

# 动态系统基于时域与频域相结合的多尺度联合滤波器

文成林<sup>1,2</sup>, 文传博<sup>2</sup>, 陈志国<sup>2</sup>

(1. 杭州电子科技大学信息与控制研究所, 浙江杭州 310018; 2. 河南大学计算机与信息工程学院, 河南开封 475001)

**摘 要:** 针对基于小波变换与 Kalman 滤波相结合的多尺度联合估计方法中存在的问题, 本文利用新的系统方块技术与多尺度变换方法相结合, 建立一个动态系统基于时域与频域相结合的多尺度联合滤波器. 首先, 将时域中描述的状态方程和观测方程改写为块状态方程和块观测方程; 利用多尺度变换技术在时域和频域中联合描述它们; 结合 Kalman 滤波与顺序滤波的思想, 建立了一类应用于动态系统的多尺度估计联合滤波器. 新滤波器不仅保留了传统 Kalman 滤波器的实时性和递归性等优良性质, 而且在滤波过程中还具有对随机状态信号进行多尺度分析的能力. 计算机仿真实验验证了利用新估计器得到的估计精度可与利用传统 Kalman 滤波器得到的估计精度相媲美.

**关键词:** 多尺度联合估计器; 实时性与递归性; 小波变换; Kalman 滤波

**中图分类号:** TP274 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 11-1961-05

## A Multiscale Associated Filter Combining Temporal Domain with Frequency Domain for Dynamic System

WEN Cheng lin<sup>1,2</sup>, WEN Chuang bo<sup>2</sup>, Chen Zhi-guo<sup>2</sup>

(1. Institute of Information and Control, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

2. School of Computer and Information Engineering, Henan University, Kaifeng, Henan 475001, China)

**Abstract:** According to these shortcomings existed in multiscale associated estimation methods, a new multiscale estimator is proposed by combining wavelet transform and Kalman filtering, in which a new technology of systemic and multiscale transform are employed. The state equation and measure equation described only in temporal domain are rewritten down data block equations; these data block equations are characterized by use of multiscale technology in both temporal and frequency domains; the new associated filter is established via using Kalman filter and sequential filter. The new filter not only holds the good characters, such as the real time and recursive, but also possesses the multiscale analysis capability. Computer simulations show that the estimate accuracy of new algorithm is comparable with or little better than that of traditional Kalman filter.

**Key words:** multiscale associated filter, real-time and recursive, wavelet transform; Kalman filtering

### 1 引言

1960 年, 美国学者 R E Kalman 和 R S Bucy 在维纳滤波和哥尔莫果洛夫滤波方法的基础上, 提出了最优递推滤波方法, 称为 Kalman 滤波<sup>[1]</sup>. 由于 Kalman 滤波器能够利用观测信息对目标状态进行实时、递归的最优估计, 再加之算法易实现等优点, 使得它在动态系统估计中得到了广泛应用<sup>[2~5]</sup>. 但是, Kalman 滤波器是基于目标在时域的动态模型和观测模型上建立起来的, 并没能考虑到目标的多尺度特性, 它不具有对目标状态进行多尺度分析的能力.

小波分析是 Fourier 分析划时代的发展成果, 是目前公认的最新的时间-频率分析工具之一, 已受到了到国内外众多学者的青睐<sup>[4,6]</sup>. 利用它可以描述随机过程或信号在短、中和长

期中不同的变化特征; 从这个意义上来说, 它可以较好的弥补 Kalman 滤波方法的不足. 但是, 由于小波分析方法只能在一段时间内获取的信号块进行多尺度分析, 因此不具有实时性和递归性等特性, 从而失去了对随机过程进行实时分析的能力<sup>[4]</sup>.

