,仍然有不少问题值得探讨,比如激励源、正则化方案和相应参数的选取等问题,是我们下一步的工作.

参考文献

- [1] 张业荣,聂在平,等.用变形玻恩迭代法反演电导率的二维非均匀分布[J].电子学报,1997,25(12):100-111.
Zhang Y R, Nie Z P, et al. Inversion of two-dimensional inhomogeneous conductivity distribution using the distorted born iterative method[J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(12): 100-111. (in Chinese)
- [2] M Gustafsson, S He. A wave-splitting based optimization approach to multi-dimensional time-domain electromagnetic inverse problems[J]. Math Comput Simulation, 1999, 50(5): 525-536.
- [3] T Takenaka, T Tanaka, et al. FDTD approach to time-domain inverse scattering problem for stratified lossy media[J]. Microw

Opt Technol Lett, 1997, 16(5): 292-296.

- [4] T Takenaka, H Jia, et al. Microwave imaging of electrical property distributions by a forward-backward time-stepping method [J]. J Electromagn Waves Appl, 2000, 14(12): 1609-1626.
- [5] I T Rekanos, A Raisanen. Microwave imaging in the time domain of buried multiple scatterers by using an FDTD-based optimization technique[J]. IEEE Trans Magn, 2003, 39(3): 1381-1384.
- [6] E Abenius, B Strand. Solving inverse electromagnetic problems using FDTD and gradient based minimization[J]. Int J Numer. Meth Engng, 2006, 68(6): 650-673.
- [7] D W Winters, E J Bond, et al. Estimation of the frequency-dependent average dielectric properties of breast tissue using a time-domain inverse scattering technique[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2006, 54(11): 3517-3528.
- [8] 汪陶胜,方宁,等.基于 SVR 的伪云团电磁逆散射研究[J].电子学报,2006,34(12A):2494-2497.
Wang T S, Fang N, et al. A study of chaff clouds' inverse scattering based on SVR [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(12A): 2494-2497. (in Chinese)
- [9] D W Winters, J D Shea, et al. Three-dimensional microwave breast imaging: dispersive dielectric properties estimation using patient-specific basis functions [J]. IEEE Trans Med Imag, 2009, 28(7): 969-981.
- [10] A Semnani, M Kamyab, et al. An enhanced hybrid method for solving inverse scattering problems [J]. IEEE Trans Magn, 2009, 45(3): 1534-1537.
- [11] A Taflove, S C Hagness. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method [M]. 3rd ed. Norwood, MA: Artech House, 2005. 353-406.
- [12] S Gabriel, R W Lau, et al. The dielectric properties of biological tissues: III. parametric models for the dielectric spectrum of tissues[J]. Phys Med Biol, 1996, 41(11): 2271-2293.
- [13] A N Tikhonov, V Y Arsenin. Solutions of ill-posed problems [J]. SIAM Rev, 1979, 21(2): 266-267.
- [14] Y H Dai. A family of hybrid conjugate gradient methods for unconstrained optimization [J]. Math Comput, 2003, 17(2): 1317-1328.
- [15] H W Kuhn, A W Tucker. Nonlinear Programming [M]. Berkeley University of California Press, 1951. 481-492.

作者简介

刘广东 男,1972年1月出生于江苏灌云.阜阳师范学院物理与电子科学学院讲师.2011年3月毕业于南京邮电大学电子科学与工程学院,获得工学博士学位.主要研究方向为电磁逆散射理论及其应用. E-mail: liu_guang_dong@126.com

张业荣(通信作者) 男,1963年4月出生于安徽和县.南京邮电大学电子科学与工程学院教授、博士生导师.主要研究方向为移动通信系统与设计、电磁场的数值计算和UWB信道等. E-mail: zhangyr@njupt.edu.cn