

基于 Wasserstein 距离的局部能量分割模型

钱晓华, 郭树旭, 李雪妍

(吉林大学电子科学与工程学院, 吉林长春 130012)

摘 要: 提出了一种基于 Wasserstein 距离和图像局部区域直方图信息的非参数活动轮廓分割模型. 用该距离对图像中不同区域的直方图进行比较, 提高了相似性衡量的准确性; 引入高斯内核函数来获取图像局部区域直方图信息, 并将信息嵌入模型指导轮廓演化, 以克服由于亮度不均造成的图像分割困难; 通过水平集规范项提高计算精度并避免水平集演化的重新初始化. 实验结果表明, 本模型能够对亮度不均的无序特征图像进行有效准确的分割.

关键词: 图像分割; 高斯内核; Wasserstein 距离; 直方图

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1468-05

Wasserstein Distance Based Local Energy Model of Segmentation

QIAN Xiao-hua, GUO Shu-xu, LI Xue-yan

(College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China)

Abstract: A nonparametric Wasserstein distance-based active contour model that is able to utilize image histogram information in local region is presented. To quantify the similarity between two regions, we proposed to compare their respective histograms using the Wasserstein distance; Due to a Gaussian kernel introduced, intensity information in local regions is extracted and embedded in model to guide the motion to overcome the difficulties in image segmentation caused by intensity inhomogeneities. In addition, the regularity of the level set function is intrinsically preserved by the level set regularization term to ensure accurate computation and avoids expensive reinitialization of the evolving level set function. Experiment results prove that our model segments texture images with intensity inhomogeneity effectively.

Key words: image segmentation; Gaussian kernel; Wasserstein distance; histogram

1 引言

参数区域活动轮廓模型已被广泛应用于图像分割, 其中优点之一就是能够整合区域和边界信息. 典型代表是 Chan-Vese 模型^[1], 能在无明显边界时分割目标和背景; 文献[2]中改进模型, 引入几何惩罚项, 完全避免了轮廓的重新初始化; 局部区域改进模型又提高了抗噪声性^[3~5]. 但是此类模型均建立在如下假设之上: 前景和背景亮度是均匀的, 灰度值的概率密度分布函数均服从相同参数的高斯分布. 由于自然场景中的一些图像亮度不均匀, 相应的直方图无特定统计特性, 并不服从高斯分布也没有特定的几何形状. 因此, 参数活动轮廓模型并不适合对这类图像进行分割.

非参数活动轮廓模型是通过像素的概率密度分布函数或直方图来分割图像. 在文献[6, 7]中, 提出了最大化区域标签和图像像素之间互信息的模型; 在文献[8, 9]中提出了最小化目标直方图和目标参考直方图之间 Chi-2 函数的模型. 这类模型对直方图分布明显的有序

特征图像能进行有效分割. 但是 Chi-2 距离并不适合比较直方图, 对无序特征图像分割效果不理想. 文献[10]中又提出了基于变化区域中直方图信息的邻域直方图分割模型来对无序特征图像进行分割. 上述非参数模型均要求图像亮度均匀, 但现实图像中存在大量亮度不均现象, 这又限制了这类非参数区域模型的广泛应用.

为克服亮度不均图像的分割困难, 针对上述方法的不足, 本文在定义局部能量变分公式时引入核函数, 这样局部区域直方图信息就被嵌入到能量模型中. 同时每个像素具有其邻域内直方图, 模型使用最优传输距离来衡量不同直方图间的相似性^[11, 12], 提高比较精度. 本文先给出了最优传输距离理论, 再对能量模型和水平集函数进行了推导, 并定义了图像分割准确率公式, 最后对该模型作了实验和分析.

