

基于 Clifford 代数传感器网络覆盖理论的 平面目标覆盖分析

何天成, 曹文明, 谢维信

(深圳大学 ATR 国防科技重点实验室, 广东深圳 518060)

摘 要: 平面目标覆盖问题是传感器网络对目标覆盖的基本问题之一. 本文提出了基于 Clifford 代数传感器网络覆盖理论的平面目标覆盖分析方法, 利用 Clifford 几何代数表示平面目标, 并给出了传感器网络中节点对平面目标的覆盖率计算方法, 通过该方法, 提出基于平面目标的传感器网络最大间隙路径算法, 通过实验验证其有效性和实用性.

关键词: 传感器网络; Clifford 几何代数; 覆盖; 平面目标; 最大间隙路径

中图分类号: TP393 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 08-1681-05

Coverage Analyses of Plane Target in Sensor Networks Based on Clifford Algebra

HE Tian-cheng, CAO Wen-ming, XIE Wei-xin

(ATR National Key Laboratory of Defense Technology, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China)

Abstract: Plane target coverage problem is one of sensor networks' fundamental problem for targets coverage. We proposed the coverage analyses methods for plane target in sensor networks based on Clifford algebra. The plane target was described with Clifford algebra. And the computational methods of coverage rate for plane target were also mentioned in sensor networks. We also proposed the algorithm for calculating the maximal breach path of plane target in sensor networks and the experiment proved the efficiency of our method.

Key words: sensor networks; clifford algebra; coverage; plane target; maximal breach path

1 引言

随着通信技术、嵌入式计算技术和传感器技术的飞速发展和日益成熟, 具有感知能力、计算能力和通信能力的微型传感器开始在世界范围内出现. 由这些微型传感器构成的传感器网络引起了人们的关注. 无线传感器网络是一种应用相关网络. 不同的应用需求、应用环境对无线传感器网络的组织、网络协议以及节点特性都有不同的要求. 根据节点的部署方式, 可以将无线传感器网络分为随机部署网络和确定部署网络^[1]; 根据节点是否具备移动能力, 可以将无线传感器网络分为静态网络和动态网络^[1]. 覆盖问题是任何类型的无线传感器网络的基本问题. 根据覆盖对象的不同, 可以将静态无线传感器网络的覆盖问题分为 3 类^[2]: 区域覆盖 (area coverage), 点覆盖 (point coverage) 和栅栏覆盖 (barrier coverage). 其中栅栏覆盖关注网络对移动目标的检测能力,

要求当某个移动目标沿任意路径穿越网络部署区域时, 目标不被发现的概率最小.

因此, 在给定的传感器网络中, 目标横穿网络时其在网络中的被发现程度是需要考虑的问题, 也是衡量传感器网络覆盖质量的一个标准. 文献[3]提出了最差情况覆盖的概念来表征网络对于目标的感知能力. 为了衡量目标被传感器网络监测的可能性, 很多文献都引入了暴露 (exposure) 的概念^[4~6]. 对于单一类型节点的传感器网络, 文献[7]通过定义为传感器网络收集到的目标能量, 计算了目标的暴露程度, 并利用 Dijkstra's 算法计算目标的最小暴露路径. 文献[8]将暴露视为目标路径到传感器节点的距离, 从而计算了两种路径: 最大间隙路径和最大支持路径. 文献[9]提出了基于 Clifford 代数的传感器网络覆盖理论的最佳支持路径和最差间隙路径的分析和计算方法. 但是已有算法只针对点目标来构建传感器网络的目标穿越路径, 所以其运算规则无法

收稿日期: 2008-10-28; 修回日期: 2009-02-16

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60872126); 广东省自然科学基金 (No. 8151806001000002)

运用于二维平面目标的穿越问题研究,因此,利用传统方法计算最大间隙路径时,平面目标在路径上行进可能会被错误地计算为未被节点覆盖。

因此,由文献[10,11]提出的基于 Clifford 代数的混合型传感器网络覆盖理论得到启发,本文提出了基于 Clifford 代数传感器网络覆盖理论的平面目标覆盖分析方法.利用 Clifford 几何代数^[12]可以提出一种不依赖于特定坐标系的、对不同维数空间和不同目标一致的覆盖分析模型和方法,通过传感器节点与目标之间完整的相对几何信息,有效解决传感器网络的观测覆盖性能分析问题.本文在此基础上,利用 Clifford 几何代数,给出了平面目标的表达形式以及节点对平面目标的覆盖率,并由此提出了基于平面目标的传感器网络最大间隙路径算法,通过实现网络的 Voronoi 图来证明平面目标在传感器网络中穿越时的间隙路径,由实验显示运用 Clifford 几何代数有效解决了平面目标在传感器网络中的最佳间隙路径搜索问题,侧面反映了网络覆盖性能。

