

过程噪声未知但有界情况下系统最优滤波器设计方法

李 平

(汕头大学机械电子工程系, 广东汕头 515063)

摘 要: 本文基于模型匹配方法提出了一种极小化误差幅值的线性系统的最优滤波器的设计方法, 所考虑的过程噪声和量测噪声均为未知但幅值有界信号. 该方法的特点是能够处理无穷观测数据量的最优滤波问题. 当系统的初始条件已知时, 将滤波器设计问题化为一个标准二块 ℓ_1 优化问题; 当系统含有未知但有界初始条件时该问题归结为有限个标准 ℓ_1 优化问题, 而标准 ℓ_1 优化问题已有成熟算法求解. 仿真实例子说明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 最优滤波; 未知初始条件; 未知但有界噪声; ℓ_1 范数最优化

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-1052-04

Optimal Filter Design for Systems with Unknown But Bounded Process Noises

LI Shengping

(Department of Mechatronics Engineering, Shantou University, Shantou, Guangdong 515063, China)

Abstract: Based on model matching approach, this paper presents an algorithm for designing optimal filter that minimizes the magnitude of the filter error, in the case of linear discrete-time system in which the process noise and measurement noise are unknown but magnitude bounded. The presented algorithm can be used to optimal infinite-horizon filter design. When the initial condition of the system is a priori known, the optimal filter is converted into a standard two-block ℓ_1 optimization. When the system contains unknown but bounded initial condition, the optimal filter can be obtained by solving finite standard ℓ_1 optimization problems that can be solved by existed techniques. A simulation example shows the effectiveness and feasibility of the proposed results.

Key words: optimal filter; unknown initial conditions; unknown but bounded noise; ℓ_1 norm optimization

1 引言

滤波涉及如何从噪声中提取信号的问题. 滤波在信息信号处理及通信中都有着广泛的应用, 在这些领域的典型应用有: 图象信息处理, 雷达信号检测, 生物医学电信号分析, 无线电信号的接收和鉴别, 电话线路数字传输等方面.

在系统模型为线性系统且噪声信号服从某种已知的概率统计规律的前提下, Kalman 滤波等理论得到了很大的发展, 并在很多方面获得了成功的应用^[1,2]. 然而, 在许多实际应用中要事先掌握噪声信号的统计特性是十分困难的, 在这种情况下需要一种不要求事先已知噪声结构特性的滤波器设计方法. 因此, 针对含有未知噪声的信号的最优滤波器设计问题引起了研究者的重视. 这种方法不需要了解噪声的结构, 而只需假设噪声是一种未知但有界的信号. 在假设噪声是未知但能量有界的前提下产生了一种旨在极小化估计误差的能量的滤波器的设计方法, 该方法归结为求解 H_1 范数极小化问题^[3,4]. 众所周知, 实际应用中很多情况下噪声信号是持续信号并不满足能量有界条件, 而这类信号往往是幅值有界的. 鉴于此, Milanese 等提出了当噪声是未知但幅值有界时最优滤波

和预测器设计方法^[5,6]. 这些方法的缺陷是算法复杂且不是递推形式的, 当量测数据量较大时不容易实现, 特别是, 它们无法处理无穷量测数据量的滤波问题.

本文利用 ℓ_1 范数最优化方法研究了噪声为未知但幅值有界信号并且信号模型可用线性离散时间系统描述时, 无穷量测量的最优滤波问题. 当系统的初始条件为已知时, 将最优滤波问题化为一个标准二块 ℓ_1 优化问题; 当系统含有未知但有界初始条件时将最优滤波问题转化为求解有限个标准 ℓ_1 优化问题. 目前解标准 ℓ_1 优化问题已有成熟算法和软件^[7-9], 因此本文的结果克服了现有方法的缺陷.

2 记号及问题描述

本文将用到如下记号:

\mathbb{R}^m : 由全部元素属于 \mathbb{R} 空间的 m 维行向量 x 所构成的赋范线性空间. 范数定义为 $\|x\|_1 = \sum_{j=1}^m \sum_{k=0}^{\infty} |x_j(k)|$.

\mathbb{R}^m : 由全部元素属于 \mathbb{R} 空间的 m 维向量所构成的赋范线性空间. 范数定义为 $\|x\|_1 = \max_{0 \leq j < m} x_j + x_j$.

