

# 基于重叠子孔径极坐标算法的波前弯曲效应的补偿

唐 禹<sup>1</sup>, 邢孟道<sup>1</sup>, 保 铮<sup>1</sup>, 王岩飞<sup>2</sup>

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西西安 710071; 2. 中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 聚束 SAR 模式是获得高分辨率雷达图像的一种有效的方法. 用经典的极坐标算法重建聚束 SAR 图像时, 波前弯曲效应会导致远离图像中心处的点散焦. 本文通过对波前弯曲产生的机理以及经典极坐标算法下空变相位误差的分析, 提出了一种可以在成像过程中补偿波前弯曲效应的重叠子孔径极坐标算法, 该算法可以有效的增大极坐标算法的成像面积, 可以应用于 P 波段成像和超高分辨率成像中.

**关键词:** 波前弯曲重建; 极坐标算法 (PFA); 重叠子孔径

**中图分类号:** TN975 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2008) 06-1108-06

## Wavefront Curvature Compensation Based on Overlapped Subaperture Polar Format Algorithm

TANG Yu<sup>1</sup>, XING Meng-dao<sup>1</sup>, BAO Zheng<sup>1</sup>, WANG Yan-fei<sup>2</sup>

(1. National Lab for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shanxi 710071, China;

2. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Spotlight SAR is an effective way to obtain high resolution radar imagery. The effect of the wavefront curvature will defocus the point far away from the imagery center by the classical polar format algorithm. We analyse the mechanism of wavefront curvature and space variant phase error in polar format algorithm, then present an overlapped sub-aperture polar format algorithm of the wavefront curvature correction during the course of SAR imaging, which can increase the imaging area for PFA algorithm and can be used in P band imaging and ultra high resolution imaging.

**Key words:** wavefront curvature correction; polar format algorithm (PFA); overlapped subaperture

### 1 引言

聚束 SAR 成像模式是通过控制天线照射地面固定区域来提高方位向的分辨率, 经典的极坐标算法<sup>[1,2]</sup>是重建聚束 SAR 图像的一种有效的方法. 极坐标算法以图像中心点作为运动补偿的参考点, 对距离向和方位向进行去斜率处理后, 对数据进行极坐标到直角坐标的插值, 进行二维的逆傅立叶变换就可以重建图像. 由于在极坐标算法中采取了平面波近似, 因此极坐标算法不能补偿球面波的波前弯曲效应. 用极坐标算法处理时, 波前弯曲效应会导致图像的几何失真以及产生空变的散焦, 图像的几何失真是由于波前弯曲的一次相位误差分量造成的, 图像的空变的散焦是由于波前弯曲的二次相位误差分量造成的. 图像的散焦函数是图像位置的函数, 越远离图像中心点图像散焦越严重. 因此用极坐标算法处理聚束 SAR 数据时, 必须要把图像的大小限制

在一定的范围内<sup>[1]</sup>, 然而随着方位向分辨率的提高, 用极坐标成像的面积会越来越小. 为了获得全孔径的聚束 SAR 图像, 必须要补偿由波前弯曲效应引起的空变的失真和散焦. C. V. Jakowatz, Jr., D. E. Wahl, P. A. Thompson 提出了一种在极坐标算法下波前弯曲的校正方法<sup>[3]</sup>, 该方法是在图像域进行逆滤波来校正波前弯曲效应的, 波前弯曲效应的校正与极坐标算法是完全分开的. 尽管该方法能够较好的校正波前弯曲效应, 但其额外增加了计算量. 而我们更希望在极坐标的成像过程中通过相位补偿来校正波前弯曲效应, 这样做有着更高的计算效率, 更适合实时处理. Burns, B. L., J. T. Cordaro 以及 A. W. Dorr 提出了的 OSA<sup>[4]</sup> 算法以及 TSA<sup>[5]</sup> 算法能够校正空变相位误差的成像算法, 然而该算法的关键是要实时的改变雷达频率, 相位, PRF 及 dechirp 接收后信号的 pulse-to-pulse 的 A/D 采样频率<sup>[5,6]</sup>. 而在我们的系统中, 雷达频率, 相位, 及 AD 采样率经常是固定不变的, 而且在很

收稿日期: 2007-01-26; 修回日期: 2007-11-20

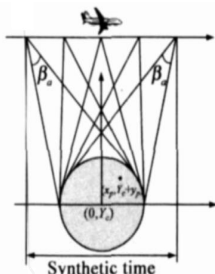
基金项目: 自然科学基金 (No. 60502044); 新世纪优秀人才支持计划 (No. NCET-06-0861)

多情况下,接收机并没有采用 dechirp 技术.上述这些因素都限制了 Burns, B. L, J. T. Cordaro<sup>[4]</sup>和 A. W. Dorry<sup>[5]</sup>提出的方法的应用.

