

# 一种针对多分量信号的复延迟型 时频分布的实现方法

王 冉, 姜义成

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所, 黑龙江哈尔滨 150001)

**摘 要:** 复延迟型时频分布(CTD)是近年来提出的一种新型时频分布. 对于单分量调频信号, CTD 具有良好的时频聚集性. 但是对于包含两个或两个以上分量的多分量调频信号, 直接采用定义式或传统频域卷积方法实现的 CTD 会产生大量的互交叉项, 影响了它在各领域的应用. 本文对 CTD 的传统频域卷积实现方法进行了三方面的修正, 提出了一种适合多分量调频信号的修正型 CTD 频域卷积实现方法. 仿真结果表明, 本文方法对于多分量调频信号, 既保持了 CTD 所固有的时频聚集性高的优点又极大地抑制了不同信号分量间的互交叉项.

**关键词:** 时频分布; 复延迟型时频分布; 多分量信号; 频域卷积

**中图分类号:** TN911.7

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2012) 01-0060-06

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.01.010

## A Realization of Time-Frequency Distributions with Complex-lag Argument for Multicomponent Signal

WANG Ran, JIANG Yi-cheng

(Research Institute of Electronic Engineering Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** A new type of time-frequency distribution with complex-lag argument (CTD) is proposed recent years. For mono-component signal, it provides a very high time-frequency concentration. However, for multicomponent signal, CTD realized by definition or traditional frequency domain convolution method may gain a lot of cross terms. In this paper, three aspects of modifications have been done to traditional frequency domain convolution method of CTD. A new modified frequency domain convolution method of CTD suitable for multicomponent signal is proposed. CTD realized by the method which proposed by this paper provides very high time-frequency concentration and the cross-terms are greatly reduced at the same time. This fact is proven by simulation results.

**Key words:** time-frequency distribution; time-frequency distributions with complex-lag argument; multicomponent signal; convolution in frequency domain

## 1 引言

频率调制信号是自然界中的一种常见的信号形式, 在雷达、声纳以及生物工程等领域都有很多应用. 目前, 能够刻画其时变特性的最有力工具是时频分布, 尤以 Cohen 类时频分布最为常用.

对于单分量频率调制信号, Wigner-Ville 分布 (WVD) 是一种最为基本的时频分布, 对于线性频率调制 (LFM) 信号它具有最佳的时频聚集性<sup>[1,12]</sup>. 对于非线性频率调制信号, 如高阶多项式相位信号, 三角函数频率调制信号等, WVD 会产生大量的自交叉项. 为了克服

WVD 的这个缺点, 人们相继提出了针对高阶多项式相位信号的多项式 Wigner-Ville 分布 (PWVD)<sup>[2]</sup> 和针对频率随时间快速变化信号的复时间延迟型时频分布 (CTD)<sup>[3]</sup>. PWVD 的优势在于对于任意阶次的多项式相位信号而言, 其相应的 PWVD 具有极佳的时频聚集性, 不会产生自交叉项. CTD 则在分布中引入了复时间延迟, 这种分布不但拥有比同阶 PWVD 高的时频聚集性, 而且对于频率随时间快速变化的信号 (如三角函数频率调制信号) 也有非常好的时频聚集性.

在实际应用中, 信号往往包含多个分量. 此时, 对于上述时频分布来说, 不同信号分量之间相互作用, 产生

很强的互交叉项,这对信号自身项的检测是极为不利的.对于 CTD,虽然消除了非线性频率调制信号产生的自交叉项,但对于多分量的调频信号来说,信号分量间的互交叉项还是很严重的.

针对如何抑制信号分量间的互交叉项影响,人们做了大量工作.一类方法是通过设计核函数<sup>[4,5,16]</sup>,在信号的模糊域进行低通滤波以抑制交叉项的影响,但这种方法往往都是以牺牲时频聚集性为代价的,而且对于比较复杂的信号,有时显得无能为力;另一类比较有效的方法是基于对短时 Fourier 变换(STFT)的迭代来实现对互交叉项的抑制<sup>[6]</sup>.以 Stankovic 等提出的 L-Wigner-Ville 分布(LWVD)为例(WVD 为其特例),由于 STFT 是一种线性变换,对多分量信号不存在互交叉项的影响,这样,基于 STFT 迭代方法实现的 LWVD 在很大程度上抑制了信号分量间的交叉项,同时它的时频聚集性随着迭代次数的提高而提高.另外文献[7,8]等提出的频域卷积法实现 PWVD,本质上也是采用了 STFT 的迭代来去除交叉项.

