

用于双卫星导航系统用户接收机抗干扰的自适应干扰正交约束下的最佳信号增强算法

卢艳娥^{1,3}, 谈展中¹, 杨 军², 丁子明¹, 郑玉簋¹

(11 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083; 21 华中科技大学管理学院, 湖北武汉 430074;

31 空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077)

摘 要: 本文提出了一种适用于双星用户机的自适应干扰正交约束下的最佳信号增强算法, 该算法将干扰抑制和最佳双星信号接收问题, 转化为确定干扰正交子空间和无干扰加权矢量, 以及无干扰加权矢量向干扰正交子空间投影的问题. 为使小口径的 CRPA 形成分别对准两颗卫星的波束, 本文采用基于等信噪比最佳信号增强算法计算无干扰加权矢量; 而为得到干扰正交子空间, 本文引入 MUSIC 算法, 通过分析样点数目和通道的不一致性对最小特征值的影响, 给出了划分干扰子空间和干扰正交子空间的门限. 所提算法干扰抑制比大, 输出电平稳定, 权矢量更新速度可达 L_s 级, 并能保证对两颗卫星一定的增益.

关键词: 双卫星导航系统; 智能天线; GPS; 自适应天线; 抗干扰

中图分类号: TN967.1/TN973.1.3

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2004) 08-1232-05

The Strengthened Signal Optimal Algorithm with Adaptive Orthogonal Jammer Constraint Used in Navigation Receivers of Two Satellites

LU Yan2e^{1, 3}, TAN Zhan2zhong¹, YANG Jun², DING Zi2ming¹, ZHENG Yu2gui¹

(11 The School of Electronics & Information Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China;

21 The School of Management, Huazhong University of Science Technology, Wuhan, Hubei 430074, China;

31 The College of Telecommunication Engineering, The Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

Abstract: A strengthened signal Optimal Algorithm with Adaptive Orthogonal Jammer Constraint (OAAOJC) is proposed, which can be used in the anti-jamming of the Navigation Receivers of Two Satellites. This algorithm eliminates the jammers and receives two satellite signals through determining the Orthogonal Jammer Subspace (OJS) and the quiescent weight vector (the weight vector under the condition of no jammers) and projecting the quiescent weight vector onto OJS. To calculate the quiescent weight vector, the strengthened signal optimal algorithm with equal SNR is presented, which can make the CRPA with small diameter from two beams in directions of the two satellites in condition of no jammer. In order to obtain OJS, the MUSIC algorithm is introduced and the threshold which is used to distinguish the jammer subspace and OJS is given through analyzing the effect of the sampling number and the CRPA's inconsistency on the perturbation of the minimum eigenvalue. This algorithm is characterized by stable voltage output, millisecond level update ratio of the weight vector and large jammer eliminating ratio with certain gains for satellite signals.

Key words: intelligent antenna; GPS; adaptive array; anti-jamming

1 引言

卫星导航信号到达地面用户接收机时, 被淹没在接收机热噪声下 20~30 分贝, 实验表明, 几瓦的干扰功率, 就足以使 200km 以内的用户机工作失效. 这样低的干扰功率, 不仅使用作军事干扰目的的干扰机易于制作、投放和架设, 而且在用户接收机周围的其他电子设备(如雷达、电视台、广播电台等产

生电磁辐射的电子设备)的主频或谐波都足以对之产生有效干扰. 保证用户机在复杂电磁环境下正常工作的有效途径是采用可控方向性图天线(Controlled radiation pattern array)) CRPA), 进行空域滤波. 传统的空域滤波算法分为两类))) 基于梯度估计的最速下降算法和 RLS 算法. 基于梯度估计的最速下降算法包括 LMS(Least mean square)算法^[1], PI(Power inversion)算法^[2], 差分最速下降(differential steepest descent)))