随着多尺度系统理论不断发展, 将小波分析理论与 Kalman 滤波技术结合起来, 并将它有效地用到对动态系统的估计中的研究已受到相关领域科研技术工作者的关注, 并取得了与此相关的多项研究成果<sup>[7~10]</sup>. 其基本思想大都是先将系统的动态方程和观测方程改写成数据块的形式加以描述, 接着再套用现有的 Kalman 滤波器对相关的块状态进行估计. 文献<sup>[7]</sup>是这类算法的代表之作, 但是在现有的类似算法中<sup>[7~9]</sup>, 都存在如下问题:

(1) 系统过程噪声(或建模误差)产生了相关性. 在原来以点状态描述的系统方程中, 系统噪声是白噪声, 然而在改写后的块状态方程中, 相应噪声块之间是相关的, 而且相关的程度和项数随着状态块长度增加而增加, 使得系统不满足进行 Kalman 滤波的基本条件.

(2) 算法失去了实时性和递归性. 在建立了以块形式描述的状态方程和观测方程的情况下, 文献[7, 8]中都是套用传统的 Kalman 滤波器, 用一段观测数据为单位(即块测量值), 对相应的目标状态块进行估计, 从而失去了传统 Kalman 滤波器在对点状态估计时的实时和递归估计等优点.

(3) 算法不具有最优性. 由于(1)和(2)的原因, 文献[7, 8]中的算法也将不是最优的.

为了发展和完善这种混合估计方法, 就需要解决已有方法中存在的问题. 为此, 本文提出了一种动态系统时域与频域相结合的多尺度混合估计方法. 基于新方法建立的滤波器克服了已有方法的不足, 它具有传统点估计滤波器所拥有的实时性、递归性等优势, 同时还具有对状态进行多尺度分析的能力.

## 2 系统描述

一类在某尺度上建立的单传感器单模型动态系统为<sup>[7, 9]</sup>

$$\mathbf{x}(N, k+1) = \mathbf{A}(N, k)\mathbf{x}(N, k) + \mathbf{w}(N, k) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(N, k+1) = \mathbf{C}(N, k+1)\mathbf{x}(N, k+1) + \mathbf{v}(N, k+1) \quad (2)$$

其中,  $k$  为离散时间变量,  $\mathbf{x}(N, k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$  是状态向量,  $\mathbf{A}(N, k) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  是系统转移矩阵, 系统噪声  $\mathbf{w}(N, k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$  具有如下统计特性

$$E\{\mathbf{w}(N, k)\} = 0, k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$E\{\mathbf{w}(N, k)\mathbf{w}^T(N, j)\} = \mathbf{Q}(N, k)\delta_{kj}, k, j = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$\mathbf{Q}(N, k)$  为非负定矩阵.

在式(2)所示的传感器观测系统中,  $\mathbf{z}(N, k+1) \in \mathbf{R}^{p \times 1}$  ( $p \leq n$ ) 是观测值,  $\mathbf{C}(N, k+1) \in \mathbf{R}^{p \times n}$  是观测矩阵, 它决定着观测系统的采样结构; 观测噪声  $\mathbf{v}(N, k+1) \in \mathbf{R}^{p \times 1}$  的统计特性

$$\mathbf{B}_N(m) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \prod_{i=1}^1 \mathbf{A}(N, mM+i) & \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{i=2}^1 \mathbf{A}(N, mM+i) & \sum_{i=2}^2 \mathbf{A}(N, mM+i) & \mathbf{I} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=M-1}^1 \mathbf{A}(N, mM+i) & \sum_{i=M-1}^2 \mathbf{A}(N, mM+i) & \sum_{i=M-1}^3 \mathbf{A}(N, mM+i) & \dots & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_N(m) = [\mathbf{w}^T(N, mM), \mathbf{w}^T(N, mM+1), \dots, \mathbf{w}^T(N, mM+M-1)]$$

观测噪声项  $\{\mathbf{v}_N(m+1)\}$  为

$$\mathbf{v}_N(m+1) = [\mathbf{v}^T(N, mM+1), \mathbf{v}^T(N, mM+2), \dots, \mathbf{v}^T(N, mM+M)]^T \quad (15)$$