本文讨论了在没有采用去斜接收机时波前弯曲效应产生机理,以及平面波近似下的残余空变相位误差,并且分析了这些空变相位误差对雷达图像质量的影响,在此基础上提出了聚束 SAR 数据经过二维插值后,用重叠子孔径校正波前弯曲效应的算法,该算法是在成像过程中对波前弯曲效应进行补偿的,因此有着很高的计算效率.仿真表明:该方法可以很好的校正由平面波近似引起的波前弯曲效应,能有效的增大极坐标算法的成像面积.

## 2 波前弯曲效应产生机理

聚束 SAR 是通过控制天线的扫描速度使天线始终照射同一区域来提高 SAR 的方位向分辨率的<sup>[1,2]</sup>,聚束 SAR 的示意图如图 1 所示,为了方便起见,在这里我们只讨论二维的情况,即只讨论斜平面成像的情况.



在图 1 中  $a$  为天线的波束宽度,假设发射信号为调频斜率  $K_r$  的调频信号,信号的载频为  $f_c$ , 图 1 聚束 SAR 示意图为了方便,只讨论正侧照射的情况,天线的波束中心指向  $(0, Y_c)$  处,在  $(x_p, Y_c + y_p)$  处有一个点目标,当飞机位于  $u$  时,接收到的回波为<sup>[11]</sup>:

$$S_{\text{spotlight}}(t, u) = \exp(j \cdot K_r \cdot (t - t_0)^2) \text{rect}\left(\frac{t - t_0}{T_s}\right) \exp(-j \cdot 2 \cdot f_c \cdot t_0) \quad (1)$$

上式中  $t_0 = 2 \sqrt{(x_p - u)^2 + (Y_c + y_p)^2} / c$ ,  $T_s$  是发射脉冲持续时间.

对式(1)中的变量  $t$  做傅立叶变换得到:

$$S_{\text{spot}}(k, u) = P(\cdot) \exp\left(-j \cdot 2 \cdot (c \cdot \sqrt{(x_p - u)^2 + (Y_c + y_p)^2} / c)\right) \quad (2)$$

上式中  $P(\cdot)$  是  $\exp(-j \cdot K_r \cdot t^2) \text{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$  的傅立叶变换,  $c = 2 \cdot f_c$ .

用如下的相位因子与上式相乘:

$$S_{\text{comp}}(\cdot, u) = P^*(\cdot) \exp\left[j \cdot (c \cdot \frac{2 \sqrt{u^2 + Y_c^2}}{c})\right] \quad (3)$$

$$S(\cdot, u) = S_{\text{spot}}(\cdot, u) \cdot S_{\text{comp}}(\cdot, u) = |P(\cdot)|^2 \exp\left[-j \cdot 2 \cdot (c \cdot \frac{\sqrt{(x_p - u)^2 + (Y_c + y_p)^2} - \sqrt{u^2 + Y_c^2}}{c})\right] \quad (4)$$

将  $\sqrt{(x_p - u)^2 + (Y_c + y_p)^2}$  在  $(0, 0)$  处做泰勒级数展

开:

$$\sqrt{(x_p - u)^2 + (Y_c + y_p)^2} = \sqrt{u^2 + Y_c^2} + \frac{-u}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}} x_p + \frac{Y_c}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}} y_p + (x_p, y_p) \quad (5)$$

上式中  $(x_p, y_p)$  为关于  $x_p$  和  $y_p$  的高次项.将式(5)带入式(4)可得

$$S(\cdot, u) = |P(\cdot)|^2 \exp\left[-j \cdot k \cdot \left(\frac{-u}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}} x_p + \frac{Y_c}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}} y_p + (x_p, y_p)\right)\right] \quad (6)$$

上式中  $k = 2 \cdot (c \cdot \frac{1}{c}) / c$ .

令  $k_x = k \cdot \frac{-u}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}}$ ,  $k_y = k \cdot \frac{Y_c}{\sqrt{u^2 + Y_c^2}}$ , 式(6)可以化

简为:

$$S(k_x, k_y) = |P(k_x, k_y)|^2 \exp(-j \cdot (x_p k_x + y_p k_y + (k_x, k_y, x_p, y_p))) \quad (7)$$

相位误差项  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  与  $(x_p, y_p)$  有如下的关系:

$$(k_x, k_y, x_p, y_p) = k \cdot (x_p, y_p) \quad (8)$$

上式中  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ,  $u = -k_x Y_c / k_y$ .

因此可以求出  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  的解析表达式为:

$$(k_x, k_y, x_p, y_p) = \left(\frac{k_x}{k_y} Y_c + x_p\right)^2 + (Y_c + y_p)^2 \cdot \sqrt{k_x^2 + k_y^2} - \frac{Y_c}{k_y} (k_x^2 + k_y^2) - k_x x_p - k_y y_p \quad (9)$$

当成像面积比较小时,  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  很小,故可以忽略,此时即为平面波假设.然而当成像面积比较大时,  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  超出了一定的范围,一般取为  $\pi/4$ ,忽略  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  就会产生波前弯曲效应.