DSD)算法^[1], Capon 波束形成算法^[7]、正交序列权矢量扰动 (Orthogonal Sequences weights perturbation) 算法^[3]和权矢量相干扰动(The coherent perturbation)) CP) 算法^[4], 这些算法都是通过估计特性曲面的梯度, 控制加权矢量沿着梯度下降的方向逼近最佳权矢量的迭代算法. 而 RLS(Recursive least square) 算法^[5]则是基于天线阵数据相关矩阵逆矩阵的迭代算法. 这些算法存在的问题是迭代步长短, 收敛时间一般都在 ms 级, 当数据矩阵病态时, 还有可能使算法发散或者是收敛在局部最小点. 双卫星导航系统有两颗静止工作卫星, 扩频处理增益低, 为保证用户机正常工作, 不仅要使天线方向性的零点对准干扰, 而且还要保证对两颗卫星信号的天线增益. 为此, 本文提出了适合双星信号环境的自适应干扰正交约束下的最佳信号增强算法 (The strengthened signal Optimum Algorithm with Adaptive Orthogonal Jammer Constraint)) OAOJC), 该算法利用多重信号分类算法(MUSIC)和高维空间的正交投影定理, 将干扰抑制约束下的卫星信号最佳接收问题, 转换为在权空间中, 求解子空间的正交补空间和向量向子空间的投影问题, 从而保证了算法的最佳性. 与以上算法不同, 所提算法不存在算法发散问题, 权矢量更新速度可达 L_s 级. 仿真结果表明, 采用六阵元均匀圆阵时, 当干扰偏离卫星方向后, 所提算法不仅可以使干扰抑制到接收机热噪声以下, 而且还能保证一定的卫星增益.

2 自适应干扰正交约束下的最佳信号增强算法

2.1 数学模型

记 $W = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 为 N 元 CPRA 的加权矢量; $X(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$ ($x_i(t)$ 为天线 i 的接收信号) 为 N 元 CPRA 的输出信号; D 为个独立干扰源数目, 干扰信号 $J_k(t) = A_k(t)e^{jX_0t}$ 来自不同的方向, 方向矢量为 a_k ($k = 1 \sim D$); $S(t) = A_s(t)e^{jX_0t}$ 为有用信号, 方向矢量为 a_s ; $N(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T$, $n_i(t) \sim N(0, R^2)$ ($i = 1 \sim N$) 为各通道热噪声. 则 $X(t)$ 可表示为:

$$X(t) = \sqrt{N} \left[\sum_{k=1}^D J_k(t) a_k + S(t) a_s \right] + N(t) \quad (1)$$

N 元 CPRA 的加权输出为:

$$y(t) = W^H X(t) = \sqrt{N} \left[\sum_{k=1}^D J_k(t) W^H a_k + S(t) W^H a_s \right] + W^H N(t) \quad (2)$$

其中, $/H$ 表示共轭转置, $/T$ 表示转置.

从式(2)可知, 为抑制干扰 $J_k(t)$, 应选择加权矢量, 使 $W^H a_k = 0$. 而为了抑制所有干扰, 则应选择加权矢量 W , 使 $W^H a_k = 0$ ($k = 1 \sim D$). 若记 $J = \text{span}\{a_1, a_2, \dots, a_D\}$ 为干扰信号空间, $\delta = J^\perp$ 为干扰信号正交子空间, 则应选择加权矢量 $W \in \delta$. 此时的输出信干噪比为:

$$\text{SINR} = N \frac{P_s |W^H a_s|^2}{R^2 + W^H W} = N \frac{P_s |W^H b_s|^2}{R^2 + W^H W} F_N \frac{P_s}{R^2} + b_s^2 \quad (3)$$

其中, b_s 为 a_s 在 δ 上的投影, $P_s = E\{S(t)S^*(t)\}$ 为信号功率. 根据许瓦兹不等式, 式(3)中等号成立的条件是

$$W = b_s, \text{ 即: } W_{\text{opt}} = b_s \quad (4)$$

即最佳加权矢量等于有用信号的方向矢量在干扰正交空间上的投影. 当同时存在多个有用信号, 最佳加权矢量为无干扰时的最佳加权矢量 W_q 在干扰正交子空间 δ 上的投影. 若设 $\dim(\delta) = L$, q_1, q_2, \dots, q_L 为 δ 上的一组标准正交基底, 有:

$$W_{\text{opt}} = \sum_{k=1}^L q_k^H W_q q_k \quad (5)$$

式(5)说明, 为得到最佳加权矢量, 只需求解干扰正交子空间和无干扰时的最佳加权矢量即可.