根据式(3)、(4)、(5)、(6)知  $\{\mathbf{w}_N(m)\}$  和  $\{\mathbf{v}_N(m+1)\}$  均是零均值白噪声, 且

$$E\{\mathbf{w}_N(m)\mathbf{w}_N^T(m')\} = \mathbf{B}_N(m)\tilde{\mathbf{Q}}_N(m)\mathbf{B}_N^T(m)\delta_{mm'} \\ \equiv \mathbf{Q}_N(m)\delta_{mm'} \quad (16)$$

$$E\{\mathbf{v}(N, k+1)\} = 0, k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$E\{\mathbf{v}(N, k+1)\mathbf{v}^T(N, j+1)\} = \mathbf{R}(N, j+1)\delta_{k+1, j+1} \quad (6)$$

$\mathbf{R}(N, k+1)$  为正定矩阵.

初始状态  $\mathbf{x}(N, 0)$  为一随机向量, 且有如下统计特性

$$E\{\mathbf{x}(N, 0)\} = \mathbf{x}_0 \quad (7)$$

$$E\{[\mathbf{x}(N, 0) - \mathbf{x}_0][\mathbf{x}(N, 0) - \mathbf{x}_0]^T\} = \mathbf{P}_0 \quad (8)$$

假设  $\mathbf{x}(N, 0)$ 、 $\mathbf{w}(N, k)$ 、 $\mathbf{v}(N, k)$  彼此之间是统计独立的.

## 3 系统分块描述

由式(1)和(2)描述的动态系统可被改写成块长为  $M$  的分块形式

$$\mathbf{X}_N(m+1) = \mathbf{A}_N(m)\mathbf{X}_N(m, M) + \mathbf{w}_N(m), m = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

$$\mathbf{Z}_N(m+1) = \mathbf{C}_N(m+1)\mathbf{X}_N(m+1) + \mathbf{v}_N(m+1), \\ m = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

其中  $M = q^{N-1}$ ,  $q \geq 2$ .

$$\mathbf{X}_N(m+1) = [\mathbf{x}^T(N, mM+1), \mathbf{x}^T(N, mM+2), \dots, \mathbf{x}^T(N, mM+M)]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_N(m) = [(\prod_{i=0}^0 \mathbf{A}(N, mM+i))^T, (\prod_{i=1}^0 \mathbf{A}(N, mM+i))^T, \dots,$$

$$(\prod_{i=M-1}^0 \mathbf{A}(N, mM+i))^T]^T$$

$$\mathbf{Z}_N(m+1) = [\mathbf{z}^T(N, mM+1), \mathbf{z}^T(N, mM+2), \dots, \mathbf{z}^T(N, mM+M)]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_N(m+1) = \text{diag}[\mathbf{C}(N, mM+1), \mathbf{C}(N, mM+2), \dots, \mathbf{C}(N, mM+M)] \quad (13)$$

式(9)中的过程噪声  $\mathbf{w}_N(m)$  为

$$\mathbf{w}_N(m) = \mathbf{B}_N(m)\tilde{\mathbf{w}}_N(m) \quad (14)$$

其中

$$E\{\mathbf{v}_N(m+1)\mathbf{v}_N^T(m'+1)\} = \mathbf{R}_N(m+1)\delta_{m+1, m'+1} \quad (17)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{Q}}_N(m) = \text{diag}[\mathbf{Q}(N, mM), \mathbf{Q}(N, mM+1), \dots, \mathbf{Q}(N, mM+M-1)]$$

$$\mathbf{R}_N(m+1) = \text{diag}[\mathbf{R}(N, mM+1), \mathbf{R}(N, mM+2), \dots, \mathbf{R}(N, mM+M)]$$