本文首先给出了 CTD 的定义,和基于定义式的 CTD 频域卷积实现方法.在此基础上从三个方面对 CTD 的频域卷积实现方法进行了修正,消除了信号分量间的互交叉项.文中给出了整个算法的实现过程,并通过仿真实验验证了该算法的有效性.

## 2 对信号时间域的扩展

对于连续时间信号  $x(t)$ ,时间  $t$  的取值范围是实数域.现将其扩展到复数域.设  $x(z) = x(t + j\tau)$ ,其中  $t, \tau$  均为实数,  $z = t + j\tau$  为复数,可以看成复时间.  $x(z)$  是关于  $(t, \tau)$  的一个二元函数  $x(z) = f(t, \tau)$ ,定义<sup>[3]</sup>

$$x(z) = x(t + j\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{-j\omega t} e^{j\omega \tau} d\omega \quad (1)$$

在式(1)中  $X(j\omega)$  是实信号  $x(t)$  的傅利叶变换.式(1)定义的  $x(t + j\tau)$  计算方法和通过信号的傅利叶变换来计算信号的拉普拉斯变换的方法同理.

## 3 复延迟型时频分布及其频域卷积计算方法

对于信号:

$$x(t) = r e^{j\phi(t)} \quad (2)$$

它的复延迟型时频分布的一般表达式可以写为

$$\begin{aligned} CTD(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{kernal}(t, \tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \prod_{k=0}^{N-1} x^{w_{N,k}} \left( t + \frac{w_{N,k}}{N} \tau \right) \right] e^{-j\omega \tau} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)中  $N$  为该分布的阶数,一般  $N$  取 4 或 6 比较常见.  $w_{N,k} = e^{j2\pi k/N}$ . 对  $\text{kernal}(t, \tau) = \prod_{k=0}^{N-1} x^{w_{N,k}} \left( t + \frac{w_{N,k}}{N} \tau \right)$  在  $t$  处作 Taylor 级数展开可得

$$\begin{aligned} \text{kernal}(t, \tau) &= \prod_{k=0}^{N-1} x^{w_{N,k}} \left( t + \frac{w_{N,k}}{N} \tau \right) \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} \left[ r e^{j\phi \left( t + \frac{w_{N,k}}{N} \tau \right)} \right]^{w_{N,k}} \\ &= r^{\sum_{k=0}^{N-1} w_{N,k}} e^{j \sum_{k=0}^{N-1} w_{N,k} \phi \left( t + \frac{w_{N,k}}{N} \tau \right)} \\ &= e^{j \left[ \phi'(t) \tau + \sum_{k=1}^{N-1} \phi^{(Nk+1)}(t) \frac{\tau^{Nk+1}}{(Nk+1)!} \left( \frac{1}{N} \right)^{Nk} \right]} \\ &= e^{j\phi'(t)\tau} e^{jQ(t, \tau)} \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\phi'(t)$  是信号的瞬时频率,

$$Q(t, \tau) = \sum_{k=1}^{N-1} \phi^{(Nk+1)}(t) \frac{\tau^{Nk+1}}{(Nk+1)!} \left( \frac{1}{N} \right)^{Nk} \quad (5)$$

将式(4)、(5)代入式(3)可得

$$\begin{aligned} CTD(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\phi'(t)\tau} e^{jQ(t, \tau)} e^{-j\omega \tau} d\tau \\ &= FT_{\tau} [e^{j\phi'(t)\tau} e^{jQ(t, \tau)}] \\ &= \delta(\omega - \phi'(t)) *_{\omega} FT_{\tau} [e^{jQ(t, \tau)}] \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中  $FT_{\tau}[\cdot]$  表示对变量  $\tau$  做傅利叶变换.  $*_{\omega}$  表示对  $\omega$  做卷积运算.由式(6)可看出 CTD 的自交叉项由  $Q(t, \tau)$  决定,因此可定义  $Q(t, \tau)$  为时频分布的扩展因子<sup>[3]</sup>.由式(5)知,随着 CTD 阶数  $N$  的增大,表征 CTD 自交叉项强弱的  $Q(t, \tau)$  迅速减小.