2.1.2 干扰正交子空间 δ 的确定

设阵元天线接收两颗卫星的信号为 $S_k(t) = A_k(t)e^{jX_0t}$, 方向矢量为 a_{sk} ($k = 1, 2$), 式(1)可写为:

$$X(t) = \sqrt{N} \left[\sum_{k=1}^D J_k(t) a_k + \sum_{k=1}^2 S_k(t) a_{sk} \right] + N(t) \quad (6)$$

其数据相关矩阵 $R = E\{X(t)X^H(t)\}$ 为:

$$R = \sum_{k=1}^D P_k a_k a_k^H + \sum_{k=1}^2 P_{sk} a_{sk} a_{sk}^H + R^2 I \quad (7)$$

其中 $P_k = E\{J_k(t)J_k^*(t)\}$ 为干扰功率, $P_{sk} = E\{S_k(t)S_k^*(t)\}$ 为两颗卫星的输入功率.

根据多重信号分类(MUSIC)算法^[12], 当 $D < N$ 时, 对矩阵 R 进行特征空间分解时, 最小特征值为 R^2 , 并根据最小特征值 R^2 , 可将矩阵 R 的特征空间分解为两个相互正交的子空间)) 信号子空间和噪声子空间. 其中的信号空间包括干扰信号空间和有用信号空间, 在双星中, 由于有用信号)) 卫星信号被接收机热噪声所淹没, 在进行特征空间分解时, 所得到的信号子空间等于由所有干扰方向矢量张成的子空间 J , 而噪声子空间则等于干扰信号的正交补空间 δ , 且 $L = \dim\{\delta\} = N - D$, 设 q_1, q_2, \dots, q_{N-D} 为噪声子空间的一组标准正交基, 则 q_1, q_2, \dots, q_{N-D} 为属于最小特征值 R^2 特征空间的一组标准正交基底, 此时干扰信号正交子空间 $\delta = \text{span}\{q_1, q_2, \dots, q_{N-D}\}$, 最佳加权矢量为:

$$W_{\text{opt}} = \sum_{k=1}^{N-D} q_k^H W_q q_k \quad (8)$$

2.1.3 干扰信号正交子空间 δ 维数 L 的确定

干扰信号正交子空间 δ 的维数理论上等于对数据相关矩阵进行特征空间分解时最小特征值 R^2 的个数, 但实际上, 数据相关矩阵只能通过有限采样数据计算近似值, 即 $R \hat{U} R = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M X_m X_m^H$ ($X_m = X(mT)$ 为采样数据, M 为采集的样点总数). 当对 R 进行特征空间分解时, 与噪声空间相对应的特征值不再是 R^2 , 而是在一定范围内变化, 此变化被称为特征值的扰动. 显然, 其扰动范围与样点数目 M 和通道增益有关. 为表达方便起见, 记 G_k ($k = 1 \sim N$) 为第 k 个天线通道的增益, 理想通道的 $G_k = 1$. 则与噪声空间相对应的特征值的扰动范围为: (详见附录 2)

$$R^2 \left[\min\{|G_k|^2\} - \sqrt{\frac{2}{M}} \right] \sim R^2 \left[\max\{|G_k|^2\} + \sqrt{\frac{2}{M}} \right] \quad (9)$$

由于无法得到 R^2 的精确值, 在实际中, 只能根据其他特征值与最小特征值的比值来确定干扰信号正交子空间的维数, 此时, 若 $\max\{|G_k|^2\} = 1 + \delta G$, $\min\{|G_k|^2\} = 1 - \delta G$, 则通道增

益和有限样点数目带来的特征值的扰动为:

$$SK = \frac{R^2[\max_k\{|G_k|^2\} + \sqrt{\frac{2}{M}}]}{R^2[\min_k\{|G_k|^2\} - \sqrt{\frac{2}{M}}]} U + 2\sqrt{\frac{2}{M}} + 2\max_k\{|G_k|^2\} \quad (10)$$

值得注意的是,式(10)说明最小特征值的扰动范围与干扰功率无关。一般情况下,各通道增益基本相等,相差不会大于 1 dB,若选 $M > 100$,则最小特征值的扰动范围不会超过 3 dB。同时,考虑到双卫星导航系统为扩频系统,所发射的卫星信号有一定的处理增益,抗干扰天线主要对抗的是高于接收机热噪声功率的干扰,为防止因门限太低产生错判,降低干扰信号正交子空间的维数,不妨选择最小特征值的扰动门限为 3 dB。