式(9)~(17)中,  $m$  表示标识第几个数据块,  $M$  表示每个数据块所包含元素的个数, 初始状态块向量为  $\mathbf{X}_N(0) = \mathbf{x}(N, 0)$ . 由  $\mathbf{x}(N, 0)$ 、 $\mathbf{w}(N, k)$ 、 $\mathbf{v}(N, k)$  之间的独立性, 易知分块后

的随机向量  $X_N(0)$ 、随机序列  $w_N(m)$  和  $v_N(m)$  之间也是统计独立的。

由于过程噪声和系统噪声都是白噪声序列, 因此本节建立的块状态方程解决了已有方法中存在的第一个问题。

#### 4 系统的多尺度描述

多尺度分析的基本思想是: 基于  $q$  进制小波的多尺度分析每次对信号进行分解的结果是: 将待处理的信号分解为一个平滑信号和  $(q-1)$  个细节信号,  $q$  进制小波变换是连接不同尺度上信号的桥梁<sup>[4,6]</sup>。

对在尺度  $i$  上获得的信号序列  $x(i, k) \in V_i \subset (l^2(Z))^n$  ( $k \in Z$ ), 考虑给定的长度为  $M = q^{i-1}$  的信号子序列  $X^{(i)}(m) = [x^T(i, (m-1)M+1), x^T(i, (m-1)M+2), \dots, x^T(i, (m-1)M+M)]^T$  并记为

$$X_V^{(i)} = X^{(i)}(m)$$

若用  $H_i$  和  $\bar{G}_{r,i}$  分别表示信号  $x(i, k) \in V_i \subset l^2(Z)$  中相应的尺度算子与小波算子, 那么对信号在  $x(i, k) \in V_i \subset (l^2(Z))^n$  进行多尺度分析的尺度算子与小波算子分别为

$$H_i = L_{i-1}^T \text{diag}(\bar{H}_{i-1}, \dots, \bar{H}_{i-1}) L_i$$

$$G_{r,i} = L_{i-1}^T \text{diag}(\bar{G}_{r,i-1}, \dots, \bar{G}_{r,i-1}) L_i$$

上式中, 对角矩阵的个数为  $n$ , 即信号向量的维数,  $L_i$  是将  $X_m$  变换成适合小波变换形式的线性算子<sup>[6]</sup>。

因此, 信号  $X_V^{(i)}(m)$  的多尺度变换的分解和重构形式分别为<sup>[1,3]</sup>

$$X_V^{(i)}(m) = H_i X_V^{(i+1)}(m), L \leq i \leq N-1 \quad (18)$$

$$X_{r,D}^{(i)}(m) = G_{r,i} X_V^{(i+1)}(m), r = 1, 2, \dots, q-1 \quad (19)$$

和

$$X_V^{(i+1)}(m) = H_i^* X_V^{(i)}(m) + \sum_{r=1}^{q-1} G_{r,i}^* X_{r,D}^{(i)}(m) \quad (20)$$

其中, 上标\* 表示矩阵的共轭转置, 下标  $V$  和  $D$  分别表示信号在较粗尺度上的平滑和相应的细节部分,  $N$  和  $L$  分别为最细尺度和最粗尺度。

若记

$$Y(m) = [(X_D^{(N-1)}(m))^T, (X_D^{(N-2)}(m))^T, \dots, (X_D^{(L)}(m))^T, (X_V^{(L)}(m))^T]^T \quad (21)$$

其中

$$X_D^{(i)}(m) = [(X_{1,D}^{(i)}(m))^T, (X_{2,D}^{(i)}(m))^T, \dots, (X_{q-1,D}^{(i)}(m))^T]^T$$