2 Wasserstein 距离

最优传输理论问题是在两个概率测度间寻找一种最有效的传输方案. 给定两个概率测度空间 (M, α) 和

(N, β) , ζ 是构造空间 $M \times N$ 的概率测度, $\Gamma(\alpha, \beta) = \{\zeta \in P(M \times N) : \text{对一切可测集间 } X \in M \text{ 与 } Y \in N, \zeta[X \times N] = \alpha(M) \text{ 和 } \zeta[Y \times M] = \beta(N)\}$ 是可承受传输方案集. 给定代价函数 $d: X \times N \rightarrow R$, 相关方案 $\zeta \in \Gamma(\alpha, \beta)$, 总传输代价为 $Y[\zeta] = \int_{M \times N} d(x, y) d((x, y))$. α 与 β 间最优传输代价是 $T_d(\alpha, \beta) = \inf Y[\zeta]$, 而 $\zeta \in \Gamma(\alpha, \beta)$

当 α 与 β 在 R 上, $d(x, y) = |x - y|$, 则 Wasserstein 距离定义为最优传输函数的近似:

$$\begin{aligned} W(\alpha, \beta) &= \int_0^1 |F^{-1}(t) - G^{-1}(t)| dt \\ &= \int_R |F(x) - G(x)| dx \end{aligned} \quad (1)$$

其中 F 和 G 分别是 α 与 β 的累积分布函数.

Wasserstein 距离作为在测度空间中两个概率分布间的距离函数, 适合判断两个直方图间的相似性. 设 $P_a(y)$ 和 $P_b(y)$ 是两个归一化直方图, $F_a(y)$ 和 $F_b(y)$ 是相应的累积分布函数. $P_a(y)$ 和 $P_b(y)$ 间的 Wasserstein 距离为:

$$W_1(p_a, p_b) := T_1(p_a, p_b) = \int_0^1 |F_a(y) - F_b(y)| dy \quad (2)$$

传统距离函数不能作为测度, 对狄拉克函数间的距离易产生误判. 而 Wasserstein 距离作为测度来衡量, 克服了传统距离的缺点.

3 局部能量模型

3.1 能量模型

假设图像可分为目标和背景两个区域, 且各区域内局部直方图均相同. 图像像素被赋予其邻域范围内的直方图, 将目标区域中特征像素点为中心的邻域直方图和目标区域内所有像素邻域直方图进行线性比较, 并由高斯内核函数根据该点与中心点的距离给出权值进行加权, 构成以像素点为中心的局部能量函数, 以克服图像亮度不均, 获得最佳区域分割.

给定图像 $I: \Omega \rightarrow R$, $\Omega \rightarrow R$ 是图像域. 轮廓 C 在图像域 Ω 中, 并将目标分割为内外 Ω^{in} 和 Ω^{out} 两个区域. 每个像素点 $x \in \Omega$, 其邻域累积分布函数是

$$F_{x,r}(y) := \frac{S(\{x \in B_r(x) : I(x) \leq y\})}{S(\{B_r(x)\})} \quad (3)$$

$S(\cdot)$ 是面积函数; r 为邻域半径参数; $B_r(x)$ 是以 r 为半径的 x 的邻域.

像素点 x 为区域中心时的轮廓 C 的局部能量函数定义如下:

$$\begin{aligned} \inf_c E_x(C) &:= \lambda_1 \int_{\Omega^{\text{in}}} K(x-z) W_1(P_{x,\Omega^{\text{in}}}, P_{z,r}) dz \\ &+ \lambda_2 \int_{\Omega^{\text{out}}} K(x-z) W_1(P_{x,\Omega^{\text{out}}}, P_{z,r}) dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \lambda_1 \int_{\Omega^{\text{out}}} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{in}}}(y) - F_{z,r}(y)| dy dz \\ &+ \lambda_2 \int_{\Omega^{\text{out}}} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{out}}}(y) - F_{z,r}(y)| dy dz \end{aligned} \quad (4)$$

λ_1 和 λ_2 为正常数, $F_{z,r}$ 是点 z 邻域内的累积分布函数, $F_{x,\Omega^{\text{in}}}$ 和 $F_{x,\Omega^{\text{out}}}$ 是分别近似于轮廓内外两侧点 x 附近的累积分布函数. 高斯内核函数 K 为

$$K(u) = \begin{cases} \frac{1}{a} \exp(-|u|^2/2\sigma^2), & |u| \leq \rho \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

ρ 为高斯内核函数范围参数, 系数 a 通常取 1.

在图像子域中, K 通过空间距离给出权值, 这是 K 的局部化属性, 即当 z 在 x 附近时, $K(x-z)$ 取得较大值, 而 z 远离 x 时, 值趋向于 0. 这就导致了 x 附近的 z 对 E_x 起主导作用, 而远离 x 的 z 的作用几乎可以忽略. 因此, K 将能量式 (3) 定位在以 x 为中心的局部区域上. 实质上, K 是将局部直方图信息嵌入到了以 x 为中心点的能量函数中.

