

基于双提升小波的自适应混沌信号降噪

刘云侠, 杨国诗, 贾 群

(淮南师范学院计算机与信息工程系, 安徽淮南 232038)

摘 要: 根据信号和噪声的特性不同, 本文提出了一种基于双提升小波的自适应混沌信号降噪方法. 该方法结合奇异谱和梯度下降算法, 分别对双提升小波变换后的近似部分和细节部分进行了分析. 一方面, 奇异谱分析更大程度的去除了代表噪声的较小奇异值; 另一方面, 神经网络对非线性阈值的自学习, 实现了小波系数的自适应选取, 提高了信号的定位精度. 通过对 Lorenz 模型和月太阳黑子时序进行仿真, 证实了本文所提方法能够对实际观测的混沌信号进行有效的降噪.

关键词: 双提升小波; 奇异谱分析; 梯度下降算法; 混沌信号; 降噪

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 01-0013-05

Adaptive Noise Reduction for Chaotic Signals Based on Dual-Lifting Wavelet Transform

LIU Yun-xia, YANG Guo-shi, JIA Qun

(Department of Computer and Information Engineering, Huainan Normal University, Huainan, Anhui 232038, China)

Abstract: According to different characteristics of chaotic signals and Gaussian noises, an adaptive noise reduction method is proposed based on dual-lifting wavelet. Singular spectrum analysis (SSA) and gradient decent algorithm are respectively used for the analysis of coarse approximation and detail information. The former removes smaller singular value representing noises in a greater degree, while the latter employed for the adaptive choice of wavelet coefficients further improves the positioning accuracy of signals. The chaotic signals generated by Lorenz model as well as the observed monthly series of sunspots are applied for simulation analysis, the numerical experiment results confirm that the adaptive method in this paper is effective for noise reduction of chaotic signals.

Key words: dual-lifting wavelet; singular spectrum analysis; gradient decent algorithm; chaotic signals; noise reduction

1 引言

近年来, 由确定性系统产生的混沌现象在很多学科中得到了广泛应用^[1,2]. 但是由于实际混沌信号一般附有噪声, 噪声的普遍存在性掩盖了系统的内在动态特性, 影响了混沌参数的计算及变量的预测^[3,4], 因此对实际观测的混沌信号进行有效的降噪具有重要的意义.

由于混沌信号具有功率宽带性和似噪声性, 其频带与叠加的噪声频带往往全部或部分重叠, 因此传统的线性滤波器降噪方法对其并不适用. 小波分析^[5~7]是近些年发展起来的一种新的时频分析方法, 在时频域都有很强的表征信号局部特征的能力, 但基于小波的硬阈值方法的阈值函数不连续^[8], 软阈值方法的通用阈值在应用中显得过大且存在恒定偏差^[9,10]. 针对上述方法存在的

缺点, Sweldens 等^[11~13]提出提升小波变换方法, 该方法不依赖于傅立叶变换, 不必对一个函数进行伸缩和平移, 因此能够对实际观测的混沌信号进行有效的降噪.

本文提出一种基于双提升小波变换的自适应混沌信号降噪方法, 该方法首先将单提升小波变换扩展为双提升小波变换, 然后利用奇异谱算法对变换后的近似部分进行分析, 并利用神经网络的梯度下降算法对细节系数进行自适应选取, 最后将处理后的近似和细节系数先取平均再重构就得到了降噪后的信号. 由于该方法选取的两个提升小波长度相同, 性质相似, 因此取平均时, 能够起到强化信号局部性的作用, 从而提高系统的性能. 同时, 本文还多方面多角度的对降噪效果进行评判, 以证明本文所提出的方法对实际混沌信号降噪的有效性.

2 提升小波变换的基本原理

Sweldens 提出的提升小波不依赖于傅立叶变换,完全在空间域中分析.提升小波变换主要分为三个步骤:分裂、预测和更新,具体分析如下.

假设实际观测的混沌信号为:

$$x(n) = y(n) + \eta(n), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

其中: $y(n)$ 表示原始信号; $\eta(n)$ 表示高斯白噪声. N 表示序列的长度.

提升小波正变换的具体步骤如下.