2 Clifford 几何代数

Clifford 代数由 W. K. Clifford 在 19 世纪末期创立,又称为几何代数.根植于 Grassmann 扩张代数,Clifford 代数可以对空间几何体进行不依赖于坐标的关系计算,形成通用并易于计算的几何符号表示,同时可以方便地推广到高维空间中进行几何计算和分析.它已成为理论数学和物理的重要研究工具^[13]。

2.1 Clifford 积

Clifford 积,又称几何积,它一方面是 Clifford 代数中的几何对象,另一方面还是 Clifford 代数的几何算子。

定义 1 设有维数大于等于 1 的向量 v_1 和 v_2 , 两向量的 Clifford 积为

$$v_1 v_2 = v_1 \cdot v_2 + v_1 \wedge v_2 \quad (1)$$

其中, $v_1 \cdot v_2$ 为向量 v_1 和 v_2 间的内积, $v_1 \wedge v_2$ 为向量 v_1 和 v_2 间的外积。

式(1)中的内积运算(\cdot)满足对称性.对于维数相同的向量 v_1 和 v_2 , Clifford 积中的内积运算与欧氏空间向量内积运算同为标量,当参与运算的向量维数不同时,内积运算结果是 Clifford 代数几何对象,它反映了参与运算的向量间的垂直程度. Clifford 几何积中的外积运算满足反对称性.通过外积运算得到的是向量所张成的具有更高维数的 Clifford 几何对象.它给出了向量之间线性相关属性的量化描述. Clifford 积的对称运算和反对称运算可以通过相关向量间的几何积表示,如式(2)和式(3):

$$v_1 \cdot v_2 = \frac{1}{2}(v_1 v_2 + v_2 v_1) \quad (2)$$

$$v_1 \wedge v_2 = \frac{1}{2}(v_1 v_2 - v_2 v_1) \quad (3)$$

3 传感器网络的平面目标分析

设传感器网络中的节点为各向同性的全向传感器^[1],而节点的覆盖范围为二元感知模型^[2],即在二维平面上,传感器节点的覆盖范围是一个以节点为圆心,半径为 R 的圆形区域.该圆形区域称为传感器节点的“感知圆盘(Sensing Disk)”. R 称为传感器节点的感知半径,由节点感知单元的物理特性决定.在传统计算传感器网络最大间隙路径和最差情况覆盖时,往往将目标看作是点目标进行计算,如图 1(a)所示,但在实际问题中^[14],若将目标看作是平面目标,如图 1(b)所示,利用传统方法计算最大间隙路径时,平面目标 M 在路径 P 上行进是会被错误地计算为未被节点覆盖,但实际上 M 沿路径 P 行进时,将进入节点 S_1 和 S_2 所覆盖的范围。

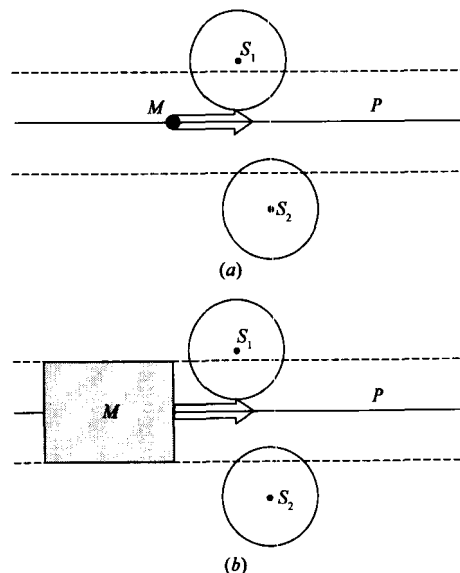


图1 点目标和平面目标穿越网络示意图

本节我们将利用 Clifford 几何代数分析平面目标在传感器网络中的表达方式,以及节点对平面目标的覆盖率问题。

3.1 Clifford 几何代数的平面目标表示

对于平面目标来说,可用切平面向量 B 的二重向量来表示^[12],有

$$x \wedge B = p \wedge B \quad (4)$$

其中 p 为平面目标上的任意点,式(4)为切平面 B 和矩量 $p \wedge B$ 上的点(经过 p)的所有向量的方程,其垂直的支撑向量是 $(p \wedge B)/B$. 设 $B = b_1 \wedge b_2$, 向量 b_1 和 b_2 垂直,可以写成 $B = b_1 b_2$,那么