图像空变散焦和畸变主要是由  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  中关于  $k_x$  和  $k_y$  的低次项引起的,将  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  用二阶级数展开成如下形式:

$$(k_x, k_y, x_p, y_p) = 00 + 10 \cdot k_x + 01 \cdot (k_y - k_0) + 20 k_x^2 + 11 k_x (k_y - k_0) + 02 (k_y - k_0)^2 \quad (10)$$

上式中:  $r, s = \left(\frac{1}{r! \cdot s!}\right) \left(\frac{\partial^{r+s}}{\partial k_x^r \partial k_y^s} (k_x, k_y, x_p, y_p)\right)_{k_x=0, k_y=k_0}$

其中,  $k_0 = \frac{2 \cdot c}{c}$ .

可以求出:

$$00 = k_0 \left(\sqrt{x_p^2 + (Y_c + y_p)^2} - Y_c - y_p\right) \quad (11)$$

$$10 = \frac{Y_c x_p}{\sqrt{x_p^2 + (Y_c + y_p)^2}} - x_p \quad (12)$$

$$01 = \sqrt{x_p^2 + (Y_c + y_p)^2} - Y_c - y_p \quad (13)$$

$$20 = \frac{1}{2 k_0} \left(\sqrt{x_p^2 + (Y_c + y_p)^2} + \frac{Y_c^2 (Y_c + y_p)^2}{(x_p^2 + (Y_c + y_p)^2)^{3/2}} - 2 Y_c\right) \quad (14)$$

$$i_1 = 0 \quad (15)$$

$$i_2 = 0 \quad (16)$$

$i_0$  是  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  的常数项,它对成像没有影响,  $i_{10}$  和  $i_{01}$  是  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  关于  $k_x$  和  $k_y$  的一次分量,它会使雷达图像产生空变几何畸变.  $i_{20}$  是关于  $k_x$  的二次项,它会使雷达图像产生空变的散焦.  $(k_x, k_y, x_p, y_p)$  展开式表明:用极坐标算法成像时,在距离向和方位向会产生空间的几何畸变,而空间的散焦只发生在方位向上.

当成像区域较小时,即  $|x_p|, |y_p| \ll Y_c$ , 对式(14)用二阶泰勒展开可得:

$$i_{20} = \frac{y_p^2 - x_p^2}{2 Y_c k_0} \quad (17)$$

当用平面波假设时,波前弯曲效应可以忽略的条件为<sup>[6]</sup>:

$$|i_{20} k_0^2| < 1/4 \quad (18)$$

式中  $k_{x0}$  是  $k_x$  的最大值. 结合式(17)和(18),可以求出经典极坐标算法成像的最大半径为:

$$D_x < x \sqrt{2 Y_c / \lambda} \quad (19)$$

$$D_y < x \sqrt{2 Y_c / \lambda} \quad (20)$$

上两式中,  $x$  为方位向的分辨率,  $\lambda$  为发射的波长.

### 3 重叠子孔径极坐标算法

上节分析了在极坐标算法中波前弯曲效应对极坐标算法的影响. 本节介绍的重叠子孔径极坐标算法,该算法可以在成像的过程中补偿空变的二次相位误差,校正波前弯曲效应,成像和相位补偿过程是同步进行的. 重叠子孔径极坐标算法的流程图如图2所示:

在图2中,距离向傅立叶变换,  $S_{\text{comp}}(\omega, u)$  相位补偿,距离向插值和方位向插值是经典的极坐标算法的流程,经过距离向和方位向插值后,完成了直角坐标到极坐标的转换,为了校正波前弯曲效应所引起的二次相位误差,我们将数据沿方位向分成若干个重叠的子孔径,然后经过子孔径内部的逆傅立叶变换,这可以看成是方位向的粗处理,经过方位向的粗处理后,我们可以得到一系列的低位向分辨率的 SAR 图像;然后是进行距离向的逆傅立叶变换,这相当于对距离向进行成像;然

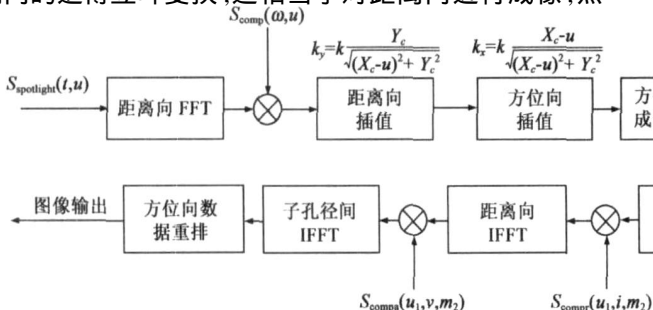


图2 重叠子孔径极坐标算法处理流程图

后进行方位向子孔径间的逆傅立叶变换,此过程可以看作是将若干个低分辨率的图像合成一副高分辨率的 SAR 图像,这一步也叫做方位向的精处理;由于此时方位向的数据存储在一个二维空间中,最后进行方位向数据重新排列就得到了高分辨率的 SAR 图像.下面对以上各个步骤进行详细的分析.