CTD 的另一种定义为<sup>[9]</sup>

$$CTD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \left( t + \frac{\tau}{N} \right) x^* \left( t - \frac{\tau}{N} \right) c(t, \tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \quad (7)$$

其中

$$c(t, \tau) = \prod_{p=1}^{N/2-1} x^{w_{N,p}} \left( t + \frac{w_{N,p}}{N} \tau \right) x^{-w_{N,p}^*} \left( t - \frac{w_{N,p}}{N} \tau \right) \quad (8)$$

式(7)定义的 CTD 可以看成是对信号的 WVD 的一种修正,  $c(t, \tau)$  称为 CTD 的聚集性函数<sup>[9]</sup>.式(7)经离散化之后变为

$$CTD(n, k) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} x(n+m) x^*(n-m) c(n, m) e^{-j(2\pi/N)Nm} \quad (9)$$

式(9)中  $n, k, m$  分别是离散化后的  $t, \omega, \tau$ ,  $N_s$  为信号采样点数.其中

$$c(n, m) = \prod_{p=1}^{N/2-1} x^{w_{N,p}} \left( n + m \frac{w_{N,p}}{N} \right) \cdot x^{-w_{N,p}^*} \left( n - m \frac{w_{N,p}}{N} \right) \quad (10)$$

式中  $w_{N,p} = e^{j2\pi p/N} = w_p + jw_{ip}$ .

式(9)可以由频域卷积来实现

$$\begin{aligned} CTD(n, k) &= \frac{N}{2} \text{WVD} \left( n, \frac{N}{2} k \right) *_{\omega} FT_m (c(n, m)) \\ &= \frac{N}{2} \text{WVD} \left( n, \frac{N}{2} k \right) *_{\omega} C(n, k) \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)中  $FT_m$  表示对  $m$  做傅利叶变换.  $*_{\omega}$  表示对  $k$  做

卷积运算.  $C(n, k)$  为  $c(n, m)$  对  $m$  做傅利叶变换后的结果.

#### 4 针对多分量信号的复延迟时频分布的实现

对于实际应用而言, 信号往往包含着多个分量. 设

信号  $x(n)$  有  $Q$  个分量,  $x(n) = \sum_{q=1}^Q x_q(n)$ , 观察式(11)可知, 此时按式(11)的频域卷积方法计算 CTD 将会产生大量的互交叉项. 产生互交叉项的原因有以下三点:

(1) 对于多分量信号, 它的 WVD 会产生了大量的互交叉项, 而且当该信号的某些分量不是线性调频信号时还会产生大量的自交叉项;

(2) 直接采用式(10)来计算  $C(n, k)$  也会带来大量的交叉项;

(3) 如果在计算频域卷积时, 频率的取值范围大于两个信号间瞬时频率的最小距离, 也会产生互交叉项.

针对上述三点原因, 为了抑制交叉项, 需要对式

(11) 中  $WVD(n, \frac{N}{2}k)$  和  $C(n, k)$  的计算方法分别进行修正, 然后再在频域卷积时进行加窗处理限制频率的取值范围, 以抑制交叉项.

##### 4.1 对 $C(n, k)$ 项计算方法的修正

在整个过程中, 对  $C(n, k)$  项计算方法的修正最为复杂, 也最为重要. 对多分量信号  $x(n)$  的第  $q$  个信号分量  $x_q(n)$ , 定义  $c_q(n, m) = c_{qr}(n, m) c_{qi}(n, m)$ , 其中

$$\begin{aligned} c_{qr}(n, m) &= \prod_{p=1}^{N/2-1} c_{qrp}(n, m) \\ &= \prod_{p=1}^{N/2-1} e^{jw_p \angle (x_{qp}(n+m(w_{N,p}/N)) \cdot x_{qp}^*(n-m(w_{N,p}/N)))} \\ c_{qi}(n, m) &= \prod_{p=1}^{N/2-1} c_{qip}(n, m) \\ &= \prod_{p=1}^{N/2-1} e^{-jw_p \angle (x_{qp}(n+m(w_{N,p}/N)) \cdot x_{qp}^*(n-m(w_{N,p}/N)))} \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)中  $x_{qp}(n \pm m(w_{N,p}/N))$  是具有复延迟的信号