2.1.4 无干扰加权矢量)) 基于等输出信噪比的最佳信号增强算法

为提高小口径 CRPA 接收弱信号的能力,针对双卫星导航系统,无干扰时,选择加权矢量 W_q ,使 CRPA 在两颗卫星输出信噪比相等的前提下,输出信噪比最大,其数学表示为:

$$W_q = \{W | \max(SNR_1), SNR_1 = SNR_2\} \quad (11)$$

无干扰时,天线接收的信号为:

$$X(t) = \sqrt{N}[S_1(t)a_{s1} + S_2(t)a_{s2}] + N(t) \quad (12)$$

CRPA 对两颗卫星的输出信噪比为:

$$SNR_1 = N \frac{P_{s1} |W_q^H a_{s1}|^2}{R^2 |W_q|^2} \quad (13)$$

$$SNR_2 = N \frac{P_{s2} |W_q^H a_{s2}|^2}{R^2 |W_q|^2}$$

其中 $P_{s1} = E\{S_1(t)S_1^*(t)\}$, $P_{s2} = E\{S_2(t)S_2^*(t)\}$ 为微带阵元天线接收两颗卫星信号的功率。设 $P_{s1} = P_{s2}$, 记 $P_{s1} = P_s$, $P_{s2} = CP_s(0F CF 1)$,代入式(11)得:

$$W_q = \{W | \max(\frac{|W_q^H a_{s1}|^2}{|W_q|^2}, |W_q^H a_{s1}|^2 = C |W_q^H a_{s2}|^2)\} \quad (14)$$

由于属于 $\text{span}\{a_{s1}, a_{s2}\}^\perp$ 的分量对卫星增益无贡献,可设 $W_q = Aa_{s1} + a_{s2}$,代入式(14),并解之得:(参见附录 1)。

$$W_q = (1 - CN^2)^{-1} \{N(C - 1) + \text{sign}(N)(1 - N^2)\sqrt{C}\} a_{s1} + a_{s2} \quad (15)$$

式中, $N = a_{s1}^H a_{s2}$ (当 N 为偶数时, N 为实数,见附录 1)。若 $C = 1$,有:

$$W_q = \begin{cases} a_1 + a_2, & N \geq 0 \text{ 时} \\ -a_1 + a_2, & N < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (16)$$

上式说明,基于等信噪比准则的最佳信号增强算法可以根据两颗卫星的来波方向,自动形成/和/差0波束。若记 $G_1 = N \frac{|W_q^H a_{s1}|^2}{|W_q|^2}$, $G_2 = N \frac{|W_q^H a_{s2}|^2}{|W_q|^2}$,为 CRPA 对两颗卫星的阵增益,有:

$$G_1 = G_2 = 0.5N(1 + |N|) \quad (17)$$

卫星功率 P_{s1} 、 P_{s2} 主要取决于卫星辐射功率、卫星用户之间的距离、星上辐射天线方向性图、卫星的来波方向和阵元天线的方向性,可以根据用户的地理位置进行估算,但在有些地

区,因卫星的辐射功率小,即使调整 W_q ,只形成一个对准卫星 2 主波束,仍不满足正常接收的要求,在这种情况下,只能控制 CRPA 的主波束对准卫星 1,此时的静态加权矢量为:

$$W_q = a_{s1} \quad (18)$$

3 计算机仿真实验结果

3.1 基于等输出信噪比的最佳信号增强算法的仿真

设卫星 1 的入射方向为 $(244.18^\circ, 42.13^\circ)$, 卫星 2 的入射方向为 $(142.4^\circ, 59.15^\circ)$, $C = 0.9$, 天线阵为六阵元均匀圆环阵,圆环半径为半波长,为了接收右旋圆极化的卫星信号,阵元天线选为适合用户机单独使用的右旋圆极化微带天线。采用 OAB2 SNR 算法仿真的静态方向性图如图 1 所示。