通过上节的分析得出,经过插值后,聚束 SAR 的回波模型如式(7)所示:

$$S(k_x, k_y) = |P(k_x, k_y)|^2 \exp(-j(x_p k_x + y_p k_y + (k_x, k_y, x_p, y_p)))$$

将式(10)代入上式可得经二维插值后聚束 SAR 的回波模型为:

$$S(k_x, k_y) = |P(k_x, k_y)|^2 \exp(-j(x_p k_x + y_p k_y + i_{10} k_x + i_{01}(k_y - k_0) + i_{20} k_x^2)) \quad (21)$$

将上式中  $k_x$  和  $k_y$  写成离散的形式,其中:

$$k_y = k_0 + i \quad i = -N/2 \sim N/2 - 1$$

$$k_x = n \quad n = -N/2 \sim N/2 - 1$$

因此式(21)可以写成:

$$S(n, i) = |P(n, i)|^2 \exp(-j(i_{00} + (x_p + i_{10}) \cdot k_x n + i_{20} \frac{1}{2} n^2 + i_{01} \cdot k_y i + y_p \cdot (k_0 + k_y i))) \quad (22)$$

由于  $i_{10}$ 、 $i_{01}$  和  $i_{20}$  都是地面坐标  $(x_p, y_p)$  的函数,因此要对它们做出估计才可以去除空变的相位误差. 在处理中需要将方位向分成若干个相互重叠的子孔径<sup>[4,5]</sup>,子孔径重叠的示意图如图3所示.

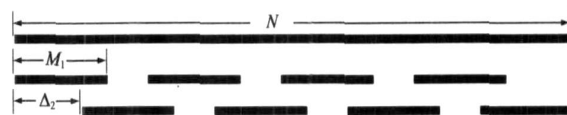


图3 方位向子孔径划分示意图

每个子孔径的最大长度为  $M_1$ ,  $M_1$  的最大值受到式(18)限制. 将方位向的数据分成如图3所示的若干个相互重叠的子孔径,在数学上相当于用  $n = m_1 + m_2$  对式(22)做变量代换. 其中  $m_1$  为子孔径内的点数,  $m_2$  为子孔径个数,由于在信号带宽内  $|P(n, i)| \approx 1$ ,化简后可得:

$$S(i, m_1, m_2) = \exp(-j(i_{01} \cdot k_y i + y_p \cdot (k_0 + k_y i))) \exp(-j(i_{00}) \cdot \exp(-j((x_p + i_{10} k_x + i_{20} \frac{1}{2} m_1^2) m_1 + i_{20} \frac{1}{2} m_2^2))) \exp(-j(x_p k_x + i_{10} k_x m_2 + i_{20} \frac{1}{2} m_2^2)) \quad (23)$$

式(23)可以分为三个部分,第一部分是式(23)的第一行,它对应着回波距离向处理,可以看出距离向处理基本上对变量  $i$  进行傅立叶变换就可以得到,但其位置中混有误差项  $i_{01}$ ,为了比较精确的得到距离向的图像,就必须去除  $i_{01}$  的影响,即对  $i_{01}$  做出估计. 第二部分是式(23)的第二行,它基本对应着方位向信

号子孔径内部的处理,除了有一个交叉项  $2 \cdot 20 \cdot 2 m_2^2 \cdot k_x$ ,  $m_1$  它表示孔径间与孔径内有一定的耦合情况,此交叉项影响着对  $x_n$  位置的粗估计.第三部分是式(23)的第三行,它表示子孔径间的信号处理,它有一个关于  $m_2$  的二次项,这一项会引起图像的散焦,但由于经过子孔径内部处理以及距离向处理以后,我们已经可以得到  $x_p$  和  $y_p$  的估计值,因此可以对  $20$  做出估计,从而去除  $20$  对成像的影响.