定理 1 传感器网络中平面目标的 Clifford 几何代数表示为:

$$x = (p \wedge B)/B + \tau_1 b_1 + \tau_2 b_2 \quad (5)$$

其中 τ_1, τ_2 分别为 $\tau_1 = (x \cdot b_1^{-1}), \tau_2 = (x \cdot b_2^{-1})$.

证明 利用内积公式 $x \cdot (b_1 b_2) = (x \cdot b_1) b_2 - (x \cdot b_2) b_1$ 推导出平面目标的参数方程:

$$\begin{aligned} x &= (x \wedge B)/B + (x \cdot B)/B \\ &= (p \wedge B)/B + (x \cdot B)/B \\ &= (p \wedge B)/B + (x \cdot (b_1 b_2)) B^{-1} \\ &= (p \wedge B)/B + ((x \cdot b_1) b_2 - (x \cdot b_2) b_1) B^{-1} \\ &= (p \wedge B)/B + (x \cdot b_1) b_2 B^{-1} - (x \cdot b_2) b_1 B^{-1} \\ &= (p \wedge B)/B + (x \cdot b_1) b_1^{-1} + (x \cdot b_2) b_2^{-1} \\ &= (p \wedge B)/B + (x \cdot b_1^{-1}) b_1 + (x \cdot b_2^{-1}) b_2 \\ &= (p \wedge B)/B + \tau_1 b_1 + \tau_2 b_2 \end{aligned}$$

其中 τ_1, τ_2 分别定义为 $\tau_1 = (x \cdot b_1^{-1}), \tau_2 = (x \cdot b_2^{-1})$. 证毕

式(5)给出了的平面目标参数向量 b_1, b_2 , 故可以利用 b_1, b_2 方向建立关于平面目标的仿射坐标系.

3.2 节点对平面目标的覆盖率

文献[10]给出了传感器网络中出现的平面目标区域是否能够被传感器节点 s 所覆盖的充分必要条件. 但是实际情况中若平面目标经过节点 s 覆盖区域时未被节点 s 完全覆盖, 如图 2 所示, 因此需要讨论单节点对于平面目标的覆盖率问题, 即若节点无法整体覆盖平面目标时, 需计算其被节点覆盖的程度.

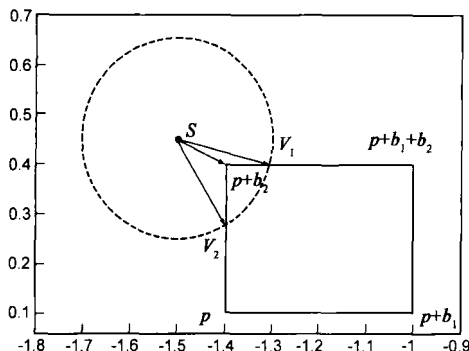


图2 单节点覆盖区域与平面目标相交情况示意图

图 2 中若平面目标的参数向量分别为 b_1, b_2 , 假设由此构建仿射坐标系的单位向量分别为 e_1, e_2 , 而距离该平面确定的仿射坐标系原点最近的端点为 p , 那么由上节讨论的, 该平面目标也可由平面向量表达式(4)表示. 在同样的仿射坐标系中, 考虑到节点中心坐标为 s , 那么传感器节点坐标 s 可表示为 $s = s_1 e_1 + s_2 e_2$, 其中 s_1, s_2 分别为节点在 e_1, e_2 方向上的分量. 因此, 由式(5)以及 \mathcal{R}^2 空间中点与点之间的距离关系^[10], 式(6)给出了传感器节点与平面目标的覆盖区域, 其中节点的覆盖半径为 R :

$$\begin{cases} x = (p \wedge B)/B + \tau_1 b_1 + \tau_2 b_2 \\ \|x - s\| \leq R \end{cases} \quad (6)$$

这里, $\|\cdot\|$ 表示向量的模值. 平面目标的四个端点可以分别表示为 $p, p + b_1, p + b_2, p + b_1 + b_2$, 其中向量 b_1