$$\begin{aligned} x_{qp}(n \pm m(w_{N,p}/N)) &= \sum_{k=k_q-W_q}^{k+W_q} STFT(n, k+k_q(n)) e^{j2\pi(n \pm m(w_{N,p}/N))k/N_s} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中  $k_q(n) = \arg\{\max_k STFT(n, k)\}$  为第  $q$  个信号分量的 STFT 在给定时间  $n$  上的最大值所对应的频率  $k$ . 由于  $x_{qp}(n \pm m(w_{N,p}/N))$  中含有复时间延迟, 式(13)的计算可通过式(1)的定义来进行. 可看出

$$\begin{aligned} e^{j2\pi(n \pm m(w_{N,p}/N))k/N_s} &= e^{j2\pi(n \pm m((w_p + jw_p)/N))k/N_s} \\ &= e^{j2\pi nk/N_s} e^{\pm j2\pi k/N_s \cdot m/N \cdot w_p} e^{\mp 2\pi k/N_s \cdot m/N \cdot w_p} \end{aligned}$$

一项中含有一个实指数项  $e^{\mp 2\pi k/N_s \cdot m/N \cdot w_p}$ , 它会随着  $m, k$  的积的增大而迅速增大. 它会影响 CTD 对信号瞬时频率的估计, 甚至使计算结果超出计算机的数值范

围, 因此本文采用了式(12)的定义方法来对  $c_q(n, m)$  的计算方法进行修正, 通过取复数角和取对数的方法来克服 CTD 定义式计算方法的上述缺点.

对于所有信号分量, 由傅立叶变换的线性性质可得

$$\begin{aligned} C_r(n, k) &= \sum_{q=1}^Q FT_m(c_{qr}(n, m)) = FT_m\left(\sum_{q=1}^Q c_{qr}(n, m)\right) \\ C_i(n, k) &= \sum_{q=1}^Q FT_m(c_{qi}(n, m)) = FT_m\left(\sum_{q=1}^Q c_{qi}(n, m)\right) \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14)得  $C(n, k)$  修正后的  $C^{\text{mod}}(n, k)$

$$C^{\text{mod}}(n, k) = \sum_{i=-L}^L Wconv(i) C_r(n, k+i) C_i(n, k-i) \quad (15)$$

其中  $Wconv(i)$  为长度  $2L+1$  的窗函数. 本文对  $C(n, k)$  计算方法进行修正处在于: (1) 对  $c_q(n, m)$  的计算方法进行修正, 使其能够正确地由计算机进行计算. 这是式(14)、(15)能正确进行计算的基础; (2) 在传统的频域卷积  $C(n, k) = C_r(n, k) * C_i(n, k)$  上进行了加频域窗处理. 针对具有某些特点的信号, 如选取合适的窗函数和窗宽, 将使多分量信号间由  $C(n, k)$  产生的互交叉项得到极大的抑制.

##### 4.2 对 $WVD(n, \frac{N}{2}k)$ 项计算方法的修正

为了进一步消除式(11)中所产生的交叉项, 式(11)中的 WVD 应由消除交叉项的 Wigner-Ville 分布 S-method 来代替. 具体实现方法如下

$$\begin{aligned} SM(n, k) &= \sum_{i=-L}^L Wconv(i) \cdot STFT(n, k+i) \\ &\quad \cdot STFT^*(n, k-i) \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)中  $Wconv(i)$  为长度  $2L+1$  的窗函数.  $L$  可以取  $[0, N_s/2]$  区间中的值, 当  $L=0$  和  $L=N_s/2$  时, S-method 分别变为信号的谱图(SP)和 WVD. SP 和 STFT 一样为线性时频分布, 不会产生互交叉项, 但是它的时频聚集性很差, 而 WVD 正相反. S-method 是两者之间的一种折中. 当  $L$  的值趋近 0 时 S-method 的抑制交叉项的能力提高, 而时频聚集性会降低. 反之, 当  $L$  的值趋近  $N_s/2$  时, S-method 的抑制交叉项的能力降低, 但时频聚集性会提高. 因此为了更好的抑制交叉项,  $L$  可取 3~10 左右的整数.

##### 4.3 对最终频域卷积计算方法的加窗修正

对式(11)的频域卷积进行加窗修正后可得针对多分量信号的修正型 CTD

$$MCTD(n, k) = \sum_{i=-L}^L Wconv(i) SM(n, k+i) C^{\text{mod}}(n, k-i) \quad (17)$$

其中窗函数  $W_{\text{conv}}(i)$  可以选择高斯窗, 凯塞窗, 汉明窗等. 加窗处理的目的是限制频域卷积时频率的取值范围, 使其小于任意时刻两个信号间瞬时频率的最小距离, 从而抑制由频域卷积产生的交叉项.