对于每个中心点 x , 当轮廓 C 准确定位在目标边界时, E_x 得最小值且 $F_{x,\Omega^{\text{in}}}$ 和 $F_{x,\Omega^{\text{out}}}$ 取得最近似于轮廓内外两侧局部区域的直方图累积分布函数. 但 E_x 仅定义在以 x 为中心的局部区域上, 为找整个目标边界, 须对图像域 Ω 上所有点作为中心的局部能量最小化. 定义全域能量函数如下:

$$\begin{aligned} \inf_c E_1(C) &:= \int_{\Omega} \epsilon_x(C) dx \\ &= \lambda_1 \int_{\Omega} \int_{\Omega^{\text{out}}} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{in}}}(y) - F_{z,r}(y)| dy dz dx \\ &+ \lambda_2 \int_{\Omega} \int_{\Omega^{\text{out}}} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{out}}}(y) - F_{z,r}(y)| dy dz dx \end{aligned} \quad (6)$$

3.2 能量最小化

利用水平集方法, 将全域能量式 (6) 变为

$$\begin{aligned} \inf_{\phi} E_1(\phi) &= \lambda_1 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{in}}}(y) - F_{z,r}(y)| \\ &\times H(\phi(z)) dy dz dx \\ &+ \lambda_2 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{out}}}(y) - F_{z,r}(y)| \\ &\times (1 - H(\phi(z))) dy dz dx \end{aligned} \quad (7)$$

为规范零水平集 ϕ , 使其在演化过程中保持零水平集 ϕ 形状, 增加长度约束项

$$\Phi(\phi) := \int_{\Omega} \delta(\phi(x)) |\nabla \phi(x)| dx \quad (8)$$

为避免重新初始化, 能量泛函中再增加一规范项

$$P(\phi) := \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \phi(x)| - 1)^2 dx \quad (9)$$

整个能量函数定义为

$$\inf_{\phi} E(\phi) := E_1(\phi) + \mu \Phi(\phi) + v P(\phi) \quad (10)$$

μ 和 v 为非负常数.

使用梯度下降法对能量函数(10)最小化,得梯度下降流为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \mu \nabla_{\epsilon}(\phi) \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + v \left(\nabla^2 \phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) \\ & - \delta_{\epsilon}(\phi) \left\{ \lambda_1 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{in}}}(y) - F_{z,r}(y)| \right. \\ & \quad \left. dy dz dx \right. \\ & \left. - \lambda_2 \int_{\Omega} \int_{\Omega} K(x-z) \int_0^{255} |F_{x,\Omega^{\text{out}}}(y) - F_{z,r}(y)| \right. \\ & \quad \left. dy dz dx \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{其中 } F_{x,\Omega^{\text{in}}}(y) = \frac{K(x) * [H(\phi(x)) \times F_{x,r}(y)]}{K(x) * H(\phi(x))} \quad (12)$$

$$F_{x,\Omega^{\text{out}}}(y) = \frac{K(x) * [1 - H(\phi(x)) \times F_{x,r}(y)]}{K(x) * (1 - H(\phi(x)))} \quad (13)$$

4 实验与分析

4.1 分割准确率定义

图像分割结果的传统判断方法是对不同图像进行主观对比,缺乏数据支持.为准确衡量分割效果,引入数据分析,可定义如下分割准确率:

$$\text{分割准确率 } R := \begin{cases} \chi \times \varphi, & \varphi \geq \eta \\ 0, & \varphi < \eta \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{分割成功率 } \chi := \frac{S_{\Omega^{\text{in}}}}{S_{\Omega}} \quad (15)$$