首先对式(23)的变量  $m_1$  进行逆傅立叶逆变换,由于  $M_1$  的选择受到式(18)的制约,满足  $|20 \cdot 2 m_1^2| < 1/4$ , 因此可以忽略.

$$S_1(u_1, i, m_2) = \sum_{m=-M_1/2}^{M_1/2-1} S(i, m_1, m_2) \exp\left(j \left[ \frac{2 \cdot u_1}{M_1} m_1 \right]\right) \\ = \text{csinc}\left(x_p \cdot k_x + 10 \cdot k_x + 2 \cdot 20 \cdot 2 m_2^2 \cdot k_x - \frac{2 \cdot u_1}{M_1}\right) \\ \exp(-j(01 \cdot k_x \cdot i + y_p \cdot (k_0 + k_x \cdot i))) \exp(-j \cdot 00) \\ \exp(-j(x_p \cdot k_x \cdot 2 m_2 + 10 \cdot k_x \cdot 2 m_2 + 20 \cdot k_x \cdot 2 m_2^2)) \quad (24)$$

$$\text{上式中 } \text{csinc}(x) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \exp(-j \cdot x \cdot n) = \frac{\sin\left(\frac{xN}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} \exp\left(j \cdot \frac{x}{2}\right).$$

通过逆傅立叶变换后,即已经对方位向子孔径内部的信号成像,此时对方位向目标的粗估计可以根据下式求出:

$$x_p \cdot k_x + 10 \cdot k_x + 2 \cdot 20 \cdot 2 m_2^2 \cdot k_x - \frac{2 \cdot u_1}{M_1} = 0 \quad (25)$$

此时方位向的粗分辨率为:

$$x_{,1} = \frac{2}{M_1 \cdot k_x} \quad (26)$$

式(25)中与  $m_2$  有关的部分表示粗分辨率的图像会随着变量  $m_2$  迁徙.因此我们必须把这种迁徙限制在一定的范围内,通常取为  $x_{,1}$  的一半<sup>[7]</sup>,即:

$$\left| 2 \cdot 20 \cdot 2 \frac{M_2}{2} \cdot k_x \right| \leq \frac{x_{,1}}{2} \quad (27)$$

式(28)是选择  $M_1$  的另外一个限制条件,此限制条件通常要比式(18)的限制条件严格.

有了此限制条件式(27)后,可以忽略  $m_2$  对式(25)的影响.因此可以求得对  $x_p$  的粗估计为:

$$\hat{x}_{p,1} = \frac{2 \cdot u_1}{M_1 \cdot k_x} - 10 \quad (28)$$

以  $\hat{x}_{p,1,0} = \frac{2 \cdot u_1}{M_1 \cdot k_x}$  为初始条件(此时对  $y_p$  的估计认为是零),对式(28)运用牛顿迭代法,很容易求出对  $x_p$  比较准确的粗估计值  $\hat{x}_{p,1}$ .

此时我们有对  $x_p$  的粗略的估计值  $\hat{x}_{p,1}$ ,而没有对

$y_p$  做出估计,即对  $y_p$  的信息一无所知,可以取  $\hat{y}_{p,1} = 0$ , 因此可以求出  $10$ 、 $01$  和  $20$  的第一次的估计值:  $\hat{10}_{1,1}$ 、 $\hat{01}_{1,1}$  和  $\hat{20}_{1,1}$ .

在经过方位向粗处理以后,我们要对距离向的信号进行处理,在对距离向信号做逆傅立叶变换之前,必须补偿  $01$  对成像的影响.我们采取如下的补偿向量:

$$S_{\text{comp},r}(u_1, i, m_2) = \exp(j(\hat{01}_{1,1} \cdot k_y \cdot i)) \quad (29)$$

由于受式(27)的限制,因此可以忽略式(24)中的  $\text{csinc}$  函数中关于  $m_2$  的项,并对式(24)做关于变量  $i$  的逆傅立叶变换,即对距离向信号进行压缩可得:

$$S_3(u_1, v, m_2) = \sum_{i=-I/2}^{I/2-1} S_1(u_1, i, m_2) \cdot S_{\text{comp},r}(u_1, i, m_2) \exp\left(j \left[ \frac{2 \cdot v}{I} i \right]\right) \\ = \exp(-j(00 + y_p \cdot k_0)) \text{csinc}\left(x_p \cdot k_x + 10 \cdot k_x - \frac{2 \cdot u_1}{M_1}\right) \\ \text{csinc}\left(\left(y_p + 01 - \hat{01}_{1,1}\right) \cdot k_y - \frac{2 \cdot v}{I}\right) \\ \exp(-j(x_p \cdot k_y \cdot 2 m_2 + 10 \cdot k_y \cdot 2 m_2 + 20 \cdot k_y \cdot 2 m_2^2)) \quad (30)$$

与方位向粗估计一样,我们可以根据下式求出对  $y_p$  的估计:

$$(y_p + 01 - \hat{01}_{1,1}) \cdot k_y - \frac{2 \cdot v}{I} = 0 \quad (31)$$

将式(34)化简求出对  $y_p$  的估计值  $\hat{y}_p$ :

$$\hat{y}_p = \frac{2 \cdot v}{I \cdot k_y} - 01 + \hat{01}_{1,1} \quad (32)$$

上式中  $01 - \hat{01}_{1,1}$  是经过补偿后  $01$  的残余误差,此时可以认为对  $01$  的估计比较准确即:

$$01 - \hat{01}_{1,1} = 0 \quad (33)$$

以  $\hat{y}_{p,0} = \frac{2 \cdot v}{I \cdot k_y}$  为初始条件,对式(32)运用牛顿迭代

法,可以求出对  $y_p$  的粗估计值  $\hat{y}_p$ .

