

# 双频激励耦合 PDE2AE 射频系统的准周期 稳态响应模拟算法研究

武新宇, 来金梅, 孙承绥, 任俊彦, 章倩苓  
(复旦大学专用集成电路与系统国家重点实验室, 上海 200433)

摘 要: 本文结合谐波平衡思想, 提出在空间上离散 MOSFET 偏微分方程, 建立与之相应的混合型多变量谐波平衡方程, 扩展了谐波平衡方程的应用范围. 为了有效地完成这种复杂混合型多变量谐波平衡方程的求解, 运用谐波平衡方程的同解变换、初始值预估以及阻尼 Newton 迭代算法等策略, 使算法的收敛速度和计算性能都有大幅度提高. 以单平衡混频器为例的模拟结果进一步显示该方法不但能有效地反映出射频电路 MOSFET 器件的分布特性, 且算法计算性能对频差变化不灵敏, 具有很好的收敛特性.

关键词: 射频集成电路; 稳态响应; 双频激励; 混频器

中图分类号: TN454 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2003) 12-1852-05

## Quasi-Periodic Steady State Analysis of Coupled PDE2AE System in RF Circuits Driven by Two-Tone Signals

WU Xin2yu, LAI Jin2mei, SUN Cheng2shou, REN Jun2yan, ZHANG Qian2ling  
(ASIC and System State Key Lab, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Deriving from the thought of harmonic balance (HB), this paper presents hybrid multi-variables HB equations with space discretization of MOSFET PDE, to extend the application of HB method. To solve the hybrid HB equations efficiently, an equation-scaling method of HB equations, initial values prediction, and damped Newton method have been proposed. They improve the performance of computation and convergence. New method is demonstrated on the example of a practical single-balanced mixer. Simulation results reveal the distribution characters of MOSFET explicitly, and algorithm works efficiently in widely separated two-tone exciting case.

Keywords: radio frequency integrated circuits; steady-state response; two-tone signals; mixer

### 1 引言

为了充分保证电路设计的可行性和缩短设计周期, 在射频 (RF: Radio Frequency) 集成电路设计中必须借助于计算机仿真技术对电路进行优化和验证. 我们在前期的研究工作中, 提出了可反映 MOSFET 亚域值区行为和连续分布特性的二维偏微分方程 (PDE: Partial Differential Equation) 模型<sup>[1]</sup>. 当这样的 PDE 模型嵌入到由常微分方程 (ODE: Ordinary Differential Equation) 和代数方程 (AE: Algebraic Equation) 描述的外围电路中构成 RF 电路时, 将形成耦合 PDE2ODE、PDE2ODE2AE 等系统. 基于松弛算法的瞬态响应模拟算法<sup>[1]</sup>、结合打靶法的非自治系统的周期稳态响应模拟算法<sup>[2]</sup>和自治系统的周期稳态响应模拟算法<sup>[3]</sup>较好地解决了单频激励耦合系统和振荡器的模拟问题.

混频器是射频前端最关键的模块, 它实现频率变换过程, 一般具有两个输入信号))) 上变频时的本振信号和中频信号, 或下变频时的本振信号和射频信号. 混频器的设计需要通过 CAD 工具预测大信号非线性特性, 而计算这些特性要先得到系统的稳态响应. 基于传统晶体管模型的稳态响应模拟算法无法直接应用于解决基于 PDE 模型的混频器稳态模拟. 虽然结合松弛算法的积分方法可以运用于基于 PDE 模型的 RF 电路双频激励稳态响应模拟, 但它存在两个主要困难: 第一个困难来自于诸如高 Q 值滤波器这样的无源电路可能引入较大的时间常数, 由瞬态模拟得到稳态响应必须经历冗长的积分过程; 第二个困难来源于模拟实际的多频激励电路需要处理频率相差很大输入输出信号, 这使得积分步数非常巨大<sup>[5]</sup>. 谐波平衡 (HB: Harmonic Balance) 方法是求解电路周期稳态响应的重要频域方法<sup>[5-10]</sup>, 适合于多频激励问题的求解, 但已

有的 HB 方法只能处理基于频域描述的元件和基于等效电路描述的晶体管; 另一方面, 基于 MOSFET PDE 模型的分析算法的研究大多集中在对器件的仿真分析 (如 MEDICI) 仿真速度慢, 尚不能满足电路分析的需要。

我们从谐波平衡的观点出发, 将 MOSFET PDE 模型进行空间离散, 建立电压、表面势和表面电流密度混合谐波平衡方程, 将 HB 方法处理多频激励电路的优势与 PDE 模型紧密结合起来。MOSFET PDE 模型的固有特性使得建立的混合谐波平衡方程难以直接利用 Newton 方法求解, 本文引入方程组 / 缩放方法平衡方程组变量的数量级, 解决 Jacobian 矩阵求逆困难的问题; 与此同时, 准静态模型用于获取初始值, 使用阻尼 Newton 方法等策略改善混合谐波平衡方程迭代求解的收敛特性。本文提出的方法应用于单平衡混频器电路, 结果显示在保留了 MOSFET PDE 模型所显示的分布特性的同时, 算法具有较好的收敛特性, 对双频频差不敏感, 能有效处理射频电路大频差双频激励下的稳态响应问题。