\mathbb{R}^m : 定义在 \mathbb{R} 上的线性有界时变算子空间. 对 $G \in \mathbb{R}^m$ 及任

意 $x \in \mathbb{R}^n$, 定义 $(Gx)(t) = \sum_{j=0}^t g_{t,j} x(j)$, $t \in \mathbb{N}$, 其中 $g_{t,j} \in \mathbb{R}$. G 的诱导范数定义为 $\|G\|_{TV} = \sup_{\|x\|_1 \leq 1} \|Gx\|_1 = \sup_{0 \leq n < \infty} \sum_{j=0}^n |g_{n,j}|$. 根据文献[10, 11], G 可表为下三角矩阵结构. $\mathbb{T}_n: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 中只包含时不变算子的子空间, 根据文献[10, 11], \mathbb{T}_n 的元可表为 Toeplitz 矩阵: $G \in \mathbb{T}_n$ 的诱导范数为 $\|G\|_{TV} = \sum_{j=0}^n |g_{n,j}|$. 它等价于 ℓ_1 范数, 因此按照上述定义 \mathbb{T}_n 与 ℓ_1 空间等距同构. 时不变算子的 Z 变换定义为 $G(q) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i q^i$.

假设信号模型可用如下 n 维线性时不变系统进行描述:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bx(k) \\ y(k) = C_1x(k) + N(k) \\ z(k) = C_2x(k) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $X = \{X(k)\}_{k=0}^{\infty}$ 和 $N = \{N(k)\}_{k=0}^{\infty}$ 分别为未知的过程噪声和量测噪声序列(不失一般性假设 $\|X\|_1 + \|N\|_1 \leq 1$, 式中 $\|X\|_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \|X(k)\|_1$, $\|N\|_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \|N(k)\|_1$), $y = \{y(k)\}_{k=0}^{\infty}$ 为量测信号序列, $z = \{z(k)\}_{k=0}^{\infty}$ 为不可直接量测输出信号序列. 假设系统的初始状态 $x(0)$ 为未知但 $\|x(0)\|_1 \leq 1$.

本文的目的是设计一个线性滤波器 G , 使得基于量测信号序列 y 得到的估计信号序列 $\hat{z} = Gy$ 与实际输出信号序列 z 的误差幅值的界为最小, 这个问题在数学上归结为求解如下最优化问题:

$$C^{\text{opt}} = \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \left\{ \sup_{\|x(0)\|_1 \leq 1, \|N\|_1 < 1, \|X\|_1 \leq 1} \|z - \hat{z}\|_1 \right\} \quad (2)$$

在本问题中, 模型(1)具有一般性, 若 $C_2 = I$, 则化为状态信号滤波问题.

3 最优滤波器设计方法

本节考虑优化问题(2)的解. 引入一个未知的附加干扰 F 来代替未知初始状态的影响, 从而将信号模型(1)化为如下线性时变稳定系统模型:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)x(k) + D(k)F(k) \\ y(k) = C_1(k)x(k) + N(k) + E(k)F(k) \\ z(k) = C_2(k)x(k) + F(k)F(k) \end{cases} \quad (3)$$

其中, $x(0) = 0$, $D_k = \begin{cases} A, k=0 \\ 0, k>0 \end{cases}$, $E_k = \begin{cases} C_1, k=0 \\ 0, k>0 \end{cases}$, $F_k = \begin{cases} C_2, k=0 \\ 0, k>0 \end{cases}$. 记 $T = [FXN]^T$, 由系统(1)的假设可知 $\|T\|_1 \leq 1$. 则优化问题(2)化为:

$$C^{\text{opt}} = \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \sup_{\|T\|_1 \leq 1} \|z - \hat{z}\|_1 \quad (4)$$

下面将时变系统模型转化为 \mathbb{T}_n 中的算子, 从而将优化问题(4)化为 \mathbb{T}_n 空间中的模型匹配问题. 为此, 定义如下映射: $H = \delta H_z H_x H_N \delta$, 其中, H_z, H_x, H_N 分别为 F, X, N 到 z 的映射, 即, $HBTy = z$; $U = \delta U_y U_x U_N \delta$, 其中, U_y, U_x, U_N 分别为 F, X, N 到 y 的映射, 即, $UBTy = y$. 由模型(3)可知, H_x 和 U_y 为线

性时变算子; 而 H_z, H_x, U_y, U_N 为线性时不变算子, 由模型(3)可导出其 z 变换分别为: $H_z(q) = C_2(q^{-1}I - A)^{-1}B$, $H_x(q) = 0$, $U_y(q) = C_1(q^{-1}I - A)^{-1}B$, $U_N(q) = I$.

