

小样本条件下行波管可靠性评估方法的研究

樊鹤红, 刘 盼, 赵兴群, 孙小菡

(东南大学电子器件与系统可靠性研究中心, 江苏南京 210096)

摘 要: 行波管的可靠性对许多军用装备整机系统的正常运行十分重要. 但其结构复杂、价格昂贵, 如何在小样本条件下提高其可靠性评估的精度是我们目前面临的问题. 在此情况下, 利用专家经验、历史数据等先验信息来提高其可靠性评估的精度是一个行之有效的途径. 本文基于模糊隶属函数给出了一种创建行波管可靠性模糊先验分布的方法, 并在此基础上利用 Bayes 方法实现了行波管先验与试验信息的有效融合. 对某卫星用行波管进行可靠性评估的实例表明, 采用正态型模糊先验分布的行波管可靠性 Bayes 评估可以在小样本数和试验结尾程度很高的情况下显著提高可靠性评估的精度, 同时 Bayes 估计可随试验样本信息的增加不断得到修正; 而模糊先验分布的带宽可用于调节先验信息在后验分布中所占的比重.

关键词: 行波管; 可靠性评估; 小样本数; 贝叶斯 (Bayes) 方法; 模糊先验信息

中图分类号: TN124 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 06-1394-05

Reliability Evaluation for TWT with Small Samples

FAN He-hong, LIU Pan, ZHAO Xing-qun, SUN Xiao-han

(Research Center for Reliability of Electronic Devices and Systems, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: Reliability of Traveling Wave Tubes (TWTs) are crucial for operation of many armaments. However, due to the complexity and expensiveness of TWTs, the way to precisely evaluate their reliability under small sample size is still the problem to face. In this way, prior information, such as expert experience and historical data, can be used to enhance the estimation precisions. With a fuzzy prior distribution construction method for TWTs introduced, based on fuzzy membership functions, prior information can be effectively merged with test data using Bayes method. Reliability evaluation for some satellite TWTs shows that, the precision can be enhanced notably for data with small samples or high truncation levels by using Bayes estimation with normal fuzzy prior distributions. And the estimation can be modified by increasing test information. Furthermore, the bandwidth of the normal priors can be used to adjust the proportion of prior information within the post-Bayes distributions.

Key words: Traveling Wave Tube; reliability evaluation; small samples; Bayes method; fuzzy prior information

1 引言

行波管作为许多军用装备的关键部件, 其可靠性对于整机系统的正常运行十分重要. 然而, 由于行波管结构复杂、价格昂贵, 目前我们常会面临可靠性试验数据少, 统计样本小的问题. 这种情况下, 采用经典概率统计方法评估其可靠性难以获得准确结果. 因此, 对如何充分利用有限的信息来提高可靠性评估精度进行研究是十分有意义的.

美国从上世纪 60 年代起利用电子设备可靠性预测军用手册 MIL-HDBK-217 中的失效率模型, 依据行波管的工作环境、功率、工作频率等来对行波管的可靠性进行预测. 然而, 美国电子行业协会 EIA 的统计数据表明, 根据 217E 和 217F 预测的行波管平均故障间隔时间 MTBF 比现场数据低 8 倍和 5 倍以上^[1]. 尽管如此, 217F

的说明 2 还是通过对行波管基本故障率方程和环境因子的修改^[2]将二者之比的均值修改到 2 以内. 我国的电子设备可靠性预计手册 GJB299 系列标准中也提供了类似的失效率数学模型, 其中 299A 的结果已在某些型号行波管上验证过^[3], 但大规模验证仍未见报道. 综上所述, 基于失效率数学模型的估计虽能提供有价值的参考, 但不能准确反应不同批次和管种行波管的可靠性.

在小样本条件下, 为提高评估精度, 最有效的途径即设法增加信息量. 已有 Bootstrap 方法^[4]、修正极大似然估计法^[5]、Bayes 法等被用于对小样本产品可靠性的评估. 其中 Bootstrap 方法通过仿真增广样本量实现可靠性参数估计, 但其结果一般受限于试验样本空间. 修正极大似然法利用引入了渐变参量的修正似然函数, 使得在样本数较小或结尾程度较高的情况下对平均寿命的估计结果更为稳定, 但只适合做点估计. 而 Bayes 法

可利用专家经验、历史数据等先验信息来提高可靠性评估的精度,同时评估结果随新信息的出现而不断更新.该方法已广泛用于解决各种物理问题^[6],近年来在可靠性研究中也受到越来越多的关注.