此时距离向的名义分辨率(采样间隔)为:

$$y = 2 / (I \cdot k_y) \quad (34)$$

此时我们有对  $x_p$  的粗估计值  $\hat{x}_{p,1}$  和对  $y_p$  的估计值  $\hat{y}_p$ , 可以出  $10$ 、 $01$  和  $20$  的第二次的估计值:  $\hat{10}_{2,2}$ 、 $\hat{01}_{2,2}$  和  $\hat{20}_{2,2}$ .

在进行孔径间的逆傅立叶变换之前,必须补偿  $10$  和  $20$  对成像的影响.我们采取如下的补偿向量:

$$S_{\text{comp},a}(u_1, v, m_2) = \exp(j(\hat{x}_{p,1} \cdot k_x \cdot 2 m_2 + \hat{10}_{2,2} \cdot k_x \cdot 2 m_2 + \hat{20}_{2,2} \cdot k_x \cdot 2 m_2^2)) \quad (35)$$

$$S_4(u_1, v, m_2) = S_3(u_1, v, m_2) \cdot S_{\text{comp},a}(u_1, v, m_2) \\ = \text{csinc}\left(x_p \cdot k_x + 10 \cdot k_x - \frac{2 \cdot u_1}{M_1}\right) \\ \exp(-j(00 + y_p \cdot k_0)) \text{csinc}\left(\left(y_p + 01 - \hat{01}_{1,1}\right) \cdot k_y - \frac{2 \cdot v}{I}\right)$$

$$\exp(-j((x_p - \hat{x}_{p,1})_{k_x}^2 m_2 + (10 - \hat{10}_{10,2})_{k_x}^2 m_2 + (20 - \hat{20}_{20,2})_{k_x}^2 m_2^2)) \quad (36)$$

式(36)中最后一行中有一个关于  $m_2$  的二次项,此二次项会影响方位向处理的精度,在经过距离向处理后,我们可以认为在一定成像范围内对  $20$  的估计足够准确,满足  $\left| (20 - \hat{20}_{20,2})_{k_x}^2 m_2^2 \right| \ll \frac{1}{4}$ ,故可以忽略.此限制条件,限制着重叠子孔径极坐标算法的成像区域的大小.对方位向的精处理可以通过对变量  $m_2$  做逆傅立叶变换来实现:

$$S_5(u_1, v, u_2) = \sum_{m_2 = -M_2/2}^{M_2/2-1} S_4(u_1, v, m_2) \exp\left\{j\left[\frac{2 \cdot u_2}{M_2} m_2\right]\right\} \\ = \exp(-j(100 + y_p \cdot k_0)) \text{csinc}\left[x_p_{k_x} + 10_{k_x} - \frac{2 \cdot u_1}{M_1}\right] \\ \text{csinc}\left[\left(y_p + 101 - \hat{10}_{10,1}\right)_{k_y} - \frac{2 \cdot v}{I}\right] \\ \text{csinc}\left[\left(x_p - \hat{x}_{p,1}\right)_{k_x}^2 + \left(10 - \hat{10}_{10,2}\right)_{k_x}^2 - \frac{2 \cdot u_2}{M_2}\right] \quad (37)$$

与前面分析一样,我们可以根据下式求出对  $x_p$  的第二次估计估计:

$$(x_p - \hat{x}_{p,1})_{k_x}^2 + \left(10 - \hat{10}_{10,2}\right)_{k_x}^2 - \frac{2 \cdot u_2}{M_2} = 0 \quad (38)$$

将式(38)化简求出对  $x_p$  的估计值  $\hat{x}_{p,2}$ :

$$\hat{x}_{p,2} = \frac{2 \cdot u_2}{M_2 \cdot k_x^2} - 10 + \hat{10}_{10,2} + \hat{x}_{p,1} \quad (39)$$

上式中  $10 - \hat{10}_{10,2}$  是经过补偿后  $10$  的残余误差,此时可以认为对  $10$  的估计比较准确即:

$$10 - \hat{10}_{10,2} \approx 0$$

因此对  $x_p$  的精估计值为:

$$\hat{x}_{p,2} = \frac{2 \cdot u_2}{M_2 \cdot k_x^2} + \hat{x}_{p,1} \quad (40)$$

将式(28)代入上式可得:

$$\hat{x}_{p,2} = \frac{2 \cdot u_2}{M_2 \cdot k_x^2} + \frac{2 \cdot u_1}{M_1 \cdot k_x} - 10 \\ = \frac{2}{M_2 \cdot k_x^2} \left[ \frac{M_2}{M_1} u_1 + u_2 \right] - 10 \quad (41)$$