(1) 分裂(Split),公式如下:

$$\text{Split}(x(n)) = (x_e(n), x_o(n)) \quad (2)$$

其中: $x_e(n) = x(2k)$ 和 $x_o(n) = x(2k+1)$, $k = 1, 2, \dots$, 分别代表偶数和奇数序列.

(2) 预测(Predict),公式如下:

$$d(n) = x_o(n) - P(x_e(n)) \quad (3)$$

其中: $P(x_e(n))$ 表示利用相邻的偶数序列来预测奇数序列,得到的预测之差为小波系数 $d(n)$.

(3) 更新(Update),公式如下:

$$a(n) = x_e(n) + U(d(n)) \quad (4)$$

其中: $U(\cdot)$ 称为更新算子, $a(n)$ 表示尺度系数.

由于提升小波变换在结构上保证了完全重构,因此只要改变预测器和更新器的符号,就能得到提升小波逆变换,公式分别如下:

$$x_e(n) = a(n) - U(d(n)) \quad (5)$$

$$x_o(n) = d(n) + P(x_e(n)) \quad (6)$$

$$x(n) = \text{Merge}(x_e(n), x_o(n)) \quad (7)$$

其中:式(7)中的 $\text{Merge}(\cdot)$ 表示合并算子.

提升小波变换是在空间域中以离散小波变换作为研究背景,因此能够对混沌信号进行有效的降噪.但是提升小波系数阈值的选取比较困难:当阈值选取过小时,小波系数中含有的噪声比较多;当阈值选取过大时,又容易造成有用信号的丢失,存在较大的系统重构误差.因此,在实际应用中受到限制.

3 双提升小波自适应降噪方法

针对单提升小波在降噪领域存在的问题,结合奇异谱分析和梯度下降算法,本文研究了一种基于双提升小波的自适应混沌信号降噪方法.

3.1 具体实现

实际观测的混沌信号经过提升小波变换后,将被分解成近似部分和细节部分.通常将近似部分看成实际信号的一个近似,但是这样做一方面忽视了近似部分本身含有的噪声,另一方面丢失了细节部分含有的有用信息.因此,本文方法分别对近似部分和细节部分

进行了改进,具体分析如下.

(1) 对双提升小波变换后的近似部分进行 SSA 分析,主要是对其进行奇异值分解,保留代表真实信号的较大奇异值,具体算法如下.

首先,取两个提升小波 $\Psi_1(n)$ 和 $\Psi_2(n)$,并分别对混沌信号进行变换,即:

$$\begin{aligned} Wx_{qj}(n) &= [x(n), \Psi_q(n)] = Wy_{qj}(n) + W\eta_{qj}(n) \\ &= a_{qj}(n) + d_{qj}(n), \quad q = 1, 2, j = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

其中: j 表示分解尺度, $a_{qj}(n)$ 和 $d_{qj}(n)$ 分别表示第 q 个提升小波变换后的近似和细节部分.

然后计算近似部分的延时协变矩阵,即:

$$T_a = \begin{bmatrix} c(0) & c(1) & \cdot & \cdot & \cdot & c(m-1) \\ c(1) & c(0) & c(1) & \cdot & \cdot & c(m-2) \\ \cdot & c(1) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c(m-2) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c(1) \\ c(m-1) & \cdot & \cdot & \cdot & c(1) & c(0) \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中:

$$c(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{n=1}^{N-\tau} a_{qj}(n) a_{qj}(n+\tau), \quad 0 \leq \tau \leq m-1$$

表示延迟时间为 τ 时的协方差, m 表示嵌入维数.

由于 T_a 是非负对称矩阵,因此存在特征向量 e_{qi} , $i = 1, \dots, m$, 使其第 i 个主分量为:

$$I_{qi}(n) = \sum_{\tau=1}^m a_{qj}(n+\tau) e_{qi}(\tau), \quad 0 \leq n \leq N-m \quad (10)$$

奇异谱分析就是选取前 p 个主分量和特征向量来重构近似部分,即:

$$\hat{a}_{qj}(n) = \sum_{i=1}^p I_{qi}(n) e_{qi}(\tau), \quad p \leq \tau \leq m \quad (11)$$

对分析后的两个提升小波变换近似部分取平均可得:

$$\hat{a}_j(n) = \frac{\hat{a}_{1j}(n) + \hat{a}_{2j}(n)}{2} \quad (12)$$

(2) 利用梯度下降算法对双提升小波变换后的细节部分进行分析,主要是结合神经网络对非线性阈值进行自学习,自适应地选取细节系数,具体算法如下.