使用 Bayes 方法的关键问题是先验分布的构造.对于模糊先验信息,通常难以直接得到一个确切的先验分布,但借助模糊数学也可实现定性描述向定量描述的不确定转换^[7].此外,Bayes 先验信息与试验数据的相容性是影响评估精度的关键因素.为此,对二者进行相容性检验是必要的.定性判别的方法如图比较法、时序模型趋势比较法等,可用于直观地判断二者是否属于同一总体.定量判别法则可在一定置信水平下判断两子样的相容性,包括参数检验和非参数检验^[8].此外,在信息融合过程中还有继承因子^[9]和质量因子^[10]等可用来调整先验信息在后验分布中占的比重.

本文针对小样本情况下行波管可靠性评估的问题,基于模糊隶属函数提出了一种创建行波管可靠性模糊先验分布的方法,利用 Bayes 方法将先验信息与试验信息进行了融合.针对某型号行波管的现有可靠性数据研究了试验样本的总试验时间、样本量以及先验信息分布类型对 Bayes 后验分布、失效率估计值及估计区间的影响.实例分析表明利用该方法可在小样本情况下显著提高行波管可靠性评估的精度.本文还对先验信息与试验信息的相容性检验方法进行了讨论,并基于实例验证了提出的先验分布构造方法的适用性.

2 小样本数行波管可靠性的评估

2.1 Bayes 模糊先验分布的构造

借鉴模糊数学中隶属函数的思想,下面给出行波管可靠性模糊先验分布的构造法.

定义 设 $U = \{u\}$ 是所讨论的变量 X 的一个用数值表示的论域(即值域), A 是可用来描述 X 的一个定性的概念,对应于 U 上的一个模糊子集.对于 U 中的任意一个元素 u ,都存在一个有稳定倾向的随机数 $\mu_A(u) \in [0, 1]$ 对应于 A ,叫做 u 对 A 的隶属度,表示 u 在 A 中的资格. $\mu_A(u)$ 是 U 到闭区间 $[0, 1]$ 的一个映射,越接近于 1,则 u 属于 A 的资格就越高.

$$\mu_A(u): U \rightarrow [0, 1], u \in U$$

常用的隶属函数有三角型隶属函数、梯形隶属函数、矩形隶属函数以及正态隶属函数等.下文中我们将讨论采用三角形模糊数和正态形模糊数情况下的 Bayes 评估情形.

三角形模糊数的隶属函数可记为 (a, b, c) ,其中 $a < b < c$, a, c 为上下限,表征了模糊信息的范围(模糊边界), b 为期望值,表示模糊信息的中心:

$$\mu_A(u) = \begin{cases} (u-a)/(b-a), & a \leq u \leq b \\ (c-u)/(c-b), & b < u \leq c \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

正态型隶属函数为:

$$\mu_A(u) = e^{-(u-b)^2/(2\sigma^2)} \quad (2)$$

式中 b, σ 分别为隶属函数的期望值和半宽,代表模糊信息的中心与模糊(半)宽度.

针对具体的行波管管型,在不具备专家经验的情况下,可用行波管失效率数学模型得到失效率估计值作为 Bayes 模糊先验分布的中心值,利用行波管工作参数的波动范围或对该先验信息的信任程度得到先验分布的模糊半宽或上、下限,从而得到行波管失效率的模糊先验分布函数.

2.2 相容性检验

对于采用模糊隶属函数的先验信息,其边界是模糊的,可用显著性检验法来检验信息中心是否属于试验样本空间.设根据试验数据导出的可靠性特征量的置信分布为 $H(\theta)$,则显著水平为 α 的显著性检验置信区间 (θ_1, θ_2) 由下式确定.

$$\int_{\theta < \theta_1} H(\theta) d\theta = \frac{1-\alpha}{2} \quad (3)$$

$$\int_{\theta > \theta_2} H(\theta) d\theta = \frac{1-\alpha}{2} \quad (4)$$

若先验信息中心落在区间 (θ_1, θ_2) 内,则可接受先验信息与试验数据相容的假设.

2.3 行波管故障率的 Bayes 估计

对定数截尾行波管可靠性试验,若试验样本量为 n ,失效个数为 z ,第 i 个失效行波管的寿命为 t_i ,截尾时间为 t_0 ,则总的试验时间为 $\tau = \sum_{i=1}^z t_i + (n-z)t_0$.对失效率 λ ,因有 $2\lambda\tau \sim \chi_{2z}^2$ (χ_i^2 表示自由度为 i 的卡方分布),故 λ 的概率密度函数,即试验数据的置信分布为:

$$p(\lambda) = \frac{\tau^z}{\Gamma(z)} \lambda^{z-1} e^{-\lambda\tau} \quad (5)$$

式中 $\Gamma(z)$ 指 Γ 函数(gamma 函数).