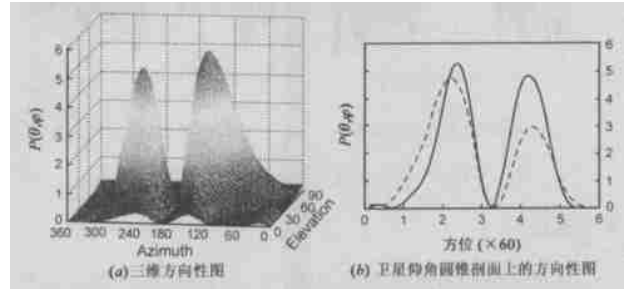


图 1 静态方向性图() 卫星 1, —— 卫星 2)

图中,对卫星 1、2 的阵增益分别为 $G_1 = 61.72 \text{ dB}$, $G_2 = 61.8 \text{ dB}$, 接近最大阵增益 $71.78 \text{ dB} (= 10 \log 6)$,并且形成了基本对准两颗卫星的两个波束。

3.1.2 自适应零点约束下的最佳信号增强算法的电路仿真

仿真条件:

天线阵为六阵元均匀圆环阵,圆环半径为半波长,为了接收右旋圆极化的卫星信号,阵元天线选为适合用户机单独使用的右旋圆极化微带天线。

卫星信号:扩频信号,带宽为 8 MHz,扩频处理增益 24 dB,两颗卫星的入射方向为 $(245^\circ, 42^\circ)$ 和 $(142^\circ, 60^\circ)$,入射功率为 -126 dBm ,接收机等效噪声功率为 -105 dBm 。在卫星信号带宽内,设置三个不同类型的干扰,具体为:

干扰 1))) 扫频干扰,扫频带宽为? 5 MHz,扫频速度为 0.12 MHz/Ls ,入射方向为 $(200^\circ, 10^\circ)$,入射功率为 -70 dBm 。

干扰 2))) 为高斯色噪声干扰,带宽为? 5 MHz,入射方向为 $(100^\circ, 10^\circ)$,入射功率为 -70 dBm 。

干扰 3))) 调频干扰,调频带宽为? 5 MHz,入射方向为 $(300^\circ, 10^\circ)$,入射功率为 -70 dBm 。

下变频的中心频率为 10 MHz,采样频率为 40 MHz,数据样点数目 $M = 200$,仿真时间为 66.5 μs。采用 SystemView 进行电路仿真,并计算本地信号与卫星信号的互相关函数。仿真结果如图 2 所示。图 2(c),图 2(d) 的输出信噪比为 $SNR_1 = 41.4 \text{ dB}$, $SNR_2 = 51.4 \text{ dB}$,且从图 2(b) 的 CRPA 的输出功率谱中未发现干扰的功率谱,这说明所提算法已将干扰抑制到接收机热噪声以下(不采用 CRPA 时,若微带阵元天线的天线增益为 2 dB,用户机相关解扩积分器输出的信噪比的理论值为 $SNR_1 = SNR_2 = 5 \text{ dB}$)。

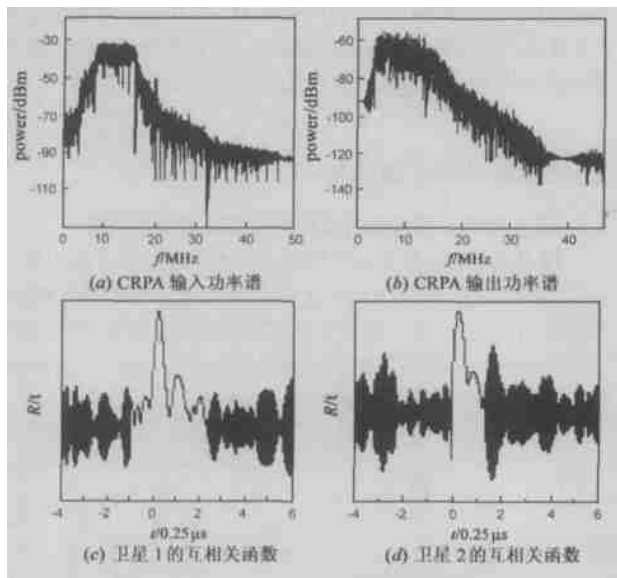


图 2 三个干扰时的电路仿真结果

4 结论

理论分析和仿真结果都说明,所提的自适应干扰正交约束下的最佳信号增强算法,通过对数据相关矩阵进行特征空间分解,并设置最小特征值的扰动门限,能够较好的区分干扰空间和干扰正交空间,权值更新速度在 L_s 级,输出电平基本稳定在接收机热噪声电平,对通道的适配性好,能够将干扰抑制到接收机热噪声电平以下,并能保证对两颗卫星的最佳接收.所提算法适合双星用户机使用.