则用

$$Y(m) = W_X X^{(N)}(m) \quad (22)$$

表示信号  $X^{(N)}$  的多尺度分解, 用

$$X^{(N)}(m) = W_X^* Y(m) \quad (23)$$

表示  $Y(m)$  的多尺度重构, 其中

$$W_X = \begin{bmatrix} G_{N-1} \\ G_{N-2} H_{N-1} \\ \vdots \\ G_L H_{L+1} H_{L+2} \dots H_{N-1} \\ H_L H_{L+1} H_{L+2} \dots H_{N-1} \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中

$$G_i = [G_{1,i}^T, G_{2,i}^T, \dots, G_{q-1,i}^T]^T$$

是小波变换算子矩阵,  $W_X^*$  是  $W_X$  的共轭转置矩阵, 且满足

$$W_X^* W_X = I \quad (25)$$

上式中,  $I$  表示相应的单位矩阵。

把小波算子矩阵式(24)同时作用于系统方程(9)的两端, 可以得到用时域与频域联合描述的块状态方程

$$W_X X_N(m+1) = W_X A_N(m) X_N(m, M) + W_X w_N(m)$$

即

$$Y(m+1) = A_w(m) X_N(m, M) + U(m) \quad (26)$$

其中

$$Y(m+1) = W_X X_N(m+1), A_w(m) = W_X A_N(m),$$

$$U(m) = W_X w_N(m)$$

由  $w_N(m)$  的统计特性可知  $\{U(m)\}$  也是零均值白噪声, 并且

$$E\{U(m) U^T(m')\} = W_X Q(m) W_X^* \delta_{mm'} = Q_w(m) \delta_{mm'}$$

同样, 利用性质方程(25), 可以把观测方程(10)描述为新的形式

$$Z_N(m+1) = C_w(m+1) Y(m+1) + v_N(m+1) \quad (27)$$

其中

$$C_w(m+1) = C_N(m+1) W_X^*$$

式(27)还可改写为如下的分量的形式

$$Z_N(m+1, s) = C_w(m+1, s) Y(m+1) + v_N(m+1, s), \quad s = 1, 2, \dots, M \quad (28)$$

其中

$$Z_N(m+1, s) = z(N, mM+s), v_N(m+1, s) = v(N, mM+s)$$

$C_w(m, s)$  表示矩阵  $C_w(m)$  中的第  $s$  行。

#### 5 基于小波与 Kalman 滤波技术的多尺度联合估计算法

基本记号

$$Z_N^m(N) = \{Z_N(1), Z_N(2), \dots, Z_N(m)\}, m = 1, 2, \dots$$

$$\hat{Y}(m+1|m) = E\{\hat{Y}(m+1)|\hat{Y}(m|m)\}$$

$$P_{Y(m+1|m)} = E\{[\hat{Y}(m+1) - \hat{Y}(m+1|m)][\hat{Y}(m+1) - \hat{Y}(m+1|m)]^T\}$$

$$X_N(m|m) = E\{X_N(m)|X_0, Z_N^m(N)\}$$

$$P_X(m|m) = E\{[X_N(m) - X_N(m|m)][X_N(m) - X_N(m|m)]^T\}$$

$$X_N(m+1|m) = E\{X_N(m+1)|X_N(m|m)\}$$

$$P_X(m+1|m) = E\{[X_N(m+1) - X_N(m+1|m)][X_N(m+1) - X_N(m+1|m)]^T\}$$

##### 5.1 算法的基本思想

对小波系数进行联合滤波, 当第  $m+1$  块的第  $s$  个测量值得到的时候, 结合传统的 Kalman 滤波技术, 可以得到小波系数的估计值为:

$$\begin{cases} \hat{Y}(m+1|m+1, s) = E\{\hat{Y}(m+1)| \\ \bullet | \hat{Y}(m+1|m+1, s-1), Z_N(m+1, s)\} \\ \hat{Y}(m+1|m+1, 0) = \hat{Y}(m+1|m) \\ \hat{Y}(m+1|m+1, M) = \hat{Y}(m+1|m+1) \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} P_Y(m+1|m+1, s) = E\{[\hat{Y}(m+1) - \hat{Y}(m+1|m+1, s)] \\ \quad \cdot [\hat{Y}(m+1) - \hat{Y}(m+1|m+1, s)]^T\} \\ P_Y(m+1|m+1, 0) = P_Y(m+1|m) \\ P_Y(m+1|m+1, M) = P_Y(m+1|m+1) \end{cases} \quad (30)$$