#### 4.4 对加窗处理产生的影响的进一步分析

本文使用加窗处理的是式(15)~(17). 由于本文所研究的方法是针对多分量信号的 CTD, 加窗的直接目的是抑制频域卷积所产生的互交叉项. 下面对加窗处理对时频分辨率的影响做更深入的探讨.

对于一般的时频分布而言, 它的时频分辨率要受到 Heisenberg-Gabor 测不准原理的限制, 即  $T \times B \geq 1$ , 其中  $T, B$  分别为信号的时宽和频带宽. 该原理揭示了这样一个事实: 时宽和频带宽不可能同时达到任意小. 窗函数的一个重要作用就是根据信号的时频特性, 取得在时宽和频带宽上的折中. 好的时间分辨率结果需要较短的时间窗, 好的频率分辨率结果则需要带宽较窄的滤波器, 也就是较长的时间窗, 但二者不可能同时满足. 对于多项式相位信号和三角函数调频信号等非平稳信号来说, 窗函数内的信号最好是基本平稳的, 即窗宽必须与非平稳信号的局部平稳性相适应. 因此, 非平稳信号分析所获得的频率分辨率与信号的局部平稳长度有关. 当所分析的信号的局部平稳长度很小的时候, 势必导致所选取的时间窗很窄, 这样, 时频分析无法得到较高的频率分辨率.

当所分析的信号为高阶多项式相位信号或者频率随时间快速变化的三角函数调频信号时, 信号的局部平稳长度会很小, 因此, 一些常规的时频分析方法已经不可能获得较好的频率分辨率, 这时采用 CTD 对信号进行分析可以得到比较满意的结果. 当信号的非平稳性越来越强, 局部平稳性越来越差时, 采用更高阶的 CTD 可获得良好效果.

## 5 仿真结果

### 5.1 仿真单分量信号的 CTD

对仿真 5 阶多项式相位信号, 计算其 WVD 和  $N=4$  时的 CTD(CTD4). 其中 CTD4 采用式(11)的方法进行计算, 仿真信号中  $t \in [-1, 1]$ , 采样 128 点. 信号的表达式如下

$$x = \exp(j\pi(5t + 2t^2 + 5.5t^3 + 5.8t^4 + 4.5t^5)) \quad (18)$$

由图 1(a) 可见, 由于该信号的非线性特性, 其 WVD 中包含大量的虚假信息(自交叉项); 而图 1(b) 所示的 4 阶 CTD 则具有很好的时频聚集性, 自交叉项被极大抑制. 由式(5)可知, 对 CTD4, 它的扩展因子

$$Q(t, \tau) = \phi^{(5)}(t) \frac{\tau^5}{4^5 5!} + \phi^{(9)}(t) \frac{\tau^9}{4^9 9!} + \dots \quad (19)$$

这表明对于 4 阶以下的多项式相位信号 CTD4 不

含自交叉项, 对于高于 4 阶的单分量多项式相位信号它也能对自交叉项产生很强的抑制.

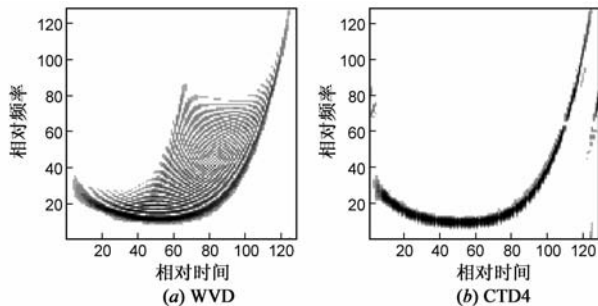


图1 仿真信号的时频分布图

### 5.2 仿真多分量信号几种时频分布

对仿真多分量信号, 计算其 WVD, S-Method(SM), 4 阶 CTD(CTD4), 6 阶 CTD(CTD6), 针对多分量信号的修正型 6 阶 CTD(CTD6m) 五种时频分布和它的理想时频曲线(信号的理想时频曲线由信号相位对时间  $t$  求导数得). 信号的解析表达式如下

$$x = \exp(j\pi(t-6)^2) + \exp(j2\sin(1.5\pi(t+1))) + j8.5\pi t$$

该信号含有 2 个分量, 其中之一是线性调频信号, 另一个则是三角函数调频信号.  $t \in [-1, 1]$  区间, 采样 128 点. 该信号的时间与频率的关系可表示为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \cdot \frac{d(\text{angle}(x_1(t)))}{dt} + \frac{1}{2\pi j} \cdot \frac{d(\text{angle}(x_2(t)))}{dt}$$