假设混沌信号提升小波变换的分解尺度为 J , 则重构信号为:

$$\hat{x}(n) = a_{qj}(n) + \sum_{j=1}^J d_{qj}(n) \quad (13)$$

在式(13)中加入 Sigmoid 阈值滤波单元,可得:

$$\hat{x}(n) = a_{qj}(n) + \sum_{j=1}^J d_{qj}(n) f(d_{qj}(n), \theta_{qj}, s_{qj}) \quad (14)$$

其中: Sigmoid 阈值滤波单元为:

$$f(d_{qj}(n), \theta_{qj}, s_{qj}) = \frac{1}{1 + \exp(-s_{qj}(d_{qj}(n) - \theta_{qj}))} \quad (15)$$

在式(15)中, θ_{qj} 和 s_{qj} 分别是 Sigmoid 函数的参数.

定义降噪误差指标为均方根误差, 即:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (\hat{x}(n) - y(n))^2} \quad (16)$$

其中: N 表示序列的长度.

根据梯度下降法, 调整 θ_{qj} 和 s_{qj} , 当 RMSE 达到最小时, 就实现了提升小波细节系数的自适应选取. 在第 k 步时, 选取:

$$\begin{aligned} \theta_{qj}(k+1) &= \theta_{qj}(k) + \Delta\theta_{qj} \\ s_{qj}(k+1) &= s_{qj}(k) + \Delta s_{qj} \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{qj} &= -a_{q\theta} \frac{\partial \text{RMSE}}{\partial \theta_{qj}} \\ \Delta s_{qj} &= -a_{qs} \frac{\partial \text{RMSE}}{\partial s_{qj}} \end{aligned}$$

并且, $a_{q\theta} > 0$ 和 $a_{qs} > 0$ 都表示调整参数.

然后, 对分析后的两个提升小波变换近似部分取平均可得:

$$\hat{d}_j(n) = \frac{\hat{d}_{1j}(n) + \hat{d}_{2j}(n)}{2} \quad (17)$$

最后, 将分析后的近似系数和细节系数进行重构, 就得到了降噪后的信号, 即:

$$\hat{y}(n) = \hat{a}_j(n) + \sum_{j=1}^J \hat{d}_j(n) \quad (18)$$

3.2 降噪效果评价准则

对不同降噪方法的降噪效果进行评判时, 本文主要从两个方面进行分析.

(1) 对已知模型的混沌信号, 从信噪比(SNR)、增益参数(GP)和均方根误差(RMSE)三方面进行分析, 其公式分别如下:

$$\text{SNR} = 10 \times \lg \left[\frac{\text{var}(y(n))}{\text{var}(\hat{y}(n) - y(n))} \right] \quad (19)$$

$$\text{GP} = 10 \times \lg \left[\frac{\text{var}(\eta(n))}{\text{var}(\hat{y}(n) - y(n))} \right] \quad (20)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (\hat{y}(n) - y(n))^2} \quad (21)$$

其中: $y(n)$ 表示原始信号, $\hat{y}(n)$ 表示降噪信号, N 表示序列的长度.

(2) 对未知模型的混沌信号, 从降噪前后的自相关函数和递归图两方面进行比较.

① 自相关函数的定义如下:

$$R_{\text{corr}}(\tau) = \frac{1}{N - \tau} \sum_{n=1}^{N-\tau} x(n)x(n + \tau) \quad (22)$$

其中: τ 表示延迟. 对于混沌信号, 其自相关函数值比较大, 且远大于噪声的自相关函数值.

② 递归图^[14, 15]主要是基于对相空间吸引子结构的分析, 研究相邻向量点间的递归特性, 公式如下:

$$R_{i,j} = \Theta(r - \|X_i - X_j\|), i, j = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

其中: X 表示空间向量, r 表示距离, $\|\cdot\|$ 表示 Euclidean 距离范数; $\Theta(\cdot)$ 是 Heaviside 函数.

