

# 一种前向放大中继通信系统中的 有限反馈中继预编码方案

李 汀<sup>1,2</sup>, 杨绿溪<sup>1</sup>

(1. 东南大学信息科学与工程学院, 江苏南京 210096; 2. 南京邮电大学通信与信息工程学院, 江苏南京 210003)

**摘 要:** 本文首先给出了前向放大中继通信系统中, 在给定 QoS 要求下的最优中继预编码矩阵的设计. 进而, 针对实际通信系统中反馈信道带宽的限制, 给出了一种有限反馈中继预编码码本的设计方案. 计算机仿真表明, 本文所提新码本有限反馈中继预编码方案的系统性能随着反馈比特数的增加接近完全反馈下的系统性能, 且在相同反馈比特数下的系统容量和误码率均明显优于将传统 MIMO 通信系统中的 Grassmannian 码本或随机码本直接应用于中继预编码的有限反馈方案.

**关键词:** 预编码; 有限反馈; 前向放大中继

**中图分类号:** TN911.5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2010) 07-1531-04

## Limited Feedback Precoding for Amplify-and-Forward Relaying

LI Ting<sup>1,2</sup>, YANG Lu-xi<sup>1</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;

2. College of Communication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210003, China)

**Abstract:** In this paper, we first obtain the optimal relay precoding matrix for amplify-and-forward relay system under the requirement of quality-of-service (QoS). Then, in view of the bandwidth limits of the feedback channel in practical communication system, we propose a novel design method of limited feedback relay precoding codebook. Computer simulations indicate that the proposed new limited feedback relay precoding scheme in this paper performs close to the optimal precoding scheme with unlimited feedback, and obtains larger system sum capacity gains and lower bit-error rate than that directly based on Grassmannian codebook or random codebook.

**Key words:** precoding; limited feedback; amplify-and-forward relaying

## 1 引言

蜂窝通信系统中中继技术的引入有效地提高了系统的传输能力和覆盖范围<sup>[1]</sup>. 前向放大中继由于其低复杂度的线性处理方式在几种中继处理模式中受到最多的关注.

当信道状态信息完全已知时, 文献[2, 3]以最大化系统瞬时容量为目标, 在中继站功率约束下, 给出了中继站处理矩阵的最优线性设计. 然而, 在一些给定 QoS 要求的无线通信系统中, 满足预定的性能尺度要比功率约束显得更为重要, 文献[4, 5]在给定目标信噪比的条件下, 以最小均方误差为准则, 给出了中继站的最优线性设计. 在实际的无线通信系统中, 由于上下行信道不

具有互易性, 中继站通过反馈信道往往只能获得部分信道状态信息用于中继预编码. 文献[6]在中继站功率约束条件下, 以最大化信干噪比为准则, 分别设计了基站端与中继端的有限反馈预编码方案. 文献[7]以最大化信干噪比为准则, 给出了多中继单天线情况下, 中继有限反馈波束形成方案.

实际系统中, 由于基站和中继站可以安放在比较高的位置, 因此可以构建基站与中继站间的视距传播信道, 通过超短波及微波视距传输或光波视距传输等传输方案实现基站与中继站间的高容量通信<sup>[8]</sup>. 基站与中继站间的通信信道可以定义为一个恒参信道, 此时基站与中继站间的信道认为是非时变确定已知的.

本文考虑基站与中继站间的通信信道为恒参信道、

中继站与用户间的信道满足瑞利衰落的单中继两跳通信环境。首先考虑完全已知信道状态信息情况,在给定 QoS 要求下,我们将中继预编码矩阵与第二跳信道等效为一个向量,以最大化信干噪比为准,给出了等效向量的最优解,进而我们以最小化中继功率为准,通过最优化问题的求解,给出了中继预编码矩阵的最优解。由于传统 MIMO 系统中接近最优的 Grassmannian 码本<sup>[9]</sup>不再适用于中继预编码矩阵有限反馈的设计,因而在获得最优的中继预编码矩阵的基础上,我们利用第一跳信道为恒参信道,信道信息完全已知且时不变的特性,给出了中继预编码码本的新的设计方案。