利用小波逆变换, 得到

$$X_N(m+1|m+1, s) = W_X^* \hat{Y}(m+1|m+1, s) \quad (31)$$

$$P_X(m+1|m+1, s) = W_X^* P_Y(m+1|m+1, s) W_X \quad (32)$$

## 5.2 多尺度联合估计器

若已获得在状态  $X_N(m)$  在小波域的估计值  $\hat{Y}(m|m)$  和估计误差协方差阵  $P_Y(m|m)$

$$\begin{cases} \hat{Y}(m|m) = E\{\hat{Y}(m) | X_0, Z_1^m(N)\} \\ P_Y(m|m) = E\{[\hat{Y}(m) - \hat{Y}(m|m)][\hat{Y}(m) - \hat{Y}(m|m)]^T\} \end{cases} \quad (33)$$

即等价于获得在状态  $X_N(m)$  在时域中的估计值  $X(m|m)$  和估计误差协方差阵  $P_X(m|m)$

利用分步式滤波的方法, 在第  $(m+1)$  个块内, 基于块内按照顺序得到的观测值

$$Z_N(m+1, s) = z(N, mM+s), \quad s=1, 2, \dots, M$$

顺序对在小波域中描述的状态块  $\hat{Y}(m+1)$  更新估计<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{Y}(m+1|m+1, s) &= \hat{Y}(m+1|m+1, s-1) + K(m+1, s) \\ &\quad \cdot [Z_N(m+1, s) - Z_N(m+1|m+1, s-1)] \end{aligned} \quad (34)$$

其中

$$\hat{Y}(m+1|m+1, 0) = A_w(m) X_N(m|m, M) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} K(m+1, s) &= P_Y(m+1|m+1, s-1) C_w^T(m+1, s) \times [C_w(m+1, s) \\ &\quad + 1, s) P_Y(m+1|m+1, s-1) C_w^T(m+1, s) \\ &\quad + R(m+1, s)]^{-1} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{cases} P_Y(m+1|m+1, 0) = A_w(m) P_X(m|m, M) A_w^T(m) + Q_\mu(m) \\ P_Y(m+1|m+1, s) = [I - K(m+1, s) C(m+1, s)] \\ \quad P_Y(m+1|m+1, s-1) \end{cases} \quad (37)$$

最终, 当第  $m+1$  块最后一个观测值到来后, 块状态估计值为:

$$\begin{aligned} \hat{Y}(m+1|m+1) &= \hat{Y}(m+1|m+1, M) \\ &= A_w(m) X_N(m|m, M) + \sum_{s=1}^M K(m+1, s) \\ &\quad \cdot [Z_N(m+1, s) - C_w(m+1, s) \hat{Y}(m+1|m+1, s-1)] \end{aligned} \quad (38)$$

$$P_Y(m+1|m+1) = P_Y(m+1, m+1, M) = \prod_{s=1}^M [I - K(m+1, s) C_w(m+1, s)] P_Y(m+1|m) \quad (39)$$

式 (38) 和 (39) 即分别是第  $m+1$  块状态小波系数的最优估计值与估计误差协方差。

利用多尺度逆变换式 (23), 得到块状态的最优估计值

$$X_N(m+1|m+1) = W_X^* \hat{Y}(m+1|m+1) \quad (40)$$

$$P_X(m+1|m+1) = W_X^* P_Y(m+1|m+1) W_X \quad (41)$$

注释 5.1 从动态系统基于时域与频域相结合的多尺度

混合估计器的滤波过程中可以看出, 利用该滤波器对目标块状态进行估计的过程是实时的和递归的。

## 6 计算机仿真

本节给出多尺度联合估计器的计算机仿真。在相同条件下, 将基于新算法的仿真结果与基于传统的 Kalman 滤波方法得到的结果进行比较。仿真中动态系统的各参数为  $A(k) = 0.96$ ,  $Q(k) = 1$ ,  $H(k) = 2$ ,  $R(k) = 0.1$ , 初始条件为  $x_0 = 1$ ,  $P_0 = 1$ 。利用二进制的 Haar 小波变换, 以  $M = 4$  对系统进行分块, 取  $N = 3$ ,  $L = 1$ 。下面给出的仿真都是 100 次 Monte Carlo 实验的结果。