和 b_2 垂直. 显然, 若节点覆盖区域与平面目标相交, 必然与平面目标的边相交或相切. 如图 2 所示, 设交点分别为 V_1, V_2 , 则令向量 $K_1 = V_1 - s$ 以及向量 $K_2 = V_2 - s$, 显然 $\|K_1\| = \|K_2\| = R$, 设 K_1 和 K_2 之间的夹角为 θ , 那么扇形面 sV_1V_2 的面积为 $S_{sV_1V_2} = \frac{\theta}{2\pi} \pi R^2 = \frac{\theta R^2}{2}$, 这里角度 θ 可由向量夹角公式^[12]求得, 即 $\theta = \arctan \frac{K_1 \wedge K_2}{K_1 \cdot K_2}$, 另外令 $a = p + b_2, b = V_1, c = V_2$, 那么由向量

$a - s$ 和三角形面积公式得到 $\triangle abs$ 的面积, $S_{\triangle abs} = \frac{1}{2}$

$\|a - s\| R (\sin \alpha)$, 其中 $\alpha = \arctan \frac{K_1 \wedge (a - s)}{K_1 \cdot (a - s)}$, 同理

$S_{\triangle acs} = \frac{1}{2} \|a - s\| R (\sin \beta)$, 其中 $\beta = \arctan \frac{(a - s) \wedge K_2}{(a - s) \cdot K_2}$. 而平面目标的面积为 $S_M = \|B\| = \|b_1 b_2\|$, 所以此时节点对平面目标的覆盖率为:

$$r = \frac{S_s}{S_M} = \frac{\frac{\theta R^2}{2} - (S_{\triangle abs} + S_{\triangle acs})}{\|B\|} \quad (7)$$

4 基于平面目标的最大间隙路径

由平面目标覆盖率的概念, 可以根据覆盖率的大小来决定最大间隙路径的选择, 图 3 给出了路径上传感器网络节点覆盖的示意图. 其中实线表明了目标的行进路径, 两条虚线表示了平面目标沿实现行进时所经过的区域, 从图 3 中可明显判断出节点所覆盖在目标行进路线上的区域, 根据式(6)可以计算出每个节点所覆盖的面积, 将式(6)写成积分形式, 则其覆盖面积可表示为:

$$S_s = \int_{\|x-s\| \leq R} ((p \wedge B)/B + \tau_1 b_1 + \tau_2 b_2) dx \quad (8)$$

其中 τ_1, τ_2 分别为 $\tau_1 = (x \cdot b_1^{-1}), \tau_2 = (x \cdot b_2^{-1})$.

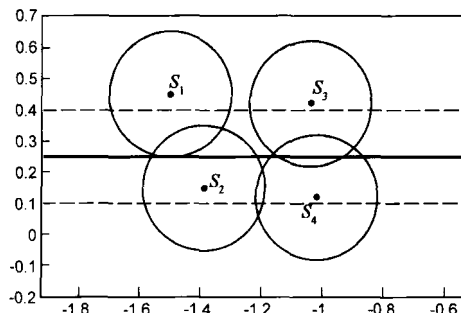


图3 路径上传感器网络节点覆盖的示意图

因此, 令节点对平面目标在路径上的覆盖权值为:

$$w = \frac{S_s}{S_M} = \frac{\int_{\|x-s\| \leq R} ((p \wedge B)/B + \tau_1 b_1 + \tau_2 b_2) dx}{\|B\|} \quad (9)$$

根据文献[9]对路径分析的证明可给出传感器网

络中寻找最大间隙路径 P_S 的算法.

最大间隙路径 P_S 的查找算法如下:

(1) 利用文献[10]描述, 在 \mathcal{S} 空间中建立传感器网络 S 各节点位置的 Voronoi 图 D ;

(2) 根据平面目标的参数向量, 计算各节点对平面目标在 Voronoi 图 D 每条边上的覆盖权值, 作为 Voronoi 图 D 各条边赋予的权重以构建无向赋权图 G ;

(3) 由各边权重, 利用二进制查找法和广度优先查找计算出最大间隙路径 P_S .