混沌的递归图由一些和对角线平行的带构成, 且在对角线两边对称相等, 而噪声的递归图几乎是杂乱无章的; 同时, 递归图本身有很多定量分析指标(RQA), 能从不同的角度评判降噪效果.

4 仿真分析

为验证本文方法的有效性, 分别以加高斯白噪声的 Lorenz 信号和观测的月太阳黑子混沌信号为研究对象, 并对其进行降噪, 仿真结果及分析如下.

4.1 Lorenz 混沌时序降噪

Lorenz 系统的动力学方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sigma(x - y) \\ \dot{y} = -xz + rx - y \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (24)$$

当 $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$ 时, 系统处于混沌状态.

分别利用软阈值方法、基本的单提升小波方法和本文所提出的方法对加噪 20% 的 Lorenz 信号降噪, 降噪前后的相空间对比图如图 1 所示.

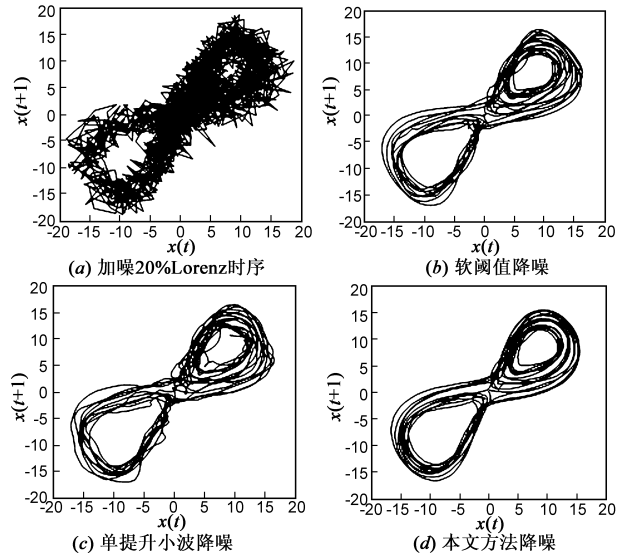


图1 Lorenz 信号降噪前后的相空间图

降噪前后系统的 SNR、GP 和 RMSE 对比如表 1 所示.

表 1 SNR、GP 和 RMSE 的比较结果

方法	SNR(dB)	GP	RMSE
软阈值降噪 ^[9]	23.1800	9.1054	0.3840
单提升小波降噪 ^[13]	22.2232	8.1486	0.4231
本文方法降噪	24.6631	10.5884	0.3195

通过图 1 和表 1 可以看出, 本文所提出方法的降噪效果更好, 在保持信号动态特性和整体平滑性的同时,

提高了系统的信噪比和增益参数,降低了系统的均方根误差.

为了进一步验证降噪方法的有效性,分析降噪前后信号的自相关函数差值.当延迟时间分别为 0s, 1s, 2s, \cdots , 20s 时,原始 Lorenz 信号和降噪后信号的自相关函数差值图如图 2 所示.

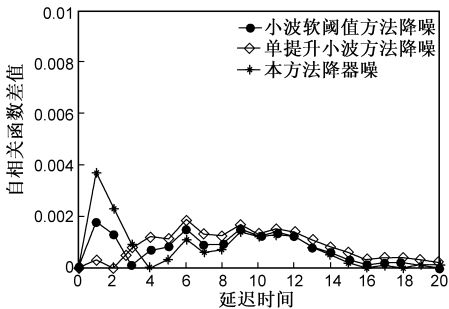


图2 降噪前后Lorenz信号的自相关函数差值图

通过对比可以发现,随着延迟时间的增加,本文方法降噪后 Lorenz 信号和原始信号自相关函数的差值最小,说明其相互间具有很强的自相似性,从侧面反映了降噪效果的有效性.

4.2 月太阳黑子信号降噪

近年来,随着混沌理论和分形技术的发展,关于太阳黑子混沌特性的研究也日益增多^[16].由于实际观测的太阳黑子数总是混有一定程度的噪声,因此需要对其进行有效的降噪.

选取 1756 年 1 月到 2005 年 12 月共 3000 个月太阳黑子数据为研究对象,分别利用软阈值方法、单提升小波方法和本文降噪方法对其进行降噪,降噪前后的时序图如图 3 所示.