## 2 MOSFET 偏微分方程模型空间离散

RF 电路非线性特性在频域表现得十分突出。我们对 MOSFET PDE 方程延沟道进行离散, 在每个空间离散点上将电路从时域变换到频域进行求解。设长度 [0, L] 的沟道平均分为若干段, 每段长度为 h, 则  $u_i = u(x_i) = u(ih)$ , 采用时域有限差分方法, 文献[1]中 MOSFET 的 PDE 方程的离散形式为

$$\frac{9q(u_i, t)}{9t} = A(u_i)(u_{i+1} - u_i)^2/h^2 + B(u_i)(u_{i+1} + u_i - 2u_i)/h^2 + C_{\alpha} dv_{gb}(t)/dt \quad (1)$$

$$i(u_i, t) = C(u_n) \frac{u_i - u_{i-1}}{h} \quad (2)$$

其中  $A(u) = -L \left[ \frac{9q}{9u} - v_t \frac{9^2q}{9u^2} \right]$ ,  $B(u) = -L \left[ q - v_t \frac{9q}{9u} \right]$ ,

$C(u) = -LW \left[ q - v_t \frac{9q}{9u} \right] \cdot q(u_i, t)$  满足<sup>[2]</sup>

$$q(x, t) = -C_{\alpha} [v_{gb} - V_{FB} - u(x, t) - V_{DP} \text{sign}(u) \cdot \#(e^{-u(x,t)/v_t} - 1 + u(x, t)/v_t)^{1/2}] \quad (3)$$

## 3 谐波平衡方法

### 3.1 准周期信号和准周期稳态响应

多频激励下的系统激励信号可能是周期信号, 系统响应可能是准周期响应。设系统中的信号可以表示为 M 个线性独立的基本频率  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M$ , 则信号  $x(t)$  是基于这 M 个线性独立频率的准周期信号

$$x(t) = X_0 + \sum_{h=1}^H (X_{ch} \cos X_h t + X_{sh} \sin X_h t) \quad (4)$$

其中  $X_h \in \{X_{k_1 k_2}, k_M | X_{k_1 k_2}, k_M = k_1 \delta_1 + k_2 \delta_2 + \dots + k_M \delta_M, k_i \in \mathbb{Z}\}$ 。当准周期信号  $x(t)$  通过系统的时候, 其响应也将是一个准周期信号<sup>[5]</sup>, 一般的离散 Fourier 变化不能直接运用于计算。数值计算当中, 对于由式(4)所示 Fourier 级数表出的准周期信号  $x(t)$ , 只能也只需要考虑有限项的 Fourier 级数。设 k 是所考虑的谐波数,  $X = [X_0 X_{c1} X_{s1}, X_{ck} X_{sk}]^T$  为谐波系数向量, 时间区间 [0, T] 离散为  $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_N = T$ , 定义

逆变换 Fourier 级数算子  $F^{-1}$  如文献[9], 则式(4)可以表示成矩阵形式

$$x = F^{-1} X \quad (5)$$

对偶的从时域到频域的变换为

$$X = F X \quad (6)$$

因为  $F^{-1}$  是一个  $(2M+1) \times (N+1)$  的矩阵, 其中 M 是所考虑的谐波次数, N 是时间采样点数, 正变换 Fourier 级数算子 F 将是  $F^{-1}$  一个伪逆。  $F^{-1}$  的伪逆要存在, 则其的条件数不能过大, 为此, Ushida 用过采样的方法降低条件数<sup>[7]</sup>, Kundert 提出类 Shinitz 正交化的方法从过采样得到的 Fourier 逆算子中提取线性无关向量组<sup>[9]</sup>。另外, 式(4)的时域微分可以等效为一个矩阵乘法运算, 频域微分算符  $\delta$  如文献<sup>[9]</sup>。

$$\begin{cases} 8 F q(u_{1,1}) - F \left[ A(u_{1,1}) \left( \frac{u_{1,1+1} - u_{1,1}}{h^2} \right)^2 - B(u_{1,1}) \right. \\ \quad \left. \# \frac{u_{1,1+1} + u_{1,1-1} - 2u_{1,1}}{h^2} \right] - C_{\alpha} 8 F v_{gb}(t) = 0 \\ 8 F q(u_{2,1}) - F \left[ A(u_{2,1}) \left( \frac{u_{2,1+1} - u_{2,1}}{h^2} \right)^2 - B(u_{2,1}) \right. \\ \quad \left. \# \frac{u_{2,1+1} + u_{2,1-1} - 2u_{2,1}}{h^2} \right] - C_{\alpha} 8 F v_{gb}(t) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 3.2 谐波数的选取