最后,利用 Bayes 公式融合模糊先验分布和试验数据的置信分布可得到行波管可靠性参数的 Bayes 后验分布、点估计值和区间估计.

3 行波管可靠性评估实例分析

经验表明,行波管故障率与时间的关系符合“浴盆曲线”,在随机故障期,其故障率近似恒定,即服从指数型故障分布.

现以某国外通讯卫星用 4GHz(2GHz-6GHz)的行波管为例,进行可靠性分析.该行波管提供 130W(120W ~

140W)的输出功率,经试验得到 10 只该型号管子的失效时间(单位:小时)数据分别为 $\tau_1 = 56200$, $\tau_2 = 110510$, $\tau_3 = 385400$, $\tau_4 = 1204000$, $\tau_5 = 1349528$, $\tau_6 = 2020120$, $\tau_7 = 2086767$, $\tau_8 = 3212500$, $\tau_9 = 3223680$, $\tau_{10} = 6180238$,相应的行波管称为管 i 。

3.1 模糊先验分布函数

根据通讯卫星用行波管的工作环境,其环境系数 π_E 为宇宙飞行环境系数,根据 MIL-HDBK-217F-notice2, $\pi_E = 0.05$,再根据行波管失效率公式得该批行波管故障率估计值为 $\lambda_2 = 0.8063 \times 10^{-6}/\text{小时}$ 。最大和最小故障率分别由 $P = 140\text{W}$, $f = 6\text{GHz}$ 和 $P = 120\text{W}$, $f = 2\text{GHz}$ 算出,为 $\lambda_3 = 0.9757 \times 10^{-6}/\text{小时}$ 和 $\lambda_1 = 0.6663 \times 10^{-6}/\text{小时}$ 。

因此,三角模糊先验函数可写为:

$$\mu_{\lambda}(\lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda - 0.67 \times 10^{-6}}{0.14 \times 10^{-6}}, & \lambda \in [0.67 \times 10^{-6}, 0.81 \times 10^{-6}] \\ \frac{0.98 \times 10^{-6} - \lambda}{0.17 \times 10^{-6}}, & \lambda \in [0.81 \times 10^{-6}, 0.98 \times 10^{-6}] \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

若我们以 λ_2 和 λ_3 之差作为正态模糊先验函数的半宽,则 $\sigma = \lambda_2 - \lambda_3 = 0.1694 \times 10^{-6}/\text{小时}$,正态模糊先验函数为:

$$\mu_{\lambda}(\lambda) = e^{-\frac{(\lambda - 0.8063 \times 10^{-6})^2}{2 \times (0.1694 \times 10^{-6})^2}} \quad (7)$$

3.2 相容性检验

为便于分析,我们假设所获得的 10 只管子的失效数据来自于一个总样本量为 10 的定数结尾试验。理论上此试验中不同的试验时长和结尾数所对应的似然函数表示的应为同一总体的分布,然而这些似然函数却可能大不相同。出于严格起见,我们计算了试验时长分别为 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{10}$ (对应于故障数 z 分别为 1, 2, \dots , 10)时,先验分布信息中心在似然函数中所处的分位点,分别为:0.3643, 0.2082, 0.4864, 0.9298, 0.8970, 0.9537, 0.9154, 0.9603, 0.9246, 0.9563。由此可见,此先验信息的中心均处于试验数据置信分布的(0.025, 0.975)区间内,即在显著水平为 95%的条件下,均可接受先验信息与试验数据相容的假设。

3.3 Bayes 可靠性参数估计与分析

为深入考察影响 Bayes 评估结果的各种因素,下面分别讨论 Bayes 失效率估计值、Bayes 后验分布及估计区间随样本试验时间、样本量及先验信息分布的变化。其中无先验信息的 Bayes 后验分布等价于仅依据试验数据得出的置信分布。

图 1 所示为采用不同先验分布情况下 Bayes 失效率点估计值 $\hat{\lambda}$ 随定数结尾试验中失效个数 z 的变化。从图中可以看出,在 z 为 1、2 和 3 的情况下,根据无先验