附录 1 等信噪比输出时无干扰加权矢量算法的推导

设 $A = A_R + jA_I$ (A_R, A_I 为实数), 将 $W_q = Aa_{s1} + a_{s2}$, 代入式 (14) 的 $|W_q^H a_{s1}|^2 = C|W_q^H a_{s2}|^2$ 中, 有:

$$(A^* + a_{s2}^H a_{s1})(A + a_{s1}^H a_{s2}) = C(A^* a_{s1}^H a_{s2} + 1)(A a_{s2}^H a_{s1} + 1) \quad (19)$$

记 $N = a_{s1}^H a_{s2}$, 当天线阵为均匀圆环阵时, N 为偶数时, $N = 2 \sum_{n=1}^{N/2} \cos \frac{2\pi R}{K} [\cos H_1 \cos(W - \frac{n-1}{N} 2\pi) - \cos H_2 \cos(W_2 - \frac{n-1}{N} 2\pi)]$ 为实数. 有:

$$|A|^2 + A_N + A^* N + N^2 = C(|A|^2 N^2 + A_N + A^* N + 1) \quad (20)$$

整理上式, 有:

$$(1 - CN^2)A_R^2 + 2(1 - C)A_R N + (N^2 - C) + (1 - CN^2)A_I^2 = 0 \quad (21)$$

其解为:

$$A_R = \frac{1}{1 - CN^2} (C - 1) N \sqrt{C(N^2 - 1)^2 - (1 - CN^2)^2 A_I^2} \quad (22)$$

卫星 1、卫星 2 的输出信噪比为:

$$\begin{aligned} \text{SNR}_1 &= N \frac{P_s}{R^2} \frac{(A^* + N)(A + N)}{(Aa_{s1} + a_{s2})^H (Aa_{s1} + a_{s2})} \\ &= N \frac{P_s}{R^2} \frac{|A|^2 + A_N + A^* N + N^2}{|A|^2 + A_N + A^* N + 1} \\ &= N \frac{P_s}{R^2} \left(1 - \frac{1 - N^2}{|A|^2 + A_N + A^* N + 1} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (20), 有:

$$\begin{cases} A_N + A^* N = \frac{(CN^2 - 1)|A|^2 + C + N^2}{1 - C} \\ |A|^2 = \frac{2(C - 1)A_R N + (C - N^2)}{1 - CN^2} \end{cases} \quad (24)$$

代入式 (24), 并整理得:

$$\text{SNR}_1 = N(P_s/R^2)$$

$$\begin{aligned} & \# \left[1 - \frac{(1 - C)(1 - N^2)}{|A|^2(1 - C) + (CN^2 - 1)|A|^2 + C - N^2 + (1 - C)} \right] \\ &= N \frac{P_s}{R^2} \# \left[1 - (1 - C)/(1 - C|A|^2) \right] \end{aligned}$$

由于无约束时 $\max(\text{SNR}_1) = N \frac{P_s}{R^2}$, 所以 A 的有理解应满足:

$$0 \leq \frac{1 - C}{1 - C|A|^2} \leq 1 \quad (25)$$

即其解应满足: $|A|^2 \leq 1$, 代入 $|A|^2$, 有:

$$\begin{aligned} \text{SNR}_1 &= N \frac{P_s}{R^2} \left[1 + \frac{(1 - C)}{C \frac{2(C - 1)A_R N + (C - N^2)}{1 - CN^2} - 1} \right] \\ &= N \frac{P_s}{R^2} \left[1 + \frac{(1 - C)(1 - CN^2)}{2C(C - 1)A_R N + C(C - N^2) - (1 - CN^2)} \right] \\ &= N \frac{P_s}{R^2} \left[1 - \frac{1 - CN^2}{2CA_R N + 1 + C} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