定义线性时变算子 $S = H - GU$, 则 S 为 T 到 z 的映射, 于是由优化问题(4)可知, 最优滤波器设计问题可归结为如下 \mathbb{T}_n 空间中的模型匹配问题:

$$\begin{aligned} C^{\text{opt}} &= \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \|S + GU\|_{TV} \\ &= \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \|H - GU\|_{TV} \\ &= \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \| [H_z H_x H_N] - G [U_y U_x U_N] \|_{TV} \end{aligned} \quad (5)$$

3.1 当初始条件已知时最优滤波器设计

由于所考虑的模型为线性系统, 满足迭加原理, 因此不失一般性可假设 $x(0) = 0$, 这时模型(3)中 $F = 0$ 且 $H_z = 0$, $U_N = I$, 优化问题(5)可简化为

$$C^{\text{opt}} = \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \| [H_x H_N] - G [U_y I] \|_{TV} \quad (6)$$

因式中 H_x 和 U_y 均为线性时不变算子, 由文献[12]可知, 上式等价于:

$$C^{\text{opt}} = \inf_{G \in \mathbb{T}_n} \| [H_x H_N] - G [U_y I] \|_{TV} \quad (7)$$

优化问题(7)为标准二块 ℓ_1 优化问题, 已有成熟的方法求解^[9]. 设求解(7)得到的最优滤波器为 G^* , G^* 具有如下性质:

性质 1 若 $\|U_y\|_1 + \|N\|_1 \leq 1$, 则 $C^{\text{opt}} = \|H_x\|_1 + \|N\|_1$, 这时 $G^* = 0$.

篇幅所限, 证明略.

性质 1 中, 由于 \mathbb{T}_n 与 ℓ_1 空间等距同构, 得 $\|U_y\|_1 + \|N\|_1 = \sup_{\|x\|_1 \leq 1} \|U_y x + N\|_1$, 因此 $\|U_y\|_1 + \|N\|_1$ 表示过程噪声映射成量测信号的增益, 同理 $\|U_N\|_1 + \|N\|_1$ 表示量测噪声映射成量测信号的增益. 如前所述 $U_N = I$, 即 $\|U_N\|_1 + \|N\|_1 = 1$, 性质 1 表明, 当过程噪声增益不大于量测噪声增益时, 最优滤波信号 $\hat{z} = 0$, 在这种情况下有用信号完全隐没在噪声中.

性质 2 若存在 $U_1 \in \mathbb{T}_n$ 且 U_1 有左逆 $U_{1L}^{-1} \in \mathbb{T}_n$, $\|U_{1L}^{-1}\|_1 + \|U_1\|_1 < 1$, 使得 $U_{yX}(q) = qU_1(q)$. 则最优滤波器 G^* 满足 $H_z - G^* U_{yX} = 0$, 即, G^* 也是量测噪声 N 为 0 时的最优滤波器.

证明 反证法. 假设 $\gamma = H_z - G^* U_{yX} \neq 0$. 记 $H_1(q) = q^{-1}H_z(q)$, $\gamma_1(q) = q^{-1}\gamma(q)$. 则最优滤波器可写成 $G^* = (H_1 - \gamma_1)U_{1L}^{-1} + S$, 其中, S 是 \mathbb{T}_n 中满足 $SU_1 = 0$ 的算子. 记 $G_1(q) = q^{-1}H_z(q)U_{1L}^{-1}(q) - S(q)$, 显然有 $H_z - G_1U_{yX} = 0$, 其中 $G_1 \in \mathbb{T}_n$. 注意到 $\| \gamma_1 \|_1 + \| \gamma \|_1 = \| \gamma \|_1$, 经推导可得: $\| [H_z X] (i, \cdot) - G^* [U_y X] (i, \cdot) \|_1 + \| [H_z X] (i, \cdot) - G_1 [U_y X] (i, \cdot) \|_1 + \| \gamma \|_1$

因此 G^* 不是最优滤波器, 与假设矛盾. 证毕.

性质 2 表明, 在这种情况下设计最优滤波器时可以考虑量测噪声 N , 这使得优化设计问题变得更为简单.