信息的 Bayes 分布估计得到的失效率估计值与 $z = 4 \sim 10$ 时的失效率估计值相差很大,是后者的 2~4 倍,而失效数大于 3 以后(即 $z = 4 \sim 10$),失效率估计值相对比较稳定,其值在 $4.45 \sim 5.33 \times 10^{-7}/h$ 之间,波动小于 20%;当采用如式(6)所示的三角形模糊先验分布时,行波管失效率的 Bayes 估计值基本不变,后验估计值主要取决于先验分布,而随样本试验数据的变化很小,表明采用此先验分布函数不能很好地实现先验信息与试验数据的融合;与前述不同的是,采用正态型模糊先验分布函数时,在失效个数很小($z < 4$)的情况下,Bayes 后验估计值接近于先验信息中心值,而随着 z 的增多,Bayes 后验估计值具有靠近试验数据的趋势。Bayes 估计的最大最小值之比不超过 2。说明在试验数据缺乏的情况下,先验分布可在 Bayes 估计中占主导地位,且试验信息的增加可使结果得到修正。在 $z = 10$ 时,采用如式(7)所给出的正态模糊先验分布函数则 Bayes 后验估计值与无先验信息的估计值相差 29%,而若采用半宽 $\sigma = 0.5 \times 10^{-6}/h$ 的宽带正态先验分布,则二者相差不到 5%。这里先验分布的带宽可用于调整先验信息在 Bayes 后验分布中所占的比重,起到继承因子和质量因子在 Bayes 评估中所起的作用。

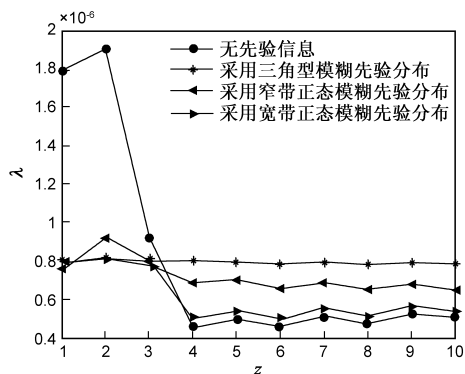


图1 Bayes失效率点估计值与失效数间的关系

图 2 所示为 z 分别为 2 和 10 的情况下,仅根据试验数据得到的置信分布与归一化的 Bayes 先验分布及后验分布之间的关系,图中 Bayes 后验分布 1 和 2 分别对应于采用正态型(式(2))和三角型模糊先验分布(式(1))的情况。如图可见,在试验分布太宽,即试验信息严重缺乏,相比先验信息明显不足的情况下(见图 2(a)),Bayes 后验分布与先验分布基本重合;而当失效数增大到 10(见图 2(b)),试验数据的置信分布范围缩小的情况下,Bayes 后验分布为试验分布与先验分布的折衷和融合,其峰值处于先验与试验分布的峰值之间。采用正态型模糊先验分布的情况下这一融合趋势尤其明显,这恰恰符合人们对可靠性估计的要求;采用三角模糊先验分布时,后验分布局限于先验分布的范围内,不能充分反映二者的融合。

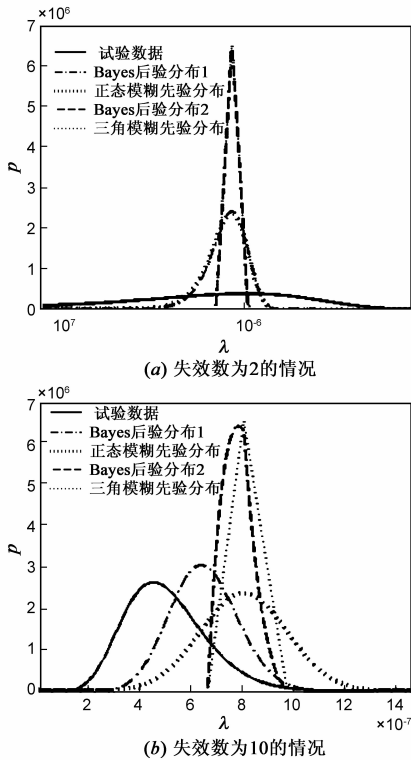


图2 试验数据分布及Bayes先验与后验分布之间的关系

为进一步说明 Bayes 估计在样本数极少时的估计情况,我们假设只具有前述 10 个样本中的 2 个,这有 45 种可能的组合,每组出现的概率相同.图 3 为我们抽取了 3 种典型样本组合、采用正态模糊先验分布的 Bayes 后验分布与试验数据置信分布的比较.这 3 组样本分别为管 1 和管 2,管 3 和管 8,管 9 和管 10.图 3(a)和图 3(b)分别为采用如式(7)的窄带正态模糊先验信息和采用 $\sigma = 0.5 \times 10^{-6}$ /小时的宽带正态模糊先验信息的情况.