其中  $x_1(t) = \exp(j\pi(t-6)^2)$ ,

$$x_2(t) = \exp(j2\sin(1.5\pi(t+1))) + j8.5\pi t.$$

在计算 S-Method 时, 式(16)中  $L=8$ , 相应的窗宽为  $2L+1=17$ ; 在计算 CTD6m 时, 采用式(15)~(17) 进行计算, 且上述三式中  $L=8$ , 频域卷积窗为高斯窗. 它的五种时频分布和理想时频分布曲线如图 2 所示.

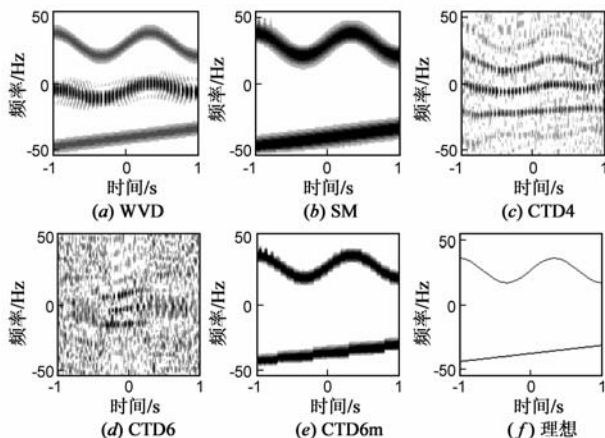


图2 双分量信号的5种时频分布和它的理想时频分布曲线

由图 2(a)、(c)、(d) 可见, 这三种分布产生了大量的交叉项, 这种交叉项是由信号分量间相互作用产生的互交叉项. 虽然由图 1 可见, CTD 很好的抑制了单分

量信号的自交叉项,但是对于多分量信号所产生的交叉项,如直接采用定义(或式(11))计算信号的 CTD,并不能使之得到抑制.另由图 2(c)和图 2(d)可知,提高 CTD 的阶数(由 4 阶提高到 6 阶)并不能抑制交叉项.图 2(e)是本文方法,可见经过对式(11)三方面的修正后,该方法抑制了多分量信号的交叉项,同时保留了 CTD 的时频聚集性高的优点.由图 2(b)、(e)、(f)对比可见,CTD6m 得到的结果最接近信号的理想时频曲线,时频聚集性较 S-Method 有所提高.

### 5.3 时频域有交叉的仿真多分量信号几种时频分布

本仿真实验为信号的各分量在时频域中出现交叉分布时的几种时频分布的对比,包括了文献[6]提出的基于 STFT 的迭代方法实现的 LWVD,并对各分布加窗产生的影响做更进一步的讨论.仿真信号中  $t \in [-1, 1]$ ,采样 128 点.信号的表达式如下

$$x = \exp(j\pi(-15t + 2t^2 + 5.5t^3 + 5.8t^4 + 4.5t^5)) + \exp(j(-80t - 10t^2))$$

其中 S-method 采用式(16)计算,  $L = 3$ (图 3(b)),  $L = 20$ (图 3(c));基于 STFT 的迭代方法实现的 LWVD 采用文献[6]提出的算法,图 3(d)为信号的 STFT,图 3(e)~(g)为迭代 1~3 次所产生的 LWVD,具体算法可参见文