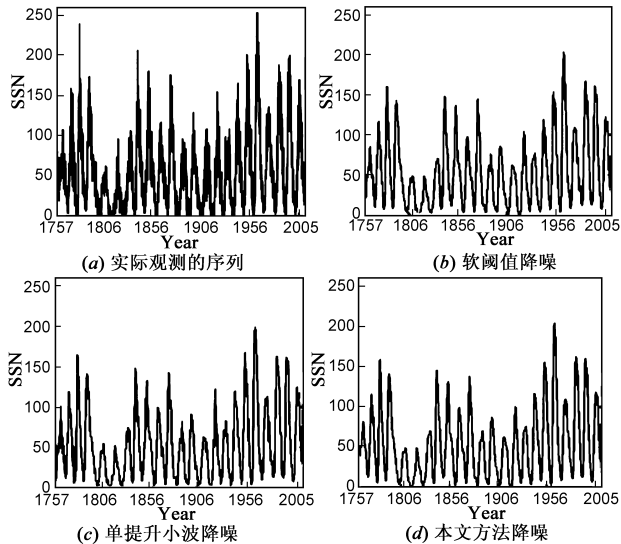


图3 太阳黑子降噪前后的时序图

通过对比可以看出,本文降噪方法能够对实际观测的月太阳黑子进行有效的降噪,在保持系统整体平

滑性的同时,显现了太阳黑子的内在动态特性.

为了进一步验证降噪方法的优劣,下面分别从自相关函数和递归图两方面进行分析.

首先,进行自相关函数分析.降噪前后月太阳黑子的自相关函数值如表 2 所示.

表 2 降噪前后月太阳黑子时序的自相关函数值表

延迟时间(年)	实际观测序列	软阈值方法 ^[9]	单提升小波方法 ^[13]	本文方法
1	0.9321	0.9718	0.9683	0.9745
2	0.8742	0.9113	0.9082	0.9144
5	0.6707	0.6992	0.6969	0.7016
10	0.6265	0.6531	0.6509	0.6555
20	0.5960	0.6213	0.6193	0.6233
50	0.5194	0.5414	0.5399	0.5432

通过表 2 可以看出,本文所提出的方法降噪后序列的自相关函数值要更大,从而进一步反映出其对月太阳黑子时序降噪的优越性能.

其次,从递归图方面分析.取 1973 年 1 月到 2005 年 12 月共 33 年 396 个月太阳黑子数据,相当于 3 个太阳黑子周期.当嵌入维数 $m = 5$,延迟时间 $\tau = 1$,空间两点的间距 $r = 5$ 时,降噪前后的递归图如图 4 所示.表 3 给出了递归图的定量指标分析.

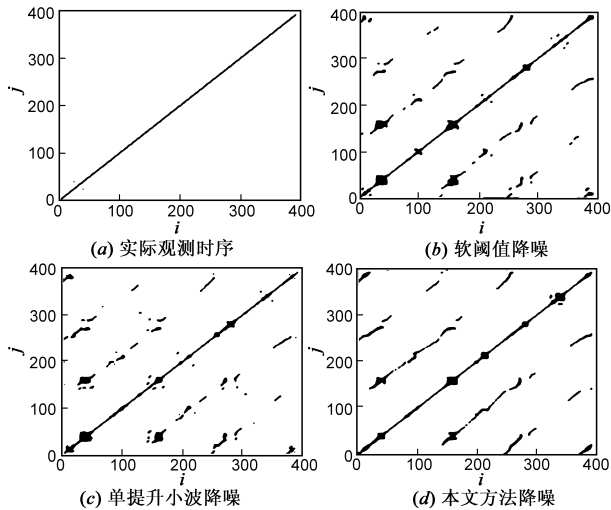


图4 太阳黑子时序的递归图

表 3 太阳黑子递归图的定量分析指标

方法	RR	DET	Lmax	RT
实际观测序列	0.0026	0.9851	2	0.0008
软阈值方法 ^[9]	0.0204	0.9944	218	0.0021
单提升小波法 ^[13]	0.0194	0.9901	210	0.0020
本文方法	0.0217	0.9977	228	0.0021

其中:RR 表示递归度;DET 表示确定性,指构成 45 度对角线结构的递归点的百分比;Lmax 表示递归图中除了主对角线以外最长对角线的长度;RT 表示递归趋势.