## 2 系统模型

本文考虑一个简单的三节点前向放大中继系统模型。为简化分析,基站和用户端配备单根天线,中继配备  $M$  根天线。假设基站与用户之间没有直接可达的通信路径,中继的通信采用半时分双工的方式,第一跳基站与中继间的信道建模为恒参信道  $\sqrt{P_1}h_1 \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,第二跳中继与用户间的信道建模为准静态平坦瑞利衰落信道  $\sqrt{P_2}h_2 \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ ,其中,  $P_1$ 、 $P_2$  反映两跳链路的平均信道增益。中继端接收信号经过处理后的输出信号可以表示为:

$$r = \sqrt{P_1}Wh_1s + Wn_1 \quad (1)$$

其中,  $s$  为发射信号,  $E|s|^2| = 1$ ,  $W$  为中继预编码矩阵,  $n_1$  为中继端的复高斯噪声向量,  $n_1 \sim \mathcal{CN}(0, I_M)$ 。用户接收信号可以表示为:

$$y = \sqrt{P_1P_2}h_2Wh_1s + \sqrt{P_2}h_2Wn_1 + n_2 \quad (2)$$

其中,  $n_2$  为用户端的复高斯噪声,  $n_2 \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ 。

## 3 完全已知信道信息的最优中继预编码

用户端的接收信干噪比可以表示为:

$$\gamma = \frac{P_1P_2h_2Wh_1h_1^HWHh_2^H}{P_2h_2WW^Hh_2^H + 1} \quad (3)$$

将中继预编码矩阵与第二跳信道等效为一个向量,定义:  $t \triangleq h_2W$ , 则式(3)可以简化为:

$$\gamma = \frac{P_1P_2th_1h_1^Ht^H}{P_2tt^H + 1} \quad (4)$$

给定 QoS 要求,等效于给定第二跳信道的输出功率,令:

$$P_1P_2th_1h_1^Ht^H + P_2tt^H = P_k \quad (5)$$

我们在给定 QoS 要求下,以用户端接收信干噪比最大化为准则,求解最优的  $t$ 。这个最优化问题可以表示为:

$$\begin{aligned} t^0 &= \arg \max_t \frac{P_1P_2th_1h_1^Ht^H}{P_2tt^H + 1} \\ \text{s.t. } &P_1P_2th_1h_1^Ht^H + P_2tt^H = P_k \end{aligned} \quad (6)$$

由 Rayleigh-Ritz 定理的结论可知,要使广义 Rayleigh 商最大化,向量  $t$  必须选取与矩阵对

$$(Q_1, Q_2) \triangleq \left( P_1h_1h_1^H, \frac{P_1}{P_k}h_1h_1^H + \left(\frac{1}{P_k} + 1\right)I \right)$$

最大广义特征值对应的广义特征向量<sup>[10]</sup>,即:

$$t^0 = \max \text{ gen. eigenvector}(Q_1, Q_2) \quad (7)$$

此时,由于  $h_2W = t^0$  为一欠定方程,无法给出唯一确定的最优  $W^0$ 。我们进一步以中继功率最小化为目标函数,通过最优化问题的求解,给出此特定情况下的最优  $W^0$ ,即:

$$\begin{aligned} W^0 &= \arg \min_W \text{tr}(W(P_1h_1h_1^H + I)W^H) \\ \text{s.t. } &h_2W = t^0 \end{aligned} \quad (8)$$

由 KKT 条件,最优的  $W^0$  必须满足下式:

$$W^0 = h_2^H\Phi^H(P_1h_1h_1^H + I)^{-1} \quad (9)$$

其中,  $\Phi$  为拉格朗日乘子,将式(9)代入式(8)得:

$$\Phi^H(P_1h_1h_1^H + I)^{-1} = (h_2h_2^H)^{-1}t^0 \quad (10)$$

结合式(10)和式(9),可以得到最优的  $W^0$ :

$$W^0 = h_2^H(h_2h_2^H)^{-1}t^0 = \frac{h_2^H}{\|h_2\|^2}t^0 \quad (11)$$

针对式(11)的最优预编码设计,我们给出相应的有限反馈码本设计,用于量化压缩  $W^0$ ,此时用户仅需要反馈码本的索引给中继,从而大大降低了反馈的比特数。

## 4 有限反馈中继预编码码本的设计

由于  $h_2$  为瑞利衰落信道,令  $\bar{h}_2 = \frac{h_2^H}{\|h_2\|}$ ,由文献[11]可知,  $\bar{h}_2$  服从单位复超球面上的均匀分布,  $\bar{h}_2$  的量化码本中,以码字间最小夹角最大化为设计准则的 Grassmannian 码本是接近最优的码本。

我们利用向量量化中的压扩量化技术<sup>[12]</sup>,在 Grassmannian 码本的基础上设计  $W^0$  的码本。由式(11),最优的预编码矩阵  $W^0$  可以表示为:

$$W^0 = \bar{h}_2^H \frac{t^0}{\|h_2\|} \quad (12)$$

已知  $\|h_2\|^2$  服从自由度为  $2M$  的 chi-square 分布<sup>[11]</sup>,我们用  $\|h_2\|$  的均值  $E\{\|h_2\|\}$  代替式(12)中的  $\|h_2\|$ ,则  $W^0$  可以近似等于:

$$W^0 \approx \bar{h}_2^H \frac{t^0}{E\{\|h_2\|\}} \quad (13)$$

由于  $t^0$  的设计仅与第一跳恒参信道  $h_1$  有关,因此  $t^0$  可看作为一个常向量,同时  $E\{\|h_2\|\}$  也为一个常数,我们记常向量  $G = \frac{t^0}{E\{\|h_2\|\}}$ ,  $W^0$  压扩量化的过程如下:

首先将  $W^0$  右乘  $G^+$ ,然后用接近最优的 Grassmannian 码本对  $\bar{h}_2^H$  进行量化,最后再对量化得到的码字右乘  $G$ ,则得到  $W^0$  的量化结果。由压扩量化的过程可知,

$W^0$  的码本可以通过对 Grassmannian 码本的每个码字右乘  $G$  获得,因而  $W^0$  的码本  $F$  的设计通过两个步骤完成:

(1) 设  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ , 通过最大化  $\delta$  设计  $C$ ,  $\delta =$

$$\min_{1 \leq k < l \leq N} \sqrt{1 - |c_k^H c_l|}$$

(2) 设  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}$ , 设置  $f_i = c_i G$ .

在获得  $W^0$  的码本后,我们采用下面的准则对  $W^0$  进行量化:

$$\hat{W}^0 = \arg \min_{f_i \in F} \|W^0 - f_i\|^2 \quad (14)$$

## 5 仿真结果

在三节点前向放大中继系统的仿真中,假设中继天线数  $M = 2$ . 图 1、图 2 给出了第一跳信道功率  $P_1 = 20\text{dB}$ , 目标接收功率  $P_k$  分别为  $5\text{dB}$  和  $20\text{dB}$  时,完全反馈以及三种 3bit 码本下的有限反馈的系统容量随第二跳信道功率  $P_2$  变化的曲线. 随着目标接收功率  $P_k$  的增大,因为中继噪声的放大,系统容量将有一个上限,但从图中可以看出,  $P_k = 20\text{dB}$  相比于  $P_k = 5\text{dB}$  在  $P_2 = 10\text{dB}$  时大约有  $2\text{bps}$  的容量提升,同时,可以看到本文提出的中继码本有限反馈方案相比于传统的 Grassmannian 码本,在  $P_k = 20\text{dB}$  或  $5\text{dB}$  的不同  $Q_0$ s 要求下,在  $P_2 = 10\text{dB}$  时,都大约有  $1\text{bps}$  的容量提升. 相比于 DFT (Discrete Fourier transform) 方式产生的随机码本,在  $P_2 = 10\text{dB}$  时,大约有  $1.5\text{bps}$  的容量提升. 相比于完全反馈中继预编码,在  $P_2 = 10\text{dB}$  时,系统容量大约有  $0.6\text{bps}$  的下降,随着反馈比特数的增加,本文所提有限反馈中继预编码方案将接近完全反馈预编码. 图 3 给出了  $P_1 = 10\text{dB}$ ,  $P_k = 20\text{dB}$  时各种反馈预编码方案的系统容量随  $P_2$  变化的曲线. 与图 2 第一跳信道功率  $P_1 = 20\text{dB}$  的情况比较可以看出各方案的系统容量随着第一跳信道功率  $P_1$  的下降都有较大幅度的下降. 但本文所提的有限反馈中继预编码方案相比 Grassmannian 码本和 DFT 码本的有限反馈中继预编码方案大约有  $2\text{bps}$  的容量提升. 图 4 给出了三种不同有限反馈码本下的误码率性能

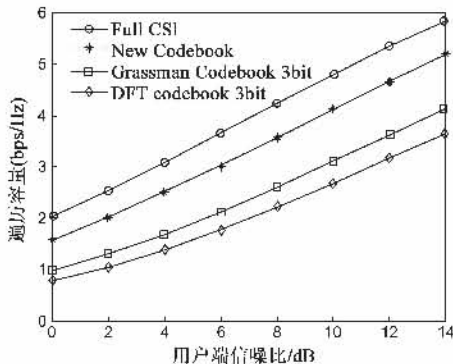


图1  $P_1=20\text{dB}$ ,  $P_k=5\text{dB}$  时各种反馈预编码方案的系统容量比较

曲线. 假设  $P_1 = 5\text{dB}$ ,  $P_k = 15\text{dB}$ , 从图中可以看出, 本文所提新码本下的有限反馈中继预编码方案的误码率性能尽管在反馈 3 比特时与最优的完全反馈相比存在一定的性能降级, 但随着反馈量的加大, 性能差距将不断缩小. 与同样反馈 3 比特的 Grassmannian 码本或随机码本预编码方案相比, 误码率性能有较明显的提升.