此时方位向的分辨率为:

$$\Delta x_{x,2} = \frac{2}{M_2 \cdot k_x} \quad (42)$$

此时二维的 SAR 图像是存储在一个三维空间内,其中方位向占用了两维,因此必须将方位向数据重新排列,把 SAR 图像重新还原到二维空间.我们采用如下的变量代换<sup>[4,5]</sup>:

$$u = (M_2/2/M_1) u_1 + u_2 \quad (43)$$

在实际操作中  $M_2/2/M_1$  取为整数,通过以上变量

代换后,即对方位向数据进行重新排列后,就可以重建 SAR 图像,下面将分析用重叠子孔径极坐标算法对成像区域大小的限制问题.成像区域的大小主要取决于对误差项  $10$ 、 $01$  和  $20$  估计的准确程度,他们直接影响着残余二次相位误差的大小,成像区域的大小应该由图像边缘处残余二次相位误差的大小来确定,其限制条件为:

$$\left| \left( 20 - \hat{20}_{20,2} \right)_{k_x}^2 \left( M_2/2 \right)^2 \right| \ll \frac{1}{4}$$

结合式(17),可以求出重叠子孔径极坐标算法的成像区域方位向的长度为:

$$D_x < \Delta x_{x,2} \sqrt{\frac{2 Y_c}{\lambda} + \frac{2 Y_c k_0 \left| \hat{20}_{20,2} \right|}{\lambda \Delta x_{x,2}}} \quad (44)$$

同样可以求出重叠子孔径极坐标算法成像区域距离向的长度为:

$$D_y < \Delta x_{x,2} \sqrt{\frac{2 Y_c}{\lambda} + \frac{2 Y_c k_0 \left| \hat{20}_{20,2} \right|}{\lambda \Delta x_{x,2}}} \quad (45)$$

经典极坐标算法的成像区域的大小为:

$$D_x < \Delta x \sqrt{\frac{2 Y_c}{\lambda}} \quad (46)$$

$$D_y < \Delta x \sqrt{\frac{2 Y_c}{\lambda}} \quad (47)$$

在实际操作中通常取  $2 M_2 \approx N$ ,因此有  $\Delta x_{x,2} \approx \Delta x$ ,比较式(44)~(47)可以看出用重叠子孔径极坐标算法成像区域要比经典极坐标成像面积要大.

#### 4 仿真实验

为了验证波前弯曲效应对成像的影响,以及重叠子孔径极坐标算法对波前弯曲效应重建的效果,为了减小仿真时数据的计算量,采用了 P 波段数据,采用的机载飞行参数如表 1 所示.

表 1 仿真参数

发射带宽(MHz)	150
采样频率(MHz)	210
波长(m)	0.6
中心作用距离(m)	3000
方位向分辨率(m)	1
飞行速度(m/s)	150

在仿真中,选取了 33 个点目标,位于图像中心处的点目标的作用距离是 3000m,其余各点均匀分布在半径差为 50m 的 4 个同心圆上.仿真结果如图 4 所示.水平方向为距离向,垂直方向为方位向.

在没有进行波前弯曲重建之前,离中心点最近的圆周上的点聚焦良好,其余的点都有不同程度的散焦,在图像的边缘处,散焦已经非常严重.此时的仿真结果如图 4(a), (b), (c) 所示.用重叠子孔径极坐标算法重建图像后,不仅图像中心处的点聚焦良好,如图 4(e) 所示,而且可以补偿图像边缘处的波前弯曲效应,使图像聚焦良好,如图 4(f) 所示.仿真表明:重叠子孔径极坐标

算法可以很好的校正波前弯曲效应,有效的增大极坐标 算法的成像面积.