献[6];CTDm 采用式(15)~(17)三式计算,计算 CTD4m 时阶数  $N = 4$ ,计算 CTD6m 时阶数  $N = 6$ .当  $N = 4, L = 1$  时得到图 3(h),当  $N = 4, L = 7$  时得到图 3(i),当  $N = 6, L = 1$  时得到图 3(j),当  $N = 6, L = 7$  时得到图 3(k).由实验结果可见,对 S-method,频域卷积窗较窄时,交叉项抑制效果很好,但是时频分辨率较低(图 3(b));当频域卷积窗较宽时,交叉项抑制效果变差,时频分辨率却有所提高(图 3(c)).总体来看 S-method 分辨率偏低,而且当信号分量在时频域中出现交叉分布时,此处出现了较强的交叉项.基于 STFT 的迭代方法实现的 LWVD,随着迭代次数的提高,时频分辨率和交叉项抑制效果均提高(图 3(e)~(g)),迭代 2 次时该方法的时频聚集性和交叉项抑制能力已经明显好于 S-Method.但是由图 3(f)和图 3(g)也可看出,随着迭代次数的增加,信号的一些时频成分出现了减弱甚至缺失.而且迭代方法为了获得良好的效果,需要较高的迭代次数,计算量较大.再看经本文修正的 CTDm(图 3(h)~(k)).对于同阶 CTDm,当窗宽较窄时,频率分辨率较高,且当信号分量在时频域中出现交叉分布时,对交叉项的抑制效果要比窗宽较宽时更好.当 CTD4m 和 CTD6m 进行对比时,在相同窗宽条件下 CTD6m 的时频聚集性和交叉项抑制效果(信号分量在时频域中出现交叉分布处)均超过 CTD4m.

总体上,基于 STFT 的迭代方法实现的 LWVD 和经本文修正的 CTDm,在时频聚集性和交叉项抑制能力方面均要明显优于 S-Method.而 CTDm 相对于迭代方法不会产生时频成分的丢失(图 3(h)~(k)中没有出现图 3(g)中的时频成分缺失),而且时频聚集性也更好(图 3(j)与图 3(g)对比).该方法对于时频域有交叉的多分量调频信号具有良好的时频聚集性,同时通过选择较短的频域卷积窗,对各分量时频域交叉处也有很强的交叉项抑制能力.

## 6 结论

针对复延迟型时频分布(CTD)对多分量信号产生大量交叉项的特点,本文从三个方面对 CTD 的频域卷积实现方法作了修正,使其能适合多分量信号的应用场合.第一,从两个方面对式(11)中的  $C(n, k)$  计算方法进行修正,首先解决由定义式计算  $C(n, k)$  时造成的数值超出计算机的数值范围问题,然后通过频域加窗处理抑制了  $C(n, k)$  信号分量间的交叉项.第二,以 S-method 代替式(11)中的 WVD,通过合理的选择 S-method 的卷积窗宽  $L$  抑制了式(11)中由 WVD 产生的交叉项.第三,通过式(17)的频域卷积加窗处理,抑制了由频域卷积产生的交叉项.通过三组仿真算例,较深入的探讨了频域卷积窗宽度的选择,验证了该方法对各

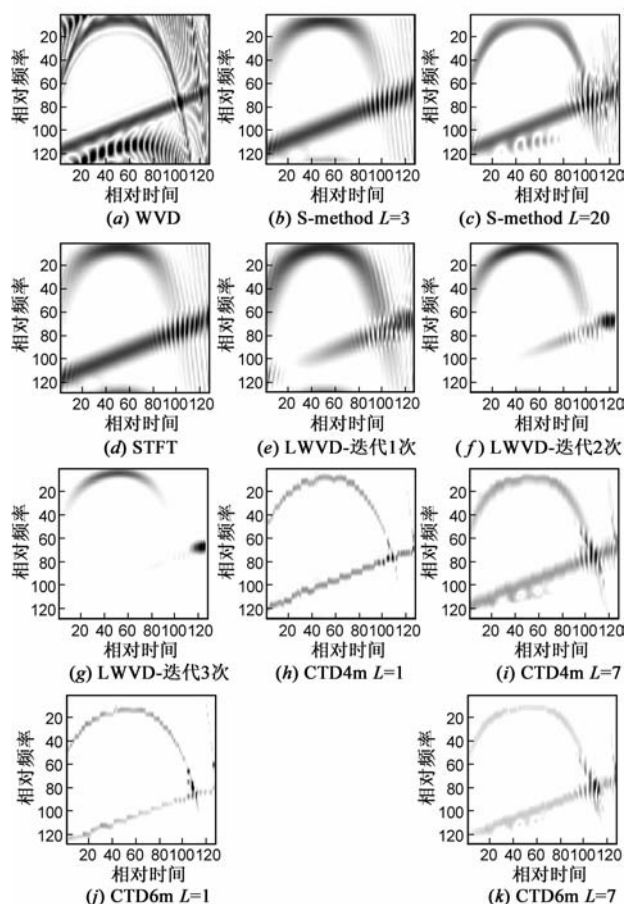


图3 时频域有交叉的双分量信号在不同窗宽下的时频分布

种情况下的多分量信号都具有良好的效果.