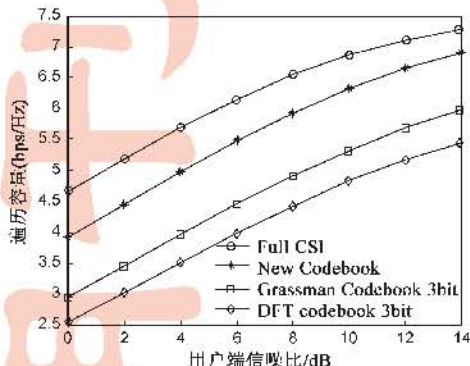


图2  $P_1=20\text{dB}$ ,  $P_k=20\text{dB}$  时各种反馈预编码方案的系统容量比较

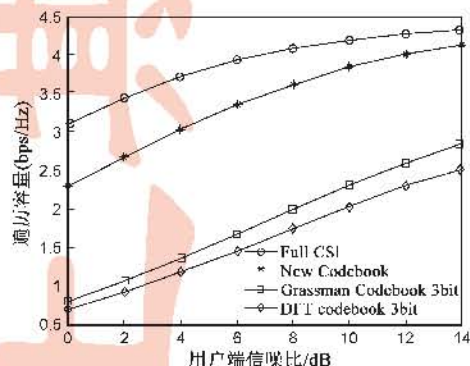


图3  $P_1=10\text{dB}$ ,  $P_k=20\text{dB}$  时各种反馈预编码方案的系统容量比较

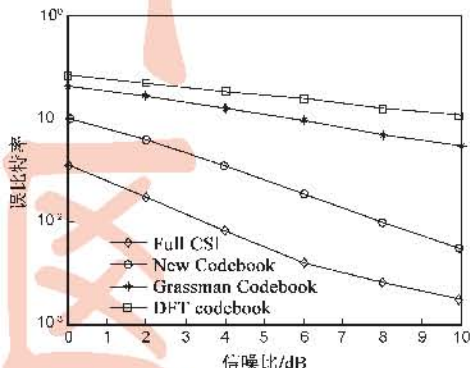


图4 各种反馈预编码方案的误码率性能比较

## 6 结论

本文给出了前向放大中继通信系统中中继端最优的预编码设计方案, 并在此基础上, 给出了一种中继预编码码本的设计方案, 仿真结果表明, 基于新码本的有限反馈中继预编码方案的系统性能随着反馈比特数的增加接近完全反馈下的系统性能, 且在相同反馈比特数

下的系统容量和误码率均明显优于将传统 MIMO 通信系统中的 Grassmannian 码本或随机码本直接应用于中继系统的有限反馈预编码方案。

#### 参考文献:

- [1] Pabst R, Walke B H, Schultz D C. Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband radio[J]. IEEE Communication Magazine, 2004, 42(9): 80-89.
- [2] Medina O M, Vidal J, Agustin A. Linear transceiver design in nonregenerative relays with channel state information[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 2593-2604.
- [3] Tang X J, Hua Y B. Optimal design of non-regenerative MIMO wireless relays[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(4): 1398-1407.
- [4] Guan W, Luo H W, Chen W. Linear relaying scheme for MIMO relay system with QoS requirements[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15(12): 697-700.
- [5] Behbahani A S, Merched R. Optimizations for a MIMO relay network[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 5062-5072.
- [6] Khoshnevis B, Wei Yu, Adve R. Grassmannian beamforming for MIMO amplify-and-forward relaying[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(8): 1397-1407.
- [7] Zhao Yi, Adve R, Lim T J. Beamforming with limited feedback in amplify-and-forward cooperative networks[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. Washinton: IEEE Communications Society Press, 2007. 3457-3461.
- [8] 樊昌信, 张甫诤, 徐炳祥等. 通信原理[M]. 第4版. 北京: 国防工业出版社, 2001. 37-41.

- [9] Love D J, Heath Jr R W, Strohmer T. Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2735-2747.
- [10] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 第1版. 北京: 清华大学出版社, 2004. 540-541.
- [11] Mulkavilli K K, Sabharwal A, Eldip E. On beamforming with finite rate feedback in multiple-antenna systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2562-2579.
- [12] Gersho A, Gray R M. Vector Quantization and Signal Compression[M]. Boston: Kluwer, 1992. 156-159.

#### 作者简介:



李 汀 男, 1979 出生, 东南大学信息科学与工程学院在读博士, 主要研究方向: MIMO 通信信号处理, 多用户信号处理。  
E-mail: seuliting@163.com



杨绿溪 男, 1964 出生, 博士, 东南大学信息科学与工程学院教授, 博士生导师, 主要研究方向: 下一代移动通信中的信号处理。