

基于极大权的最小连通支配集启发式算法

阎新芳^{1,2}, 孙雨耕¹, 胡华东¹

(1. 天津大学电气与自动化工程学院, 天津 300072; 2. 郑州大学信息工程学院, 河南郑州 450052)

摘 要: Ad hoc 无线网络中基于最小连通支配集(MCDS)的路由是一个引人瞩目的方法,文中提出了一种基于极大权的 MCDS 的启发式算法,确保了性能强的主机担任网关节点的角色,能更好的协调管理网络中其他的节点,从而保持 MCDS 的相对稳固性并为全网中的广播和路由操作提供一个高效的通信基础. 仿真结果表明,该算法能在保证生成权和极大的连通支配集的同时也确保它的极小性,因此能有效地用于基于 MCDS 的路由设计中.

关键词: ad hoc 网络; 极大权最小连通支配集; 网关节点; 启发式算法; 广播

中图分类号: TP393. 01 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 11-1774-04

A Heuristic Algorithm for Minimum Connected Dominating Set with Maximal Weight in Ad Hoc Networks

YAN Xin-fang^{1,2}, SUN Yu-geng¹, HU Hua-dong¹

(1. School of Electrical Engineering & Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450052, China)

Abstract: Routing based on a minimum connected dominating set (MCDS) in ad hoc wireless networks is a promising approach, where the search space for a route is reduced to nodes in the set (also called gateway nodes). This paper introduces MWM-CDS, a simple and efficient heuristic algorithm for calculating minimum connected dominating set with maximal weight in the topology graph G of an Ad hoc wireless network. The maximality of the weight-based choice of gateway nodes guarantees that the most suitable nodes have been chosen for the role of gateway nodes so that they can properly coordinate all the other nodes in the network. As a result, it can keep stability of the MCDS and provide a highly effective communication base for broadcast and routing operation in the whole network. Simulation results show that the proposed algorithm can ensure the maximality of sum of CDS' weight and the minimality of CDS' size. So the scheme can be potentially used in designing efficient routing algorithms based on a MCDS.

Key words: ad hoc wireless networks; MWM-CDS; gateway nodes; heuristic algorithm

1 引言

移动 Ad hoc 网络(Mobile Ad Hoc Network, 简称 MANET)旨在建立一个可以即时展开、随意通信并对网络拓扑结构变化迅速作出反应的数据网络,这给路由设计带来很大的难度. 它要求设计的算法必须具有快速收敛的特性,减少路由查找的开销,提高路由发现的性能和效率. 基于最小连通支配集(MCDS)的路由方法是一个很好的分层路由方法,它将路由过程简化到 MCDS 生成的较小的子网中. 这意味着在先应式路由中只有网关节点需要维持路由信息,而在反应式路由中研究空间被简化到这个 MCDS 中. MCDS 中的网关节点构成了高一级的虚拟骨干网,而每个网关节点在自己的簇中都起着控制中心的作用,用于路由分组和广播路由信息. 明显地,这种方法的有效性很大程度上依赖于发现和维持一个 MCDS 及与

之相应的子网的大小. 对于任意规模的图而言,求 MCDS 的问题属 NP-C 问题,在实际应用中需要设计近似求解算法. 目前已有的算法主要分两类,集中式算法^[3,6]和分布式算法^[1,9,11]. 集中式算法要求每个节点具有整个网络的拓扑结构信息,因而不适合移动网络多变的特点,可伸缩性差. 分布式算法的主要思想是通过节点之间的局部交互操作在网络中迅速构造一个虚拟骨干网(连通支配集 CDS).

吴^[10]给出了已有的几种主要算法的比较. 这些算法均是在假定移动网络中的主机都具有相同性质的条件下得到的. 但实际 MANET 中的主机可能是很复杂的,可以是电脑、PDA 或各式各样的手机. 主机的功率大小和在线时间长短对网关节点的选择以及 CDS 的相对稳固都起着至关重要的作用. 针对这个特点,文中提出了一种新的基于极大权的 MCDS 的启发式算法(以后称作 MWM-CDS),它将主机的功率大小或在线