## 参考文献

- [1] Cohen L. Time-frequency distributions – A review[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(7): 941 – 981.
- [2] Barkat B, Boashash B. Design of higher-order polynomial wigner-ville distributions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(9): 2608 – 2611.
- [3] Stankovic L J. Time-frequency distributions with complex argument[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(3): 475 – 486.
- [4] Baraniuk R G, Jones D L. A signal-dependent time-frequency representation: optimal kernel design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(4): 1589 – 1602.
- [5] Ristic B, Boashash B. Kernel design for time-frequency signal analysis using the Radon transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(5): 1996 – 2008.
- [6] Stankovic L J. A multitime definition of the wigner higher order distribution; L – wigner distribution[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1994, 1(7): 106 – 109.
- [7] Stankovic L J, Stankovic S, Djurovic I. An architecture for the cross-terms free realization of the polynomial wigner distribution[A]. Proceedings of the IEEE IC-Acoustics[C]. Munich, Germany: Speech and Signal Processing, 1997. 2053 – 2056.
- [8] 王勇, 姜义成. 多项式 Wigner-Ville 分布的频域卷积实现[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(2): 286 – 289.  
Wang Yong, Jiang Yi-cheng. Realization of the polynomial wigner-ville distribution based on the convolution in frequency domain[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2008, 30(2): 286 – 289. (in Chinese)
- [9] Stankovic S, Zaric N, Orovic I, Ioana C. General form of time-frequency distribution with complex-lag argument[J]. Electronics Letters, 2008, 44(11): 699 – 701.
- [10] Stankovic S, Orovic I, Ioana C. Effects of cauchy integral formula discretization on the precision of IF estimation; unified approach to complex-lag distribution and its counterpart L-form[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(4): 327 – 330.
- [11] Cornu C, Stankovic S, Ioana C, Quinquis A, Stankovic L J. Generalized representation derivatives for regular signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(10): 4831 – 4838.
- [12] 邹红星, 周小波, 李衍达. 时频分析: 回溯与前瞻[J]. 电子学报, 2000, 28(9): 78 – 84.
- [13] 王忠仁, 林君, 李文伟. 基于 Wigner-Ville 分布的复杂时变信号的时频分析[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2239 – 2241.  
Wang Zhong-ren, Lin Jun, Li Wen-wei. Time-frequency analysis for complex time-varying signals based on wigner-Ville distribution[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2239 – 2241. (in Chinese)
- [14] 王勇, 姜义成. 多项式相位信号瞬时频率变化率估计及其应用[J]. 电子学报, 2007, 35(12): 2403 – 2407.  
Wang Yong, Jiang Yi-cheng. Estimation of instantaneous frequency rate for polynomial phase signal and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12): 2403 – 2407. (in Chinese)
- [15] 刘庆云, 李志舜, 李海英, 梁红. 多分量多项式相位信号的参量估计[J]. 电子学报, 2004, 32(12): 2031 – 2034.  
Liu Qing-yun, Li Zhi-shun, Li Hai-ying, Liang Hong. Parameter estimation of multicomponent polynomial phase signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(12): 2031 – 2034. (in Chinese)
- [16] 刘庆云, 李志舜, 马艳. 一种时频分布核函数构造方法[J]. 电子学报, 2005, 33(4): 745 – 747.  
Liu Qing-yun, Li Zhi-shun, Ma Yan. On construction of a novel time frequency kernel [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(4): 745 – 747. (in Chinese)

## 作者简介



王 冉 男, 1982 年 9 月出生, 黑龙江哈尔滨人. 2005 年本科毕业于哈尔滨工业大学电子与通信工程系, 2007 年硕士毕业于哈尔滨工业大学电子与通信工程系, 2009 年进入哈尔滨工业大学电子工程技术研究所攻读博士. 现为博士研究生, 从事雷达成像及信号处理方面的有关研究.

E-mail: wr0905@sina.com



姜义成 男, 1964 年生于哈尔滨市, 哈尔滨工业大学教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理, 目标识别技术等.