新算法与传统 Kalman 滤波算法的仿真结果都显示在图 1 和图 2 中。其中, 图 1 给出了分别利用多尺度联合估计器与传统的 Kalman 滤波器对目标状态进行估计的结果; 图中实线代表真实信号, 虚线代表用多尺度混合估计器得到的估计结果, 点划线表示用传统的 Kalman 滤波器得到的估计结果。图 2 给出了分别用这两种方法所得的估计误差曲线, 其中实线代表利用多尺度混合估计器所得到的估计误差, 虚线表示用传统的 Kalman 滤波器所得的估计误差。

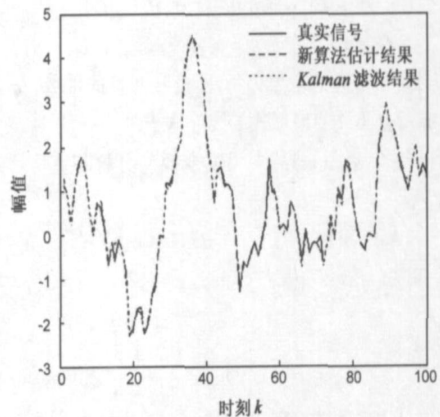


图 1 两种不同方法的估计结果

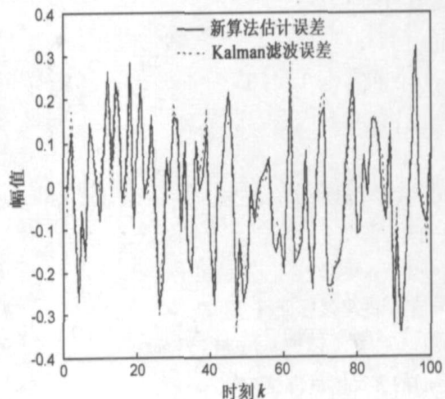


图 2 两种不同方法的估计误差

从图 1 和图 2 可以看出, 在两滤波器初始状态相同的情况下, 当滤波达到稳态之后 ( $k > 4$ ), 用多尺度混合估计器所得的估计结果与直接用传统的 Kalman 滤波器所得的最优估计结果基本一致。

表 1 用两种不同方法所得估计的绝对误差均值

滤波方法	绝对误差均值	稳态后的绝对误差均值
基于系统(1)和(2)的 Kalman 滤波	0.1257	0.1247
基于系统(9)和(10)的分块 Kalman 滤波	0.1279	0.1240
基于系统(25)和(27)或(28)多尺度联合滤波	0.1279	0.1240

在初始状态相同的情况下,表 1 给出了分别利用三种不同的滤波器对目标状态进行估计后所得估计绝对误差均值。从表中可以看出,分块 Kalman 滤波与多尺度联合估计滤波的结果完全相同。当滤波达到稳态之后,而它们与利用传统 Kalman 滤波得到结果非常接近,也即利用多尺度混合估计器完全可以达到利用传统的 Kalman 滤波器得到的最优估计效果。而从绝对误差均值的标准来看,利用多尺度混合估计器得到的效果略优于利用传统的 Kalman 滤波器得到的估计效果,这是由于在利用多尺度混合估计器和分块 Kalman 滤波器进行估计时,状态块内前面各点的估计值在递归地利用后面各点的观测信息进行不断的更新,即起到了平滑估计器的作用。