时间长短对应为每个节点的权值 $w(v)$, 这样在找尽可能小的 CDS 的同时使它的权和 $w(D) = \sum_{v \in D} w(v)$ 尽可能的大. 这种基于极大权的 CDS 的选择确保了大部分合适的节点担任网关节点的角色, 使其能更好的协调管理网络中所有其他节点, 从而能保持 CDS 的相对稳固性. 为了求得 MCDS 的近似解, 该算法给出了一种新的优化规则, 可使网关节点大大减少. 在具极大权的极小 CDS 形成的同时网络也分成了以网关节点为簇头的多个簇, 将这种 MWMCDs 用于分层路由的基础时, 因每个节点只有一个网关, 可迅速地发现路由减小通信延时, 只有该线路拥塞时才考虑重发起路由. 在转发分组时可采用单播去代替用于按需路由协议中的泛洪, 使在移动环境下为了维持路由和控制信息需储存和交换的数据量极小化. 另外, 当整个网络拓扑结构变化时 (如主机上线、下线和移动时), 也只需修改局部状态信息 (如 [9]), 因此算法的分布性强, 具有很好的可伸缩性.

2 问题描述

用一个连通的简单无向图 $G = (V, E)$ 来表示 MANET, 其中: V 是一组节点的集合, 每个节点表示一个无线移动主机; E 是一组边的集合, 每条边 $e = (u, v) \in E$ (其中 $u, v \in V$) 表示主机 u 和主机 v 彼此都在对方的无线发射范围内.

定义 1 一个图 G 的某个节点子集 D 是支配集 (DS) 是指 G 中所有在 $V - D$ 中的节点都至少和 D 中的一个节点相邻. 图 G 的支配集 D 称为连通支配集 (CDS) 是指由 D 诱导的子图 $G[D]$ 是连通图. CDS 中的节点称为支配节点, 也称为网关节点, 不在该集中的节点则被称为受支配节点或非网关节点. 如果图 G 中没有比 D 更小的连通支配集, 则 D 称为最小连通支配集 (MCDS).

设 MANET 有 n 个节点, 每个节点被分配一个唯一的标识符 (ID). 考虑加权网络, 即为网络中的每个节点 $v \in V$ 分配一个权 $w(v)$ (大于零的实数), 分别表示各主机的发射功率或在线时间. 那么为了优化整个网络的带宽和分配资源的使用, 就要考虑怎样从这 n 个节点中选择出尽可能少的功能较强的 m 个节点去充当虚拟骨干网中的网关来管理其它的节点. 这个问题就抽象为图论中的基于极大权的最小连通支配集问题, 即 MWMCDs.

3 算法

MWMCDs 算法采用了邻域深度优先搜索 (DFS), 即对任意节点总是从它的未确定状态的邻居中挑选权值最大者开始, 使得较大权值的节点只要满足网关条件就可优先确定状态, 从而保证了得到的网关节点集的权和极大. 为了得到 MCDS 的近似解, 算法采用规则 (d) 中的优化条件, 可使网关节点数目大大减少.

3.1 符号说明

$\text{hop_count}(u, v)$: 表示节点 u 到 v 的最短路的边数 (或跳数).

$N_1(v) = \{u \mid \text{hop_count}(u, v) \leq 1\}$: 表示节点 v 的 1 跳邻居节点集 (开集).

$N_2(v) = \{u \mid \text{hop_count}(u, v) \leq 2\}$: 表示节点 v 的不大于 2 跳内的邻居节点集 (开集).

$m(v)$: 取值 0, 1 和 2, 分别表示节点未确定状态, 确定自己为非网关节点和确定自己为网关节点.

S_0 : 初始状态; 节点 v 在该状态时取 $m(v) = 0$.

S_1 : 受支配状态; 节点 v 在该状态时取 $m(v) = 1$.

S_2 : 支配状态; 节点 v 在该状态时取 $m(v) = 2$.

$G(v)$: 表节点 v 宣布自己是网关节点.

$\text{join}(v, t)$: 表节点 v 宣布成为网关节点 t 的成员.

$D = \{v \mid v \in V, m(v) = 2\}$: 表网关节点集合.

$G = G[D]$: 表由 D 诱导的子图.

3.2 算法描述

(1) 初始时, 对任节点 $v \in V$ 随机分配 ID 号, 并令 $m(v) = 0$, 即每个节点处于 S_0 状态. 节点 v 与它的 $N_1(v)$ 节点交换信息, 这样 v 可获知它的 $N_2(v)$ 节点的信息.

(2) 从任节点开始, 若 $n = 2$, 则令权值较大者为网关, 否则, 叶子节点和包含叶子节点的节点可优先按规则 (a), (b) 确定自己的状态 (这样可减少运算时间); 其他 $m(v) = 0$ 的节点按规则 (c), (d), (e) 计算确定自己新的状态, 并将收到的信息 $G(t)$ 或 $\text{join}(u, t)$ 记录在网关路由表或网关区域成员表中. 算法规则为:

规则 (a) 若节点 u 只有一个相邻节点 t , 则将 u 送入 S_1 并令 $m(u) = 1$, 送出 $\text{join}(u, t)$.