5 仿真实验与分析

本文利用所提出的目标覆盖分析方法给出了平面目标在画廊问题^[11]中的覆盖分析. 如图 4 所示, 传感器节点分别分布在多边形画廊的顶点上, 并且给出了该画廊问题的对偶连接图. 平面目标在该连接路径上运动, 通过计算节点对平面目标的覆盖率, 得到目标在该路径上被暴露的可能性, 如图 5 所示, 其中 x 轴和 y 轴表示路径所在坐标值.

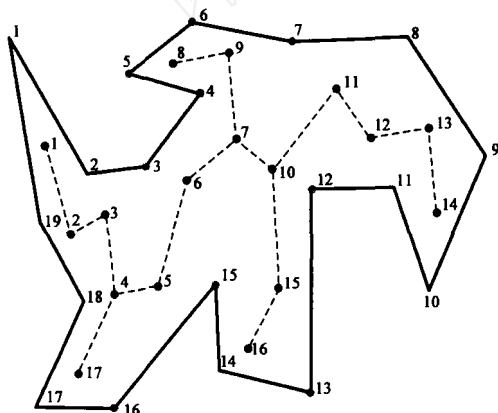


图4 多边形画廊问题及其对偶连接图

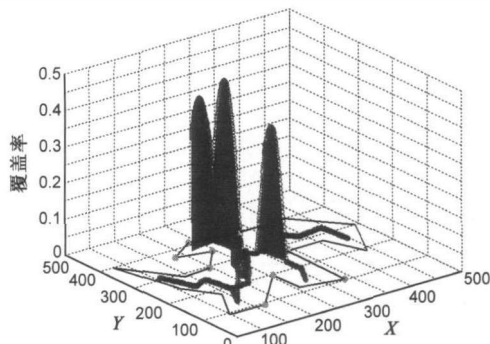


图5 多节点对平面目标的覆盖率

另外, 本文还在特定区域内随机配置节点构建传感器网络, 并应用本文构建平面目标的最大间隙路径算法得到目标在该区域中的最大间隙路径, 图 6 表示了随机部署的节点数目为 13 时平面目标的最大间隙路径. 图 7 给出了点目标与面目标的最大间隙路径计算时不同节点数目最大间隙权重比较, 显然在计算中最大

权重均随着节点数目的增加而减小, 这说明了节点数目增加时网络的覆盖质量增加, 对目标的监测能力提高, 使得目标不被发现的可能性减小, 但在节点数目相同的情况下, 面目标的权值均要大于点目标的权值, 这是由于计算面目标的最大间隙路径不仅考虑了与节点的距离关系, 还要考虑其所在区域在传感器网络中的覆盖面积.

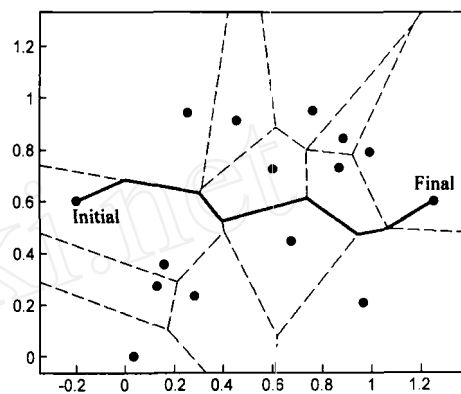


图6 13个节点时平面目标的最大间隙路径

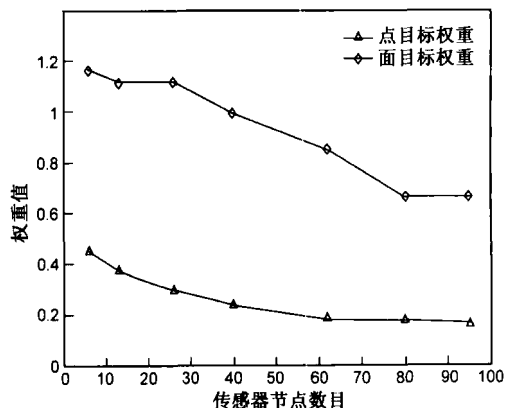


图7 点目标与平面目标的最大间隙权重比较

6 结论

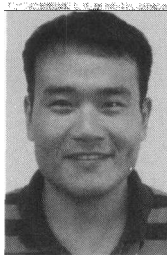
本文提出了基于 Clifford 代数的传感器网络平面目标覆盖分析方法, 通过该方法, 将目标作为二维平面目标进行计算, 利用 Clifford 几何代数, 给出了平面目标的表达形式以及节点对平面目标的覆盖率, 并由此提出了基于平面目标的传感器网络最大间隙路径算法, 通过实验验证其有效性和实用性. 该方法可推广到研究传感器网络中更高维数目标的监测问题, 另外由于本文只涉及了全向传感器网络, 进一步研究可以包括非全向的传感器网络, 例如视频传感器网络^[14], 这也将是下一步需要研究的工作.