因为 A_R 为实数, 从上式可知, 选择 $\text{sign}(A_R) = \text{sign}(N)$, 并增加其绝对值, 可以提高卫星 1 的输出信噪比, 所以, 应选择 $A = 0$. 代入式 (21) 得:

$$A_R = \frac{(C - 1)N \sqrt{C(1 - N^2)}}{1 - CN^2}$$

为使 A_R 的绝对值最大, 应根据 N 的符号来选择 $\text{sign}(N)$, 有:

$$A_R = \text{sign}(N) \frac{(C - 1)|N| + \sqrt{C(1 - N^2)}}{1 - CN^2}$$

代入 W_q 中, 得:

$$W_q = \frac{(C - 1)N + \text{sign}(N)(1 - N^2)\sqrt{C}}{(1 - CN^2)} a_{s1} + a_{s2} \quad (27)$$

附录 2 最小特征值扰动范围的证明

(1) 数据样点数目 M 对最小特征值扰动的影响

数据相关矩阵 R , R 均为 Hermite 矩阵, 可表示为:

$$R = R^* + \$R \quad (28)$$

其中, 当 $M \rightarrow \infty$ 时, $\$R \rightarrow 0$.

设 R 中属于噪声空间 \mathcal{N} 的特征值和特征向量为 $\kappa_k = R^2 + \$\kappa_k$, $\hat{q}_k = q_k + \$q_k$, $M \rightarrow \infty$ 时, $|\$ \kappa_k| \rightarrow 0$, $q_k + \$q_k \rightarrow 0$, ($k = 1 \sim N - D$), 有:

$$(R + \$R)(q_k + \$q_k) = (R^2 + \$\kappa_k)(q_k + \$q_k) \quad (29)$$

两边同乘 q_k^H , 并代入 $Rq_k = R^2 q_k$, 忽略高次项, 有:

$$\$ \kappa_k = q_k^H \$R_{\infty} q_k = \frac{1}{M} \sum_m |q_k^H X_m|^2 - R^2 \quad (30)$$

代入式 (6) 的 X_m , 并利用噪声空间和干扰空间的正交性, 有:

$$\$ \kappa_k = \frac{1}{M} \sum_m |q_k^H N_m|^2 - R^2 \quad (31)$$

其中 $N(m) = N(mT)$ 为通道噪声的采样值, $N(m) \sim N(0, \sigma^2)$.

R^2)为独立同分布的高斯向量. 不难证明:

$$E\{S K_k\} = 0 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} D\{S K_k\} &= \frac{1}{M^2} E_{m_1} E_{m_2} E\{|q_k^H N_{m1}|^2 |q_k^H N_{m2}|^2\} - R^4 \\ &= \frac{1}{M^2} E_{m_1} E\{|q_k^H N_{m1}|^2 |q_k^H N_{m1}|^2\} - \frac{1}{M} R^4 \end{aligned} \quad (33)$$

根据 $N(m)$ 高斯随机过程四阶矩的性质, 有:

$$E\{|q_k^H N_{m1}|^2 |q_k^H N_{m1}|^2\} = 3R^4 \quad (34)$$

代入得 $D\{S K_k\} = \frac{2}{M} R^4$, 或

$$\sqrt{D\{S K_k\}} = \sqrt{\frac{2}{M}} R^2 \quad (35)$$

其特征值的变化范围为:

$$R^2(1 - \sqrt{2/M}) \sim R^2(1 + \sqrt{2/M}) \quad (36)$$

(2) 电路参数不一致性对最小特征值扰动的影响

这里的不一致性是指电路参数的慢变化. 所谓慢变化, 是指在一次权值更新时间内保持参数不变, 在此假设条件下, 天线通道的参数可以用一个复增益 G_n 来表示, 天线通道输出的信号 $y(t)$ 可表示为:

$$y(t) = \text{diag}\{G_1, G_2, \dots, G_N\} X(t)$$

记 $G = \text{diag}\{G_1, G_2, \dots, G_N\}$, 有 $y(t) = GX(t)$, 不难求得 $y(t)$ 的数据相关矩阵为:

$$R_{YY} = \sum_k P_k b_k b_k^H + R^2 G G^H \quad (37)$$

其中 $b_k = G a_k$.