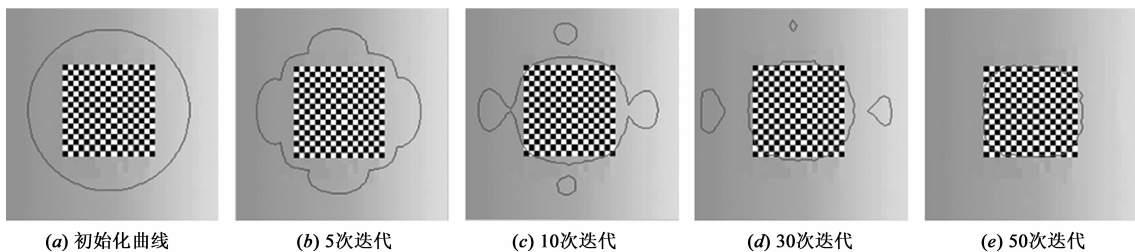


图1 偏光图像分割

图 2(a)第一列无偏光图像轮廓无收敛结果,其余图像误将亮度分布不均区域分割了出来,分割准确率均为 0.这是因为图像特征目标内像素分布不均,而 C-V 由于假设前提的限制,不能对它有效分割.由于采用了邻域直方图局部统计信息的比较,图 2(b)第一列亮度均匀的无序特征目标分割准确率能达到 0.88,其余 5 列由于亮度不均,邻域直方图法丧失正确分割目标的能力.使用 Wasserstein 距离比较直方图,能对无序特征目标进行有效分割,如图 2(c)第一列,此处 λ_1 取 28、 λ_2 取 1、 μ 取 156.其余 5 列显示在不同偏光下具有较好的分割效果,这是因为模型能有效利用图像局部直方图分布信息.

表 1 和图 4 分别给出了三种方法的分割准确率和

分割有效性

$$\varphi := \frac{\Omega^{\text{in}}}{S_C} \quad (16)$$

其中, S_{Ω} 为人工分割真实目标面积; $S_{\Omega^{\text{in}}}$ 是轮廓 C 在目标中所围面积; S_C 是 C 所围区域内面积; η 为无效分割门限参数,按实际分割要求设定,但 η 一般选为 0.4.

定义有两个优点:①引入有效因子 φ ,使 R 不仅体现目标分割成功情况,还反映分割本身效率;② η 的设置把有效性低的分割视为无效分割.

4.2 图像分割结果与分析

为验证本文模型有效性,对不同图像进行实验,并与相关经典算法对比.邻域直方图范围半径 r 和高斯内核作用范围 ρ 的选取分别依赖目标特征大小和偏光程度,此处为实验对比需要, r 取 5, ρ 取 11.时间步长 τ 取 1, v 取 0.2.

图 1 显示了在 40×40 偏光有序特征图像上的轮廓演化过程.由于光照不均,图像亮度从右至左呈递减.此处 λ_1 取 32、 λ_2 取 1、 μ 取 50.经过 50 次迭代,最终轮廓收敛于目标边界,如图 1(e).按式(14)可得图 1(e)的分割准确率在 0.95 左右,这表明本文模型能有效分割偏光有序特征图像.

图 2 是经典 C-V 法、邻域直方图法和本文模型对不同偏光程度的无序特征图像的分割结果.图 3 分别是图 2 每行偏光系数为 0、0.05、0.1、0.15、0.2、0.3 的图像对应直方图.随偏光系数的逐渐增加,图像像素向两侧延伸,像素构成复杂度也逐渐增加.

相应波形图.可以看出,随着偏光系数的增加,本文模型分割准确率始终保持在一个较高的状态,仅略微下降.实际上,根据偏光程度微调参数,分割准确率将会提高.

表 1 分割准确率

算法 \ 偏光系数						
	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.3
本文模型	0.92	0.87	0.86	0.82	0.81	0.79
邻域直方图法	0.8	8	0	0	0	0
经典 C-V 法	0	0	0	0	0	0

三种方法在不同偏光系数下的分割效果表明:经典 C-V 法不具备分割无序特征图像的能力且易受偏光性影响,邻域直方图法也无法克服偏光造成的分割困难,而本文模型能对无序特征目标进行有效分割并有

较强的抗偏光性.