由图可见,根据不同样本组合的试验数据得到的置信分布有巨大的差别,3 组样本失效率最大与最小估计值之比可达 56,分别为 1.2×10^{-5} /小时、 5.6×10^{-7} /小时和 2.1×10^{-7} /小时.此差别来自于此总体中样本寿命的分散性,这也说明根据极少的样本数得到的失效率估计值有可能出现很大的偏差.然而采用 Bayes 估计的情况下,由样本随机性导致的偏差被减少和修正了.采用窄带正态模糊先验信息时,3 种 Bayes 后验分布的宽度接近,失效率点估计值分别为 8.4×10^{-7} /小时、 7.4×10^{-7} /小时和 5.9×10^{-7} /小时,其最大和最小值之比约为 1.4;即便采用 $\sigma = 0.5 \times 10^{-6}$ /小时的正态模糊

先验信息,3 种后验分布的失效率最大和最小值之比也减小了许多(约 4.1),点估计值分别为 1.1×10^{-6} /小时、 5.9×10^{-7} /小时和 2.6×10^{-7} /小时.

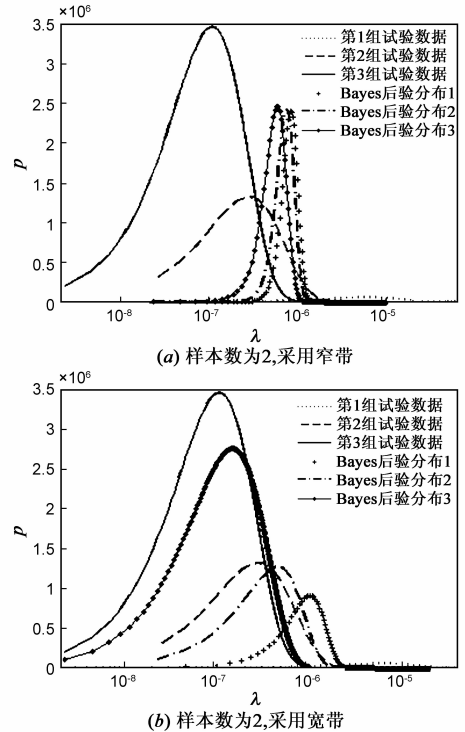


图3 正态模糊先验分布的Bayes后验分布与试验置信分布的比较

表 1 进一步给出了 3 组不同样本组合情况下仅根据试验数据得到的 90% 置信区间与 Bayes 估计区间的比较.从中可以看出对于第 1 组数据,两种正态先验分布的 Bayes 估计区间仅为试验数据置信区间宽度的 2.1% 和 5.3%,对于第 2 组数据则为 77% 和 89%,这说明 Bayes 估计在多数情况下能有效缩小置信区间范围、提高估计精度.对第 3 组数据,Bayes 估计区间的宽度虽比试验数据的置信区间有所增加,但二者仅相差 13% 和 15%,此估计范围的增宽主要源于这组数据的平均寿命显著高于(2.6 倍于)先验信息中心的寿命及(2.4 倍于)试验数据的平均寿命.此外,虽然两种正态先验分布的带宽相差 3 倍以上,但 Bayes 后验分布的置信区间宽度仅相差 1.01 ~ 2.56 倍,考虑到采用宽带正态先验分布在试验样本数增多时能更好地反应试验数据的信息,在对先验信息把握不大的情况下先验分布带宽可以取的较大.

表 1 样本数为 2、不同先验分布、不同试验样本组合情况下 Bayes 估计区间的比较

	第一组试验数据			第二组试验数据			第三组试验数据		
	下限(10^{-6})	上限(10^{-6})	宽度(10^{-6})	下限(10^{-8})	上限(10^{-6})	宽度(10^{-6})	下限(10^{-8})	上限(10^{-7})	宽度(10^{-7})
无先验信息	2.1316	28.456	26.32	9.876	1.3185	1.2197	3.778	5.0446	4.6668
窄带正态模糊先验	0.565	1.109	0.544	47.5	1.0156	0.5406	32.8	8.5625	5.2825
宽带正态模糊先验	0.402	1.7937	1.3917	14.475	1.168	1.0233	4.98	5.8789	5.3809

4 结论

本文基于隶属函数提出了一种创建行波管可靠性模糊先验分布的方法,在此基础上实现了行波管可靠性的 Bayes 估计.实例分析表明:

(1)行波管可靠性 Bayes 评估方法可在小样本和试验结尾程度很高的情况下显著提高行波管可靠性评估的精度,评估结果随样本数的增多而不断得到修正.即便试验数据随机出现比较极端的情况,在先验信息与试验信息相容的情况下,估计偏差也可得到修正.