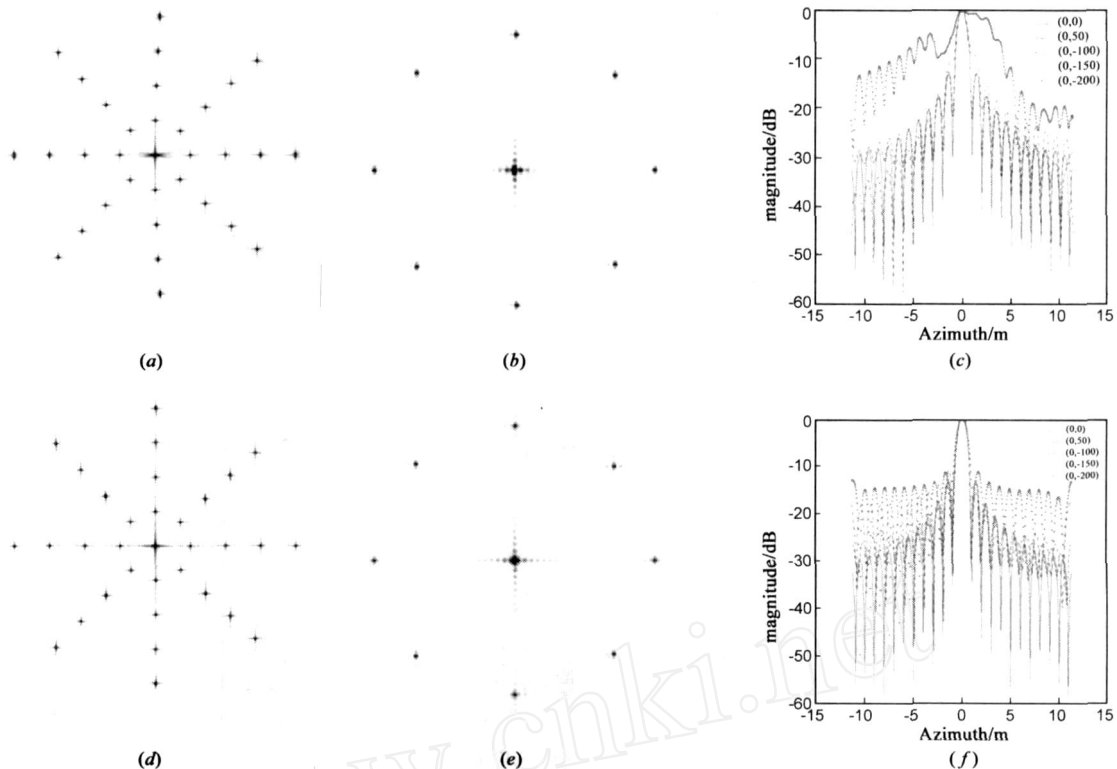


图 4 (a) 极坐标算法下多点目标重建; (b) 极坐标算法下距中心点最近的 9 个点目标; (c) 极坐标算法下位于不同半径上的点目标的方位向的响应; (d) 重叠子孔径极坐标算法下多点目标重建; (e) 重叠子孔径极坐标算法下距中心点最近的 9 个点目标; (f) 重叠子孔径极坐标算法下位于不同半径上的点目标的方位向的响应

## 5 结束语

本文通过对没有采用去斜接收技术时波前弯曲效应产生的机理进行了详细的分析,分析表明:在经典极坐标算法下,空变的相位误差是影响图像质量的主要原因.本文提出的重叠子孔径极坐标算法可以很好的补偿波前弯曲效应,有效的增大了极坐标算法的成像面积,该算法对波前弯曲效应的补偿和成像是同时完成的,有着较高的计算效率,与 OSA 算法以及 TSA 算法相比该算法不需要实时的改变雷达系统参数,并且可以工作在没有采用去斜接收技术的系统中.通过仿真实验表明重叠子孔径极坐标算法可以很好的去除波前弯曲效应.该算法可以应用于 P 波段 SAR 成像和超高分辨率 SAR 成像中.

## 参考文献:

- [1] Mehrdad Soumekh. Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1999.
- [2] Walter G Carrara, Ron S Goodman, Ronald M. Majewski: Spotlight Synthetic Aperture Radar Signal Processing Algorithms [M]. Boston & London: Artech House, 1995.
- [3] Jakowatz C V, Wahl Jr D E, Thompson P A. Space-variant fil-

tering for correction of wavefront curvature in spotlight mode SAR imagery formed via polar formatting [J]. Proc of SPIE, 1997, 3070(4): 33 - 42.

- [4] Burns B L, Cordaro J T. SAR image formation algorithm that compensates for the spatially variant effects of antenna motion [J]. Proc of SPIE, 1994, 2230(4): 14 - 24.
- [5] Doerry Armin W. Patch diameter limits for tiered subaperture SAR image formation algorithms [J]. Proc of SPIE 1995, 2487 (6): 132 - 143.
- [6] Walker Jack L. Range-Doppler imaging of rotating objects [J]. IEEE Trans AES, 1980, AES-16(1): 23 - 51.

## 作者简介:

唐 禹 男, 1976 年 9 月出生于内蒙古呼和浩特, 1999 年 7 月毕业于西安电子科技大学电子科学与技术专业, 获工学学士学位. 2006 年 7 月获中国科学院电子学研究所通信与信息系统专业工学博士学位, 现为西安电子科技大学讲师. 主要从事 SAR 成像算法、运动补偿算法以及新体制雷达的研究. E-mail: tangyu0905@yahoo.com.cn

邢孟道 男, 1975 年 11 月出生于浙江, 1997 年 7 月在西安电子科技大学工程学院获工学学士学位, 同年免试推荐为该校雷达信号处理国家重点实验室硕博连读生, 2002 年 5 月获西安电子科技大学信号与信息处理专业工学博士学位, 现为西安电子科技大学教授. 发表论文 140 余篇, 承担课题十余项. 主要研究方向为雷达成像、目标识别和天波超视距雷达信号处理. E-mail: xmd@xidian.edu.cn