规则 (b) $v = t$ 的节点将 t 送入 S_2 并令 $m(t) = 2$, 发送 $G(t)$.

规则 (c) 观察所有比自己权大的邻居是否均已确定状态, 是, 按规则 (d) 计算确定自己的状态. 否则, 转向在 S_0 中的具最大权的节点, 权值相同时可选择 ID 号小者 (该条件使权大的节点优先确定状态以保证得到的网关节点集的权和极大).

规则 (d) 只要 v 有两个不相邻的邻居, 则节点 v 观察它的 $N_1(v)$ 节点能否通过已有网关节点连通, 若不连通, 则进入状态 S_2 并令 $m(v) = 2$. 否则, 节点 v 按规则 (e) 计算确定自己的状态 (该条件是对减小 CDS 中网关节点数量的一个优化设计), 如图 1 所示.

规则 (e) 进入状态 S_1 , 寻找邻集中具最大权的网关节点为自己的网关. 若还没有则等待, 直至出现这样的节点. 然后令 $m(v) = 1$.

(3) 将满足 $m(v) = 2, (v = 1, 2, \dots, n)$ 的节点输出, 即可得到所要求的 MWMCDs.

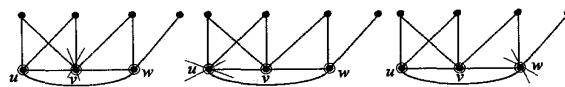


图 1 算法中规则 (d) 的图示说明

注: 在吴^[10]的算法中, 当节点 u, v, w 确定为网关后, 依据优化规则可将 v 变为非网关节点, 而节点 u, w 均不满足规则. 但在本算法中, 任两个节点被选为网关节点后, 第三个节点均满足规则可不作网关节点, 并且依据规则 (c) 权大的节点

优先确定状态, 总能保证三者之中权值小的节点不做为网关节点, 这就确保了得到的网关节点集的权和极大。

3.3 结论

定理 1 给定一个连通的非完全图(除 $n=2$ 的情况)的简单无向图 $G=(V, E)$ (对完全图有 $D=\emptyset$), 由上述算法得到的 D 构成了一个支配集。

证明: 在图 G 中任选一个节点 v , 我们将证明这个节点 v 或者在 D 中或者与 D 中的一个节点相邻。

假定节点 v 是非网关节点, 即 $m(v)=1$ 。若它至少有一个网关节点邻居, 定理得证。如果它的所有邻居都是非网关节点, 可考虑下面两种情况:

(1) 图 G 中所有其它的节点都是节点 v 的邻居。依据规则 (d) 及 $m(v)=1$ 的事实, 所有这些邻居必须是双双连通的, 即图 G 是完全图, 这与假定图 G 不是完全图矛盾。

(2) 图中至少有一个节点 u 不与节点 v 相邻。可构造一条联接 v 和 u 最短路径 (v, v_1, v_2, \dots, u) , 这样一条路总是存在的, 因为 G 是连通图。注意到节点 v_2 是节点 v 的 2-跳邻居, 则节点 v 和 v_2 是不相连的, 否则, (v, v_2, \dots, u) 将构成一条联接 v 和 u 的最短路。因 v_1 与节点 v 和 v_2 都是相连的, 依据规则 (d) 节点 v_1 一定是网关节点, 这与假定它的所有邻居都是非网关节点矛盾。

定理 2 图 G 的诱导子图 $G[D]$ 是一个连通图。

证明: 用反证法。假定 v 和 u 是图 G 中两个不连通的节点。令二者的距离为 $d(v, u)$, 节点之间的距离定义为它们之间最短路径的长度, 每条边的长度均设为 1。由于图 G 是连通的, 故 $d(v, u)$ 为有限的正整数。设 $d(v, u)=k+1>1$, 即图 G 中 v 和 u 之间的一条最短路为 $(v, v_1, v_2, \dots, v_k, u)$ 。显然, 所有的 v_1, v_2, \dots, v_k 是不同的, 而且在它们中间至少有一个节点 v_i 使得 $m(v_i)=1$ (否则, v 和 u 在图 G 中是连通的)。另外, 节点 v_i 的两个相邻节点 v_{i-1} 和 v_{i+1} 在图 G 中是不连通的, 否则 $(v, v_1, v_2, \dots, v_k, u)$ 不是最短路。那么, 依据规则 (d) 有 $m(v_i)=2$, 这导致矛盾。