3.2 当初始条件未知时次优滤波器设计

当系统含未知初始状态时, 模型(3)中附加噪声 FX , 这

时模型匹配问题(5)中, H 和 U 均为线性时变算子. 在这种情况下优化问题(5)的求解变得十分困难. 下面我们设法将其化为有限个标准二块 1 优化问题. 为此先分析线性时变算子 H 和 U 的矩阵表达式. 由式(3)得

$$y(k) = C_1 A^k F(0) + N(k) + C_1 [A^{k-1} B X(0) + A^{k-2} B X(1) + \dots + A B X(k-2) + B X(k-1)],$$

$$z(k) = C_2 A^k F(0) + C_2 [A^{k-1} B X(0) + A^{k-2} B X(1) + \dots + A B X(k-2) + B X(k-1)],$$

其中, $k = 0, 1, 2, \dots$. 由上式可分别得到时变算子 H_z 的下三角矩阵表达式, 以及时不变算子 H_{zX} 和 H_{zN} 的 Toeplitz 矩阵表达式(由它们的各时刻脉冲响应得到)如下:

$$H_{zF} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & 0 & \dots \\ C_2 A & 0 & 0 & \dots \\ C_2 A^2 & 0 & 0 & \dots \\ C_2 A^3 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}, H_{zX} = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ C_2 B & 0 & & \\ C_2 A B & C_2 B & 0 & \\ C_2 A^2 B & C_2 A B & C_2 B & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix},$$

于是, 由 H_{zF} , H_{zX} , H_{zN} 并进行列交换构成的合成算子有如下矩阵形式:

$$H = \begin{bmatrix} [C_2 \ 0 \ 0] & & & \\ [C_2 A \ 0 \ 0] & [0 \ C_2 B \ 0] & & \\ [C_2 A^2 \ 0 \ 0] & [0 \ C_2 A B \ 0] & [0 \ C_2 B \ 0] & \\ [C_2 A^3 \ 0 \ 0] & [0 \ C_2 A^2 B \ 0] & [0 \ C_2 A B \ 0] & [0 \ C_2 B \ 0] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix},$$

$$\text{记 } h_{00} = [C_2 \ 0 \ 0], H_1 = \begin{bmatrix} [C_2 A \ 0 \ 0] \\ [C_2 A^2 \ 0 \ 0] \\ [C_2 A^3 \ 0 \ 0] \\ \vdots \end{bmatrix},$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} [0 \ C_2 B \ 0] & & & \\ [0 \ C_2 A B \ 0] & [0 \ C_2 B \ 0] & & \\ [0 \ C_2 A^2 B \ 0] & [0 \ C_2 A B \ 0] & [0 \ C_2 B \ 0] & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}.$$

于是, H 有下三角分块结构: $H = \begin{bmatrix} h_{00} & 0 \\ H_1 & H_2 \end{bmatrix}$. 同理可得算子

$$U \text{ 的下三角分块结构: } H = \begin{bmatrix} u_{00} & 0 \\ U_1 & U_2 \end{bmatrix}, \text{ 式中, } u_{00} = [C_1 \ 0 \ I],$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} [C_1 A \ 0 \ 0] \\ [C_1 A^2 \ 0 \ 0] \\ [C_1 A^3 \ 0 \ 0] \\ \vdots \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} [0 \ C_1 B \ I] \\ [0 \ C_1 A B \ 0] \ [0 \ C_1 B \ I] \\ [0 \ C_1 A^2 B \ 0] \ [0 \ C_1 A B \ 0] \ [0 \ C_1 B \ I] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix},$$

上述矩阵中空白处的元素为 $[0 \ 0 \ 0]$.

$G_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 亦可表为相应的下分块三角矩阵:

$$G = \begin{bmatrix} g_{00} & 0 \\ G_1 & G_2 \end{bmatrix}, \text{ 其中 } G_1 \text{ 为 } \mathbb{R}^{n \times n} \text{ 分块阵, } G_2 \text{ 为 Toeplitz 矩阵, 即 } G_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

引入上述表达式后, 可得

$$S = \begin{bmatrix} \langle_{00} & 0 \\ S_1 & S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{00} - g_{00} u_{00} & 0 \\ H_1 - G_1 u_{00} & H_2 - G_2 U_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\text{记 } S(0, \dots) = h_{00} - g_{00} u_{00}, i = 0$$

$$S(i, \dots) = [H_1(i, \dots) - G_1(i, \dots) u_{00} - G_2(i, \dots) U_0 \quad H_2(i, \dots) - G_2(i, \dots) U_2], i \in \mathbb{I}$$