从递归图及其定量分析指标可以看出,本文所提方法降噪后递归图的聚集度更大,确定性和稳定性更

强,对初始状态的敏感性更低;从 DET 分析还可以得到,对角线两侧轨迹的递归周期大约为 3,符合所取太阳黑子数据的周期,从而反映了本文所提方法降噪的有效性.

5 结论

基于提升小波变换理论,本文提出了一种基于双提升小波的自适应混沌信号降噪方法.该方法结合奇异谱分析,更大程度上保留了实际信号中的有用信息,同时利用神经网络的梯度下降法对提升小波变换后的细节系数进行分析,自适应的选取了细节系数,进一步降低了噪声.通过对 Lorenz 模型以及实际观测的月太阳黑子进行仿真分析,证明了该方法的有效性以及优越性能.

参考文献:

- [1] 李冠林,陈希有.分段线性混沌系统的构造研究[J].电子学报,2008,36(9):1814-1818.
Li Guan-lin, Chen Xi-you. Design of piecewise linear chaotic system[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(9): 1814-1818. (in Chinese)
- [2] Alexander L F, Robin J E. Control of chaos: Methods and applications in engineering[J]. Annual Reviews in Control, 2005, 29(1): 33-56.
- [3] Vicha T, Dohnal M. Qualitative identification of chaotic systems behaviours[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 38(1): 70-78.
- [4] Elshorbagy A, Simonovic S P, Panu U S. Noise reduction in chaotic hydrologic time series: facts and doubts[J]. Journal of Hydrology, 2002, 256(3-4): 147-165.
- [5] Giaouris D, Finch JW. Denoising using wavelets on electric drive applications[J]. Electric Power Systems Research, 2008, 78(4): 559-565.
- [6] 高羽,张建秋.小波变换域估计观测噪声方差的 Kalman 滤波算法机器在数据融合中的应用[J].电子学报,2007, 35(1): 108-111.
Gao Yu, Zhang Jian-qiu. Kalman filter with wavelet-based unknown measurement noise estimation and its application for information fusion [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(1): 108-111. (in Chinese)
- [7] Murguia J S, Campos C E. Wavelet analysis of chaotic time series [J]. Revista Mexicana De Fisica, 2006, 52(2): 155-162.
- [8] Zhang L, Bao P, Pan Q. Threshold analysis in wavelet-based denoising [J]. Electronics Letters, 2001, 37(24): 1485-1486.
- [9] Han M, Liu Y, Xi j. Noise smoothing for nonlinear time series using wavelet soft threshold[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 14(1): 62-65.
- [10] David L, Donoho J. Denoising by Soft-Thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [11] Yilmaz S A, Subasi A, Bayrak M, et al. Application of lifting based wavelet transforms to characterize power quality events [J]. Energy Conversion and Management, 2007, 48(1): 112-123.
- [12] Jiang H K, He Z J, Duan C D, et al. Gearbox fault diagnosis using adaptive redundant Lifting Scheme [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(8): 1992-2006.
- [13] Ercelebi E. Electrocardiogram signals de-noising using lifting-based discrete wavelet transform [J]. Computers in Biology and Medicine, 2004, 34(6): 479-493.
- [14] Marwan N, Kurths J, Saparin P. Generalised recurrence plot analysis for spatial data[J]. Physics Letters A, 2007, 360(4-5): 545-551.
- [15] Marwan N, Kurths J. Line structures in recurrence plots [J]. Physics Letters A, 2005, 336(4-5): 349-357.
- [16] George L, Xenophon M. The sunspot as an autonomous dynamical system; A model for the growth and decay phases of sunspots[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2007, 379(2): 436-458.

作者简介:



刘云侠 女,助教.1983年7月出生于山东省临沂市.2008年毕业于大连理工大学电信学院,其后在淮南师范学院计算机与信息工程系任教.从事非线性信号处理以及智能控制方面的研究.

E-mail: liuyunxia929@yahoo.com.cn



杨国诗 男,副教授.1960年7月出生于安徽省淮南市.现为淮南师范学院计算机与信息工程系教学科研主任,主要从事先进控制技术和自动检测技术等方面的研究工作.