3.4 一个图例

下面用例子说明怎样使用 MWMCDs 算法计算。给定一个含 11 个节点的加权

拓扑图如图 2 所示。算法从节点 1 始, 依据规则 (c), 节点 1 不能确定自己的状态, 而是要转向它的邻居处于 S_0 中的具最大权的节点 9。因 9 的邻居中没有权值大于它的节点, 所以

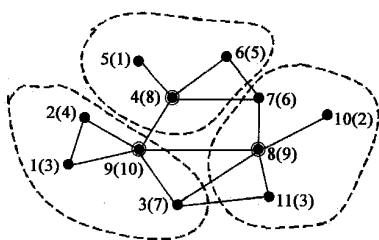


图 2 一个含有 11 个主机 15 条链的网络拓扑图

依据规则 (d) 节点 9 进入状态 S_2 。然后转向 9 的邻居处于 S_0 中的具最大权的节点 8。依据规则 (a) (b) 节点 8 进入状态 S_2 , 节点 10 进入状态 S_1 。然后转向节点 3。依据规则 (d) 3 的邻居 9、11 能通过已有网关连通, 所以 3 不做网关进入状态 S_1 。依据规则 (a) (b) 节点 4 和 5 分别进入 S_2 和 S_1 。然后依据规则 (d) 节点

7 进入状态 S_1 。依规则 (e) 节点 6 进入状态 S_1 , 接着节点 2、1 和 11 进入状态 S_1 。随着算法的终止, 网络被分成了三个簇, 处于 S_2 状态中的节点 4、8 和 9 分别是三个簇的簇头 (即网关节点) 如图 2 所示, 它们的集合确实形成了一个 MWMCDs。

3.5 算法分析

算法运行中每个节点只在初始时和状态确定后各发出一个消息, 因此算法的消息复杂度为 $O(n)$ 。算法的时间复杂度主要就是各节点的邻域 DFS 算法的时间复杂度之和, 对单个节点有: \log , 所以总复杂度为 $O(n \log)$, 其中 \log 是节点的最大度数。该算法是贪婪的, 生成和优化 CDS 一次完成, 所以从算法的消息复杂度和时间复杂度上都优于吴^[9,11]的算法, 收敛速度是很快的。用与吴^[11]类似的上例得到的结果都是同样多的网关节点, 但该算法中考虑了权值的影响, 使得到的网关节点更具合理性和稳定性。

根据极大性的定义: 当权和为 $w(X)$ 的集合 X 满足性质 (或规则) #, 且不存在满足性质 #、权和为 $w(Y)$ 的子集合 $Y \subset X$ 使得 $w(Y) > w(X)$ 时, 就称 X 为关于性质 # 的具极大权的集合。在本算法中依据规则 (c) 权值大的节点先确定状态, 只要满足网关条件规则 (d) 它们就优先成为网关节点, 这样就能确保得到的网关节点集的权和是极大的, 从上面的图例也可看出。

4 仿真结果和分析

测试所用的 MANET 的拓扑通过如下方法产生: 设节点个数为 N , 节点随机分布于长为 L 、宽为 W 的矩形区域内。假定节点采用全向天线, 且所有节点的无线传输距离相同, 为半径为 R 的圆。两个节点之间存在连接当且仅当它们在彼此的无线传输范围内。实验中取 $L=W=250$, 我们设计了两类实验: 一类是节点数固定为 30 时, 不断按步长 5 增加发射距离由 20 到 50; 另一类是发射距离固定为 20, 不断按步长 5 增加节点数从 10 到 40。对每一个节点数/发射距离的组合, 随机生成 80 个拓扑。对每一个拓扑进行实验, 运行本算法, 找出该拓扑的网关节点, 计算出网关在所有拓扑节点中所占的比例以及高权值网关在所有网关中所占的比例两个数值。于是, 对每一个节点数/发射距离的组合, 总共可以得到 80 组数据, 然后求