注释 6.1 从本节的计算机仿真实验中可以看出,新滤波器能够进行多尺度估计,并且完全可以达到利用传统的 Kalman 滤波器得到的最优估计效果,从而克服了已有方法中的第三个不足,即算法达到了最优估计的效果。

## 7 结论和展望

针对已有方法中存在的“系统过程噪声(或建模误差)产生了相关性”、“算法失去了实时性和递归性”和“算法不具有最优性”等不足,本文成功地把小波的多尺度分析性和 Kalman 滤波的实时、递归性结合起来,得到了一个更有效、实时、递归、“最优”的多尺度联合估计器。

传统的 Kalman 滤波器已在数据融合理论和应用中得到了广泛的应用,但是这些应用基本上都是基本同采样率同时采样的多传感器观测系统进行的。当出现具有多采样率的多传感器观测系统时,基本上都是通过相关的技术,将这些系统变换成同采样率同时采样的情况,然后再加以处理。若将本文的算法思想和方法的做进一步的推广,就可以用于处理用具有多采样系统构成的观测系统的数据融合问题。这些工作的广泛开展,必将对传统估计理论的发展和完善起到积极的推动作用。

### 参考文献:

- [1] R E Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problem[J]. Trans, ASME, Basic Eng, 1960, 82D: 35- 45.
- [2] Mohinder, et al. Kalman Filtering: Theory and Practice. Prentice Hall[M]. Englewood Cliffs, New Jersey, 2001.
- [3] 何友, 王国宏, 陆大. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.

- [4] 文成林, 周东华. 多尺度估计理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [5] 史忠科. 最优估计的计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [6] Daubechies. Ten Lectures on Wavelets[M]. Philadelphia, Pennsylvania: Society for Industrial and Appl Math, 1992.
- [7] L Hong, et al. A filter bank-based Kalman filtering technique for wavelet estimation and decomposition of random signals [J]. IEEE Trans Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(2): 237- 241.
- [8] L Hong. Multiresolutional distributed filtering[J]. IEEE Trans Automatic control, 1994, 39(4): 853- 856.
- [9] 文成林, 金锋, 周东华. 单传感器单模型动态系统多尺度分解与估计新算法[J]. 电子学报, 2002, 30(6): 819- 822. WEN Cheng lin, et al. A new algorithm of multiscale decomposition and estimation for single sensor and single model [J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(6): 819- 822. (in Chinese)
- [10] Tong X Z, et al. Hybrid wavelet Kalman filter method for load for forecasting[J]. Electric Power Systems Research. 2000, 54(2): 11- 17.
- [11] 任慧玉. 最优估计与小波分析理论在经济分析中的应用研究[D]. 开封: 河南大学研究生院, 2004.
- [12] 文成林, 吕冰, 葛泉波. 一种基于分步式滤波的数据融合算法[J]. 电子学报, 2004, 32(8): 1264- 1267. WEN Cheng lin, et al. A data fusion algorithm based on filtering step by step[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(8): 1264- 1267. (in Chinese)

### 作者简介:



文成林 男, 1963 年生, 博士(后)、教授, 博士生导师, 1999 年于西北工业大学自动控制系统获博士学位, 2002 年清华大学控制科学与工程博士流动站出站, 近年来, 发表学术论文 60 余篇; 出版学术专著 1 部, (联合) 主持国家自然科学基金重点项目 1 项、主持国家自然科学基金项目 3 项, 教育部科学技术研究重点项目 1 项, 主要研究方向为: 多尺度估计理论与应用、多源信息的建模与融合、系统的安全检测与故障诊断。E-mail: wenc@hzice.edu.cn



文传博 男, 1981 年生, 河南大学计算机信息工程学院研究生, 研究方向为: 多传感器数据融合、随机集理论及在多源信息融合的应用技术。

陈志国 男, 1955 年生, 教授, 硕士生指导教师, 已主持省部级科研项目 10 余项, 发表学术论文 20 余篇。研究方向: 计算机网络技术与信号处理。