观察算子 H_2 和 U_2 的矩阵表达式可知, 它们均为 Toeplitz 矩阵, 即, 它们为线性时不变算子. 将前述分块阵 H_2 和 U_2 进行列交换不难得到其结构形式分别为: $H_2 = [0 \ H_{zX} \ 0]$, $U_2 = \delta_0 \ U_{yX} \ I_8$, 显然它们分别等价于 $[H_{zX} \ 0]$ 和 $\delta_0 \ U_{yX} \ I_8$. 与优化问题(7)进行比较可知, 下列优化问题

$$C_0^* = \inf_{G_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}} \|H_2 - G_2 U_2\| + \#_{\mathbb{I}} \quad (9)$$

与 3.1 节所考虑初始状态已知时的滤波器优化设计问题(7)完全相同.

现在求解模型匹配问题(5). 定义如下逐点优化问题:

$$\begin{cases} K_0 = \inf_{g_{00}} \|S(0, \dots) + \#_{\mathbb{I}}\| = \inf_{g_{00}} \|h_{00} - g_{00} u_{00} + \#_{\mathbb{I}}\| \\ K_i = \inf_{G_1(i, \dots), G_2(i, \dots)} \|S(i, \dots) + \#_{\mathbb{I}}\| \\ = \inf_{G_1(i, \dots), G_2(i, \dots)} \|[H_1(i, \dots) - G_1(i, \dots) u_{00} - G_2(i, \dots) U_1 \\ H_2(i, \dots) - G_2(i, \dots) U_2] + \#_{\mathbb{I}}\| \end{cases} \quad (10)$$

因 S 为 T 到 z - z 的映射, 所以 $z(i) = [H(i, \dots) - G(i, \dots) U]T$. 假设对每个 i 求解(10)得到最优滤波器的第 i 行为 $G^*(i, \dots)$, 则第 i 时刻的估计信号为 $\hat{z}(i) = \sum_{j=0}^i g_{i,j}^* \cdot y(j)$ 对应的 K_i 为第 i 时刻最小的滤波误差 $\inf \|z(i) - \hat{z}(i) + \#_{\mathbb{I}}\|$. 因此要求解最优滤波器 G^* , 需要对每一个 i 求解优化问题(10), 但是, 随着 i 增大, 优化问题的维数也变得越来越大, 求解会变得越困难. 另外, 当量测数据趋于无穷大时, 需求解无穷个逐点优化问题. 因此须寻求新的方法.

下面的定理给出了无穷数据次优滤波器的结构.

定理 1 令 $g_{00}^*, G_1^*(i, \dots), G_2^*(i, \dots) (i = 1, 2, \dots)$ 分别为

$$\text{逐点优化问题(10)的最优解. } G_2 = \begin{bmatrix} g_{d0} \\ g_{d1} \quad g_{d0} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{bmatrix} \text{ 令(式中}$$

空白处为 0) 为优化问题(9)的最优解. 则对任意的 $\epsilon > 0$, 存在

$$\text{正整数, 使得按下列方法构造的滤波器 } G^* = \begin{bmatrix} g_{00}^* & 0 \\ G_1^* & G_2^* \end{bmatrix},$$

其中

$$G_1^*(i, \dots) = \begin{cases} G_1(i, \dots), & 0 \leq i < N \\ g_{d_{i+1}}, & i \in \mathbb{N} \end{cases},$$

$$G_2^*(i, \dots) = \begin{cases} G_2(i, \dots), & 0 \leq i < N \\ G_2(i, \dots), & i \in \mathbb{N} \end{cases}, \text{ 满足 } \|H - G^* U + \#_{\mathbb{I}}\| \leq \epsilon + E$$

证明略.

事实上定理 1 给出了一种求解模型匹配问题(5)的次优解的方法. 由此我们得到, 初始条件未知但有界时无穷大数据滤波器的次优设计算法:

(1) 求解标准 1 优化问题(9), 得 G_2 和 C_0^* .

(2) 按定理 1 的证明过程构造 $H, i = 0, 1, 2, \dots$. 对预先给定的精度控制因子 ϵ 计算 $\|H + \#_{\mathbb{I}}\|$, 确定 N 使得 $\|H + \#_{\mathbb{I}}\| \leq \epsilon + E$.

(3) 对 $i = 0, 1, \dots, N-1$, 求解逐点优化问题(10), 得 g_{00}^* , K_0 , $G_{c1}(i, \cdot)$, $G_{c2}(i, \cdot)$ 和 K .