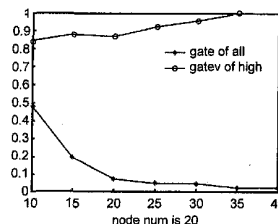


图 3 节点数固定的实验数据曲线

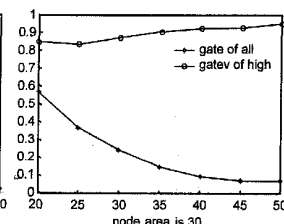


图 4 发射距离固定的实验数据曲线

其平均值, 作为该节点数/发射距离组合的实验数据。实验得到的数据如图 3 和图 4 所示, 其中, “gate of all” 曲线代表的是网关在所有拓扑节点中所占的比例数值, “gate of high” 曲线代表的是高权值网关在所有网关中所占的比例数值。分析实验曲线可以发现, 随着拓扑节点数 (或者单个节点发射距离)

的增加,网关所占的比例都在减少,而网关中高权值网关所占的比例一直保持较高数值(都在 80 %以上)。由于区域大小始终保持不变,因此当节点数(或者发射距离)增加时,区域中节点密集程度相应增大,拓扑连通性变大,于是,网关的比例也相应减小。与此同时,无论拓扑的连通性怎么变化,本算法能够保证网关中高权值网关占有较高比例。也就是说,在算法选择网关时,总能使得所选的 CDS 获得极大权和值,这与我们设计算法的初衷是一致的。

5 结论

考虑到主机的功率大小和在线时间长短对网关节点的选择以及 CDS 的相对稳固性的影响,本文提出了 MWMCDs 方法。其基于极大权的 MCDs 的选择确保了功率大或在线时间长的节点担任网关节点的角色,能更好的协调管理网中所有其他节点,为将基于有中心控制的路由、移动性管理、网络管理技术移植到 MANET 中来奠定了基础。仿真结果表明 MWMCDs 方法是一种快速确定具极大权的极小支配集的分布式算法,它不仅能确保 CDS 的稳固还能在得到具极大权的 CDS 的同时保证 CDS 的极小性,而且算法具有有效的信息和时间复杂度,能快速收敛,因此能很好的应用于 MANET 环境下路由的设计中。

参考文献:

- [1] Alzoubi K M, et al. New distributed algorithm for connected dominating set in wireless Ad Hoc networks[A]. Proc. 35th Hawaii Int 'l Conf [C]. System Sciences, 2002. 3881-3887.
- [2] Basagni S. Finding a maximal weighted independent set in wireless networks[J]. Telecommunication Systems, 2001, 18: 1 - 3, 155 - 168.
- [3] Guha S, Khuller S. Approximation algorithms for connected dominating sets[J]. Algorithmica, 1998, 20(4) : 374 - 387.
- [4] Lim H, Kim C. Flooding in Ad Hoc networks[J]. Computer Communications, 2001, 24: 353 - 363.
- [5] Royer E M, Toh C K. A review of current routing protocols for Ad Hoc mobile wireless networks[J]. IEEE Personal Comm, 1999, 4: 46 - 55.
- [6] Prakash Ravi. A routing algorithm for wireless Ad Hoc networks with unidirectional links[J]. Wireless Networks, 2001, 7: 617 - 625.
- [7] Sivakumar R, et al. Spine routing in Ad Hoc networks[J]. Cluster Computing, 1998, 1: 237 - 248.
- [8] Stojmenovic I, et al. Dominating sets and neighbor elimination-based broadcasting algorithms in wireless networks[J]. IEEE Trans. On Parallel and Distributed Systems, 2002, 13(1) : 14 - 25.
- [9] Wu J, Dai F. On locality of dominating set in Ad Hoc networks with switch on/off operations[A]. Proc. Int 'l Symp. Parallel Architectures [C]. Algorithms and Networks (FSPAN '02), 2002. 85 - 90.
- [10] Wu J. Extended dominating-set-based routing in ad hoc wireless networks with unidirectional links[J]. IEEE Trans. On Parallel and Distributed Systems, 2002, 13(9) : 866 - 881.
- [11] Wu J, Li H. A dominating-set-based routing scheme in Ad Hoc wireless networks[J]. Telecomm Systems, A special issue on Wireless Networks, 2001, 18: 1 - 3, 13 - 36.
- [12] 彭伟. 一个新的分布式最小连通支配集近似算法[J]. 计算机学报, 2001, 24(3) : 254 - 258.

作者简介:



阎新芳 女, 1958 年生, 汉族, 副教授, 天津大学自动化学院在读博士, 主要研究方向为图论及其应用, 尤其是在计算机网络和无线通信网络中的应用。



孙雨耕 男, 1940 年生, 汉族, 教授, 电力电子技术研究所所长, 博士生导师, 主要从事网络通信中的路由算法、通信网的可靠性分析及优化设计、图论及其应用、电工理论等方面的研究。