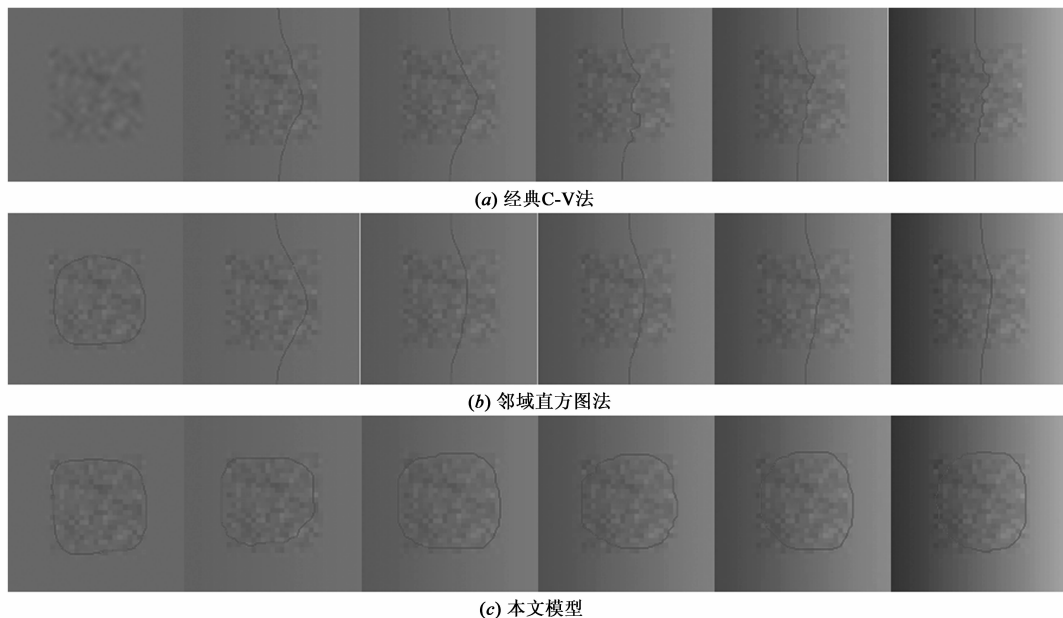


图2 三种方法在不同偏光系数下的分割效果对比图

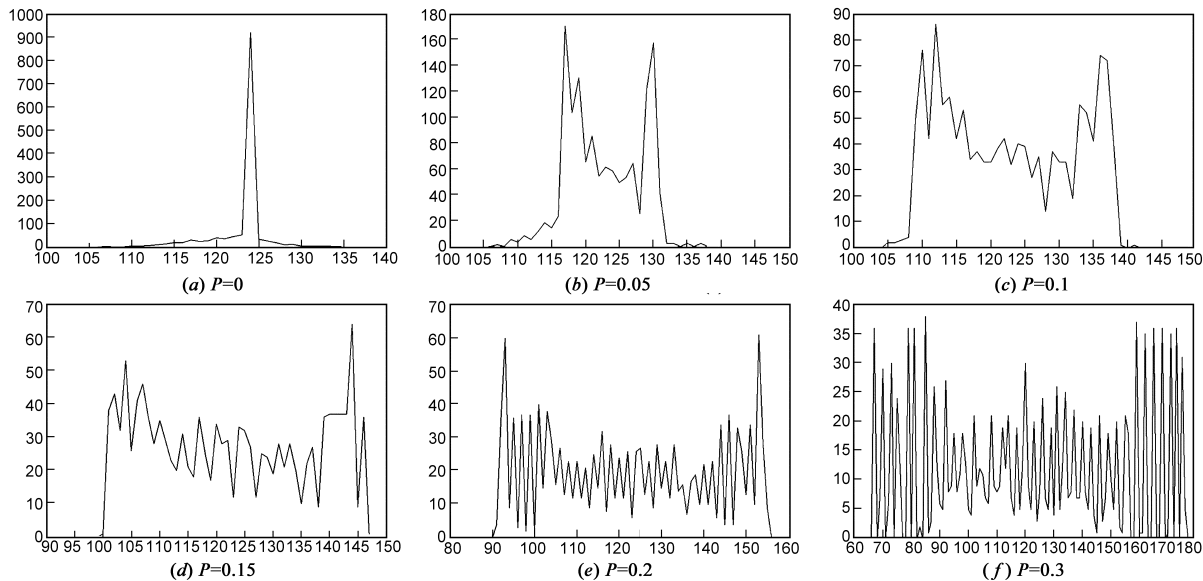


图3 对应图2每行不同偏光系数 P 的图像直方图

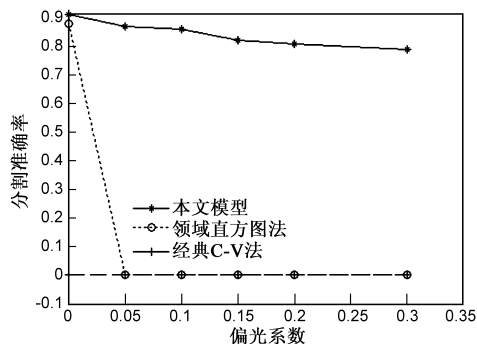


图4 分割准确率波形图

5 结论

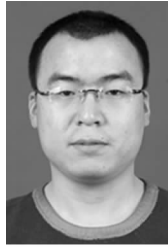
本文在水平集框架下,提出了一种新的基于区域的主动活动轮廓分割模型.模型采用 Wasserstein 距离来比较图像中不同区域的直方图,提高了相似性衡量的准确性,同时能有效利用局部区域直方图信息,克服了偏光造成的图像分割困难.准确率的定义,使我们有一种客观的衡量标准对分割效果进行判断.实验结果表明,本文模型比邻域直方图法^[10]对无序特征图像分割的准确率高,并具有较强的抗偏光性.但是,该方法仍有改进之处,即对模型参数进行自适应选取,这也是水平

集方法有待解决的问题.

参考文献:

- [1] Chan T, Vese L. Active contours without edges[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10(2): 266 – 277.
- [2] Chunming Li, Chenyang Xu, Changfeng Gui, Martin D Fox. Level set evolution without re-initialization: A new variation formulation[A]. Proc IEEE Conf Computer Vision and Pattern Recognition [C]. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2005. 430 – 436.
- [3] Chunming Li, Chiu-Yen Kao, John C Gore, Zhaohua Ding. Implicit active contours driven by local binary fitting energy[A]. Proc IEEE Conf Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2007. 1 – 7.
- [4] Chunming Li, Chiu-Yen Kao, John C Gore, Zhaohua Ding. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation[J]. IEEE Trans Image Processing, 2008, 17(10): 1940 – 1949.
- [5] Chunming Li, Rui Huang, Zhaohua Ding, Chris Gatenby, Dimitris Metaxas, John Gore. A variational level set approach to segmentation and bias correction of medical images with intensity inhomogeneity[A]. Proc Int Conf Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2008. 1083 – 1091.