矩阵 $\sum_k P_k b_k b_k^H$ 有 D 个非零特征值和 $N-D$ 个零特征值,

按从大到小的顺序排列为 $K_1, K_2, \dots, K_D, 0, 0, R^2 G G^H$ 按从大到小的顺序排列为 $R^2 \max_k(|G_k|^2), \dots, R^2 \min_k(|G_k|^2)$, 若将 R_{YY} 的特征值 G_k 为, 按大到小的顺序排列, 有: [11]

$$R^2 \min_k\{|G_k|^2\} F \leq G_k \leq R^2 \max_k\{|G_k|^2\}$$

取 $K_k = 0$, 得到属于噪声空间特征值的扰动范围为:

$$R^2 \min_k\{|G_k|^2\} \sim R^2 \max_k\{|G_k|^2\} \quad (38)$$

下面证明噪声空间和干扰空间的正交性.

矩阵 $\sum_{k=1}^D P_k b_k b_k^H = \sum_{k=1}^D K_k e_k e_k^H$ (e_k 为属于 K_k 的特征向量), 根据 MUSIC 算法有 $\text{span}\{e_1, \dots, e_D\} = \text{span}\{b_1, \dots, b_D\}$, 设 q_1, q_2, \dots, q_N 为 R_{YY} 特征空间的一组标准正交基底, 有:

$$G = \sum_{k=1}^D K_k |q^H e_k|^2 + R^2 + G^H q_j +^2$$

由于属于噪声空间的特征值与 K_k 无关, 故属于噪声空间的特征向量满足:

$$q_j^H e_k = 0 \quad (k = 1 \sim D, j = D+1 \sim N)$$

即属于噪声空间的特征向量满足:

$$q_j \perp \text{span}(b_1, b_2, \dots, b_D)$$

即噪声空间与干扰信号空间正交.

综合式(37)和式(38)得, 噪声空间特征值的变化范围为:

$$R^2[\min_k\{|G_k|^2\} - \sqrt{\frac{2}{M}}] \sim R^2[\max_k\{|G_k|^2\} + \sqrt{\frac{2}{M}}] \quad (39)$$

参考文献:

- [1] Lal C Godara, Antonio Cantoni, Analysis of constrained LMS algorithm with application to adaptive beamforming using perturbation sequences [J]. IEEE Trans On AP, 1986, AES- 23(3): 368- 379.
- [2] R T Compton, JR. The power inversion adaptive array: Concept and performance [J]. IEEE Trans On AP, 1979, AES- 15(6): 803- 814
- [3] ANTONIO CANTONI. Application of orthogonal perturbation sequences to adaptive beamforming [J]. IEEE Trans On AP, 1980, 28(3): 191- 202.
- [4] Richard M Davis, David C Farden, Patrich J S Sher. A coherent perturbation algorithm [J]. IEEE Trans On AP, 1986, 34(3): 380- 388.
- [5] Christopher Ward, Philip J Hargrave, John G Mowhiter. A novel algorithm and architecture for adaptive digital beamforming [J]. IEEE Trans On AP, 1986, 34(3): 338- 346.
- [6] YanZe Lu, Jun Yang, Ziming Ding, Zhanzhong Tan. The orthogonal weighted algorithm for GPS receiver anti-jamming [A]. 2001 CIE International Conference on Radar Proceedings [C]. Beijing: CIE, 2001.
- [7] C C Ko, J WeN, F Chin. Adaptive null steering algorithm for separating multiple directional sources in linear power inversion arrays [J]. IEEE Trans On AP, 1992, 139(6): 477- 482.
- [8] 茅于宽, 等. 天线设计手册 [M]. 中国郑州: 解放军出版社, 1988.
- [9] 蒋正新, 郑梅春. 最优化的矢量空间方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1988.
- [10] ChingYih Tseng, Lloyd J Griffiths, Fellow. A unified approach to design of linear constraints in minimum variance adaptive beamformers [J]. IEEE Trans On AAES, 1992, 40(12): 1533- 1542.
- [11] 孙继广. 矩阵扰动分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [12] Ralph O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans on AP March, 1986, 34(3): 276- 280.

作者简介:



卢艳娥 女, 1963 年生于湖北天门, 1985 年毕业于北京航空航天大学电子工程系, 获工学硕士学位, 现为北京航空航天大学电子信息工程学院博士研究生, 主要从事卫星导航和组合导航系统、战术综合电子系统和地面无线电导航系统等领域的理论和应用研究.



谈展中 男, 北京航空航天大学电子信息工程学院教授, 博导, 研究方向: 卫星导航与组合导航系统、机载导航设备自动测试系统、战术综合电子系统.