(2)采用三角形模糊先验分布时,Bayes 评估结果受限于先验信息的上下限,而随样本数据的变化较小,不能有效地实现先验与试验信息的融合.

(3)采用正态模糊先验分布可有效实现先验信息和试验信息的融合.试验信息不足时,Bayes 后验分布主要决定于先验信息;随着试验信息的增加,后验分布趋向于试验样本的置信分布.这里先验分布的带宽可用于调节先验信息对后验分布的影响,越宽则结果越接近于无先验信息的评估.

参考文献:

- [1] Reliability Working Group of the Electronic Industries Association, Microwave Tube Division. Microwave Tube Reliability, Actual Versus Predicted, a Realistic Appraisal[R]. Arlington, VA:Electronic Industries Association, 1991.
- [2] MIL-HDBK-217F-Notice2, Military Handbook: Reliability Predication of Electronic Equipment[S].
- [3] 苏振华,杨家铨,张增照.行波管可靠性失效率模型的研究[J].真空电子技术,1997,(6):55-60.
Su Zhenhua, Yang Jiakeng, Zhang Zengzhao, The research on the reliability failure rate models of TWT's[J]. Vacuum Electronics, 1997, (6):55-60. (in Chinese)
- [4] 黄玮,冯蕴雯,吕震宙.基于 Bootstrap 方法的小子样试验评估方法研究[J].机械科学与技术,2006,25(1):31-35.
Huang Wei, Feng Yunwen, Lü Zhenzhou. Study on small scale sample test estimation method based on bootstrap method [J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(1):31-35. (in Chinese)
- [5] 王景芹,唐义良,陆俭国.小样本及无失效数据时电器产品可靠性特征量的估计[J].电工技术学报,2000,15(4):

27-31.

Wang Jingqin, Tang Yiliang, Lu Jianguo. Estimation method of reliability characteristic parameter of electrical apparatus products for a few of failure data and zero-failure data[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2000, 15(4):27-31. (in Chinese)

- [6] G D Agostini. Bayesian inference in processing experimental data: principles and basic applications[J]. Reports on Progress in Physics, 2003, 66(9):1383-1419.
- [7] 宋远骏,李德毅,杨孝宗,崔东.电子产品可靠性的云模型评价方法[J].电子学报,2000,28(12):74-77.
Song Yuanjun, Li Deyi, Yang Xiaozong, Cui Dong. Reliability evaluation of electronic products based on cloud models[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(12):74-77. (in Chinese)
- [8] 刘晗,郭波.小子样产品可靠性 Bayes 评定中的相容性检验方法研究[J].机械设计与制造,2007,(5):165-167.
Liu Han, Guo Bo. Methods of compatibility test of bayes assessment for product reliability under the circumstance of small sample[J]. Machinery Design & Manufacture, 2007, (5):165-167. (in Chinese)
- [9] 张士峰.成败型产品可靠性的 Bayes 评估[J].兵工学报,2001,22(2):238-240.
Zhang Shifeng, Fan Shuijiang, Zhang Jinhuai. Bayesian assessment for product reliability using pass-fail data[J]. Acta Armamentarii, 2001, 22(2):238-240. (in Chinese)
- [10] A Zellner. Information processing and Bayesian analysis[J]. Journal of Econometrics, 2002, 107(1-2):41-50.

作者简介:

樊鹤红 女,1977年出生于黑龙江省汤原县,东南大学讲师,在读博士.近年来主要从事电子器件、系统与网络的可靠性研究.
E-mail: fhh@seu.edu.cn

刘盼 女,1982年出生.河北石家庄人,2008年于东南大学获物理电子学硕士学位.

赵兴群 男,1964年出生,江苏泰州人,东南大学教授.主要研究方向为电子系统可靠性技术、医学信号处理与仪器、超声波检测技术等.

孙小蕾 女,1955年出生,安徽黄山人,东南大学教授、博士生导师.主要研究方向为微波光子学/电子学、光网络、光子集成技术等.
E-mail: xhsun@seu.edu.cn