参考文献:

- [1] Mihaela Cardei, Shuhui Yang, Jie Wu. Algorithms for fault-tolerant topology in heterogeneous wireless sensor networks[J]. IEEE Trans on Parallel Distrib. Syst., 2008, 19(4): 545 - 558.

- [2] C F Huang, Y C Tseng. The coverage problem in a wireless sensor network[J]. Mobile Networks and Application, 2005, 10:519 – 528.
- [3] Megerian S, Koushanfar F, Potkonjak M, Srivastava MB. Worst and best-case coverage in sensor networks[J]. IEEE Trans on Mobile Computing. 2005, 4(1):84 – 92.
- [4] Zhang WZ, Li ML, Wu MY. An algorithm for target traversing based on local Voronoi diagram[J]. Journal of Software, 2007, 18(5):1246 – 1253.
- [5] Ai Chen, Ten H Lai, Dong Xuan. Measuring and guaranteeing quality of barrier-coverage in wireless sensor networks[A]. MobiHoc'08[C]. Hong Kong: SAR, 2008. 421 – 430.
- [6] Loukas Lazos, Radha Poovendran, James A Ritcey. Probabilistic detection of mobile targets in heterogeneous sensor networks [A]. IPSN'07[C]. Cambridge: IEEE Press, 2007. 519 – 528.
- [7] Veltri G, Huang Q, Qu G, Potkonjak M. Minimal and maximal exposure path algorithms for wireless embedded sensor networks[A]. SenSys'03[C]. Los Angeles: IEEE Press, 2003. 40 – 50.
- [8] Yi Zou, Krishnendu Chakrabarty. A distributed coverage and connectivity-centric technique for selecting active nodes in wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Computers, 2005, 54(8):978 – 991.
- [9] 谢维信, 何天成, 曹文明. 基于 Clifford 代数传感器网络覆盖理论的路径分析[J]. 电子学报, 2007, 35(12A):27 – 31.
- Xie Wei-xin, He Tian-cheng, Cao Wen-ming. Path analyses of sensor networks based on clifford algebra[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12A):27 – 31. (in Chinese)
- [10] Xie Weixin, Cao Wenming, Meng Shan. Coverage analysis for sensor networks based on clifford algebra[J]. Science in China Series F-Information Sciences. 2008, 51(5):460 – 475.
- [11] 谢维信, 曹文明, 蒙山. 基于 Clifford 代数的混合型传感器网络覆盖理论的研究[J]. 中国科学 E 辑: 信息科学, 2007, 37(8):1018 – 1031.
- Xie Wei-xin, Cao Wen-ming, Meng Shan. Coverage analysis for sensor networks based on clifford algebra[J]. Science in China(Series E: Information Sciences), 2007, 37(8):1018 – 1031. (in Chinese)
- [12] Dorst L, Mann S. Geometric algebra: A computation framework for geometrical application, Part I [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 2002, 22(3):24 – 31.
- [13] 李洪波. Clifford 代数, 几何计算和几何推理[J]. 数学进展, 2003, 32(4):405 – 415.
- Li Hong-bo. Clifford algebra, geometric computing and reasoning[J]. Advances in Mathematics(China), 2003, 32(4):405 – 415. (in Chinese)
- [14] 陶丹, 马华东, 刘亮. 视频传感器网络中路径覆盖增强算法研究[J]. 电子学报, 2008, 36(7):1291 – 1296.
- Tao Dan, Ma Hua-dong, Liu Liang. Study on path coverage enhancement algorithm for video sensor networks[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(7):1291 – 1296. (in Chinese)

作者简介:



何天成 男, 1982 年生于浙江杭州, 博士生. 2007 年于浙江工业大学硕士毕业. 现为深圳大学信号与信息处理专业博士研究生. 研究方向为无线传感器网络.

E-mail: sd76130201@szu.edu.cn



曹文明 男, 1965 年生于江苏洪泽, 博士, 研究方向为无线传感器网络, 模式识别.

E-mail: wmcao@szu.edu.cn