(4) 用 g_{00}^* , $G_{c1}(i, \cdot)$, $G_{c2}(i, \cdot)$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$) 以及 G_{d2} 根据定理 1 构造次优滤波器 G^* .

定理 1 表明, 对于给定的逼近精度指标 E , 存在一个时刻 N , 在此时刻以后初始条件未知情况下的次优滤波器与初始条件已知情况下得到的最优滤波器 G_{d2} 相同. 由 (11) 和 (13) 式不难看出, 由于 H 为第 i 时刻系统对初始状态的脉冲响应, 若在时刻 N 之前未知初始条件足够小, 则未知初始条件对 G_{d2} 最优性的影响也变得足够小. 因此有必要讨论对于预先给定的对最优性能的逼近精度指标 E , 当未知初始条件在多大的范围内时才能保证初始条件未知情况下的次优滤波器与初始条件已知情况下得到的最优滤波器 G_{d2} 在任意时刻都相同. 容易看出, 在假设 $X_{+1} F 1, + N_{+1} F 1, + x(0)_{+1} F 1$ 的前提下, 若式 (13) 取 $G^* = G_{d2}$ 时对 $i \in 0$ 成立, 则滤波器 G_{d2} 在所有时刻都可达到精度指标 E . 又 H 为第 i 时刻系统对初始状态的脉冲响应. 由此可知, 若未知初始条件满足:

$$F C^u + E, 0 < x_0 < 1, i \in 0, \quad (14)$$

而噪声依然保持 $X_{+1} F 1, + N_{+1} F 1$, 则对于给定的精度指标 E 和所有 $i \in 0$, 初始条件已知情况下得到的最优滤波器 G_{d2} 同时也是初始条件未知时的次优滤波器. 换言之, 不等式 (14) 的右边是保证 G_{d2} 为次优滤波器的未知初始条件的上界.

参考文献:

- [1] Z L Deng, H S Zhang, et al. Optimal and self-tuning white noise estimators with applications to deconvolution and filtering problems [J]. Automatica, 1996, 32(2): 199- 216.
- [2] 邓自立, 郭一新. 现代时间序列分析及其应用 [M]. 北京: 知识出版社, 1989.

- [3] K M Nagpal, P P Khaegonekar. Filtering and smoothing in an H_1 setting [J]. IEEE Trans, 1991, AC236(2): 152- 166.
- [4] D S Bernstein, W M Haddad. Steady state Kalman filtering with an H_1 error bound [J]. Systems & Contr Lett. 1989, 12(1): 9- 16.
- [5] M Milanese, R Tempo. Optimal algorithms theory for robust estimation and prediction [J]. IEEE Trans, 1985, AC230(6): 730- 738.
- [6] M Milanese, A Vicino. Optimal estimation for dynamic sets with set membership uncertainty) an overview [J]. Automatica, 1991, 27(8): 997- 1011.
- [7] I J Diaz Bobillo, M A Dahleh. Minimization of the maximum peak-to-peak gain: The general multiblock problem [J]. IEEE Trans, 1993, AC238(10): 1459- 1482.
- [8] M Khammash. A new approach to the solution of the H_1 control problem: The scaled Q method [J]. IEEE Trans, 2000, AC245(10): 180- 187.
- [9] Shengping Li. On continuity properties of the two-block H_1 optimal design [J]. Systems and Contr. Letters, 2002, 47(1): 47- 55.
- [10] E Hille, R S Phillips. Functional Analysis and Semigroups [M]. Providence, RI: American Mathematical Society, 1957.
- [11] C A Desoer, M Vidyasagar. Feedback Systems: Input-Output Properties [M]. New York: Academic, 1975.
- [12] J Shamma, M Dahleh. Time varying versus time invariant compensation for rejection of persistent bounded disturbances and robust stabilization [J]. IEEE Trans, 1991, AC236(7): 838- 848.

作者简介:



李 平 男, 1966 年出生于湖南宁远, 工学博士, 教授, 1995 年毕业于华中理工大学自动控制工程系, 获得工学博士学位, 1997 年于东北大学自动化研究中心完成博士后研究出站, 现为汕头大学机械电子工程系主任, 感兴趣的研究领域为鲁棒辨识、鲁棒控制、信号处理、自适应控制理论及其应用. Email: spli@stu.edu.cn