- [6] A Herbulot, S Jehan-Besson, M Barlaud, G Aubert. Shape gradient for image segmentation using information theory[A]. Proc IEEE Conf Acoustics, Speech, and Signal Processing[C]. New York: IEEE Inc, 2004. III. 21 – 24.
- [7] Junmo Kim, Fisher J W, Yezzi A, Cetin M, Willsky A S. A nonparametric methods for image segmentation using information theory and curve evolution[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2005, 14(10): 1486 – 1502.
- [8] Gilles Aubert, Michel Barlaud, Olivier Faugeras, Stéphanie Jehan-Besson. Image segmentation using active contours: Calculus of variations or shape gradients[J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2003, 63(6): 2128 – 2154.
- [9] S Jehan-Besson, M Barlaud, G Aubert, O Faugeras. Shape gradients for histogram segmentation using active contours[A]. Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision[C]. Piscataway, NJ: IEEE Computer Society, 2003. 408 – 415.
- [10] Tony Chan, Selim Esedoglu, Kangyu Ni. Histogram based segmentation using wasserstein distance[A]. Scale Space and Variational Methods in Computer Vision[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2007. 697 – 708.
- [11] L V Kantorovich. On the translocation of masses[J]. Journal of Mathematical Sciences, 2006, 133(4): 1381 – 1382.
- [12] Fengyu Wang. Probability distance inequalities on Riemannian manifolds and path spaces[J]. Journal of Functional Analysis, 2004, 206(1): 167 – 190.

作者简介:



钱晓华 男, 1982 年出生于江苏省, 吉林大学电子科学与工程学院博士研究生, 主要研究方向为图像分析与模式识别.

E-mail: luguirenqian@163.com



郭树旭(通讯作者) 男, 1959 年出生于黑龙江省, 吉林大学电子科学与工程学院教授, 博士生导师, 主要研究方向为数字图像处理与分析.

E-mail: guosx@jlu.edu.cn