谐波平衡分析中, M 的选取十分关键。计算中我们主要考虑起支配地位的信号, 例如, 混频器的大信号分析中, 载波信号的幅度远远大于调制信号的幅度, 对于调制信号, 我们往往只考虑其低阶成分。根据求解问题的限制, 如果要求某一谐波 k 的电流或电压, 显然应该有  $M > k$ 。

实际需要计算的频率成份根据精度要求和系统特性由谐波截取方法决定。谐波截取主要有矩形法, 三角形法和 HP 拓展三角形方法等 (如图 1 所示)。矩形法选取独立的基本频率向量组上限分别小于整数  $P_1, P_2, \dots, P_M$ ; 当谐波的大小随阶次上升而迅速下降时, 往往采用三角形截取方法减少所需的频率成份数目; 另外, HP 扩展的三角形截取方法在三角形截取的基础上再多考虑一些基本频率的谐波成份。

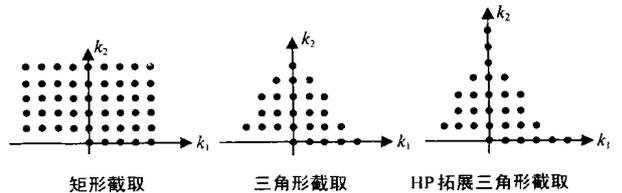


图 1  $P_1 = 4, P_2 = 5$  时谐波截取方法

### 3.3 谐波平衡方程的建立

如图 2 所示的单平衡混频器电路含有两个 MOSFET, 我们以其为例介绍谐波平衡方程的建立。晶体管的栅极由本地振荡器 (LO: Local Oscillator) 激励, 中频信号 (上变频) 或射频信号 (下变频) 加在两个晶体管的源端。设系统的未知量为离散点上的表面势频域值  $U_1, U_2$  和源端节点电压  $V_s$ 。利用

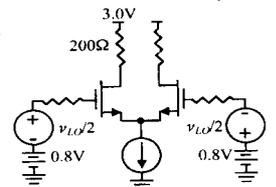


图 2 单平衡混频器

MOSFET 的离散表达式(1), 得到 MOSFET 频域方程如式(7),  $l = 1, 2, \dots, L-1$  对应于 MOSFET 沟道的分段点. 在晶体管与外电路的接口处据电流连续性定理得到频域方程

$$g(v_{gb}, u, v) S_{v_{gb}} - V_{FB} - u - V_{DP} \text{sgn}(u) \sqrt{e^{-u/v} - 1 + u/v + e^{-2V_{FB}/v} \left( e^{(u-v)/v} - e^{v/v} - u/v \right)} = 0 \quad (9)$$

$$G(U_1, U_2, V_s) = \begin{bmatrix} Fu_{1,L}(v_d(i_d), v_{gb1}) - U_{1,L} \\ 8 Fq(u_{1,l}) - F \left[ A(u_{1,l}) \frac{(u_{1,l+1} - u_{1,l})^2}{h^2} - B(u_{1,l}) \frac{u_{1,l+1} + u_{1,l} - 2u_{1,l}}{h^2} \right] - C_{\alpha} 8 F v_{gb1}(t) \\ F(i_s(u_{1,0}, u_{1,1}) + i_s(u_{2,0}, u_{2,1})) - I_s \\ 8 Fq(u_{2,l}) - F \left[ A(u_{2,l}) \frac{(u_{2,l+1} - u_{2,l})^2}{h^2} - B(u_{2,l}) \frac{u_{2,l+1} + u_{2,l} - 2u_{2,l}}{h^2} \right] - C_{\alpha} 8 F v_{gb2}(t) \\ Fu_{2,L}(v_d(i_d), v_{gb2}) - U_{2,L} \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

其中  $i_d$  是晶体管漏端的时域电流,  $i_s$  是晶体管源端的时域电流,  $I_s$  的电流源的频域值,  $v_d$  晶体管漏端的时域电压.

MOSFET 的端电压由栅电压和端表面势决定<sup>[1,2]</sup>. 当晶体管处于饱和区的时候, 表面势几乎不随端电压的变化而改变. 这意味着尽管两者之间存在数学上的一一对应关系, 但由于计算机精度限制, 我们仍难以通过端表面势来确定端电压值  $v_d$ . 而在 MOSFET 与外电路的接口处端电流可以方便地计算出来, 故可以利用端电流联系晶体管表面势和外电路: 从表面势得到端电流, 则端电压可以由外电路确定; 由端电压通过式(9)计算端表面势. 因此, 最后得到的谐波平衡方程如式(10), 所有时域量都可以通过频域量  $U_1$ 、 $U_2$  和  $V_s$  表出.

需要注意的是, 上面的谐波平衡方程是包含电流、电压以及表面电流密度的混合谐波平衡方程组. 其中变量的数量级相差很大(可能达到  $10^{12}$ ), 这将导致 Newton 迭代所需的 Jacobian 矩阵由于计算中截断误差的影响而难以求逆. 从谐波平衡方程来看, 在方程任何一行乘以一个实系数并不会改变方程的解特性. 因此, 我们考虑通过将方程组各行进行(缩放)使得每个谐波平衡方程处于相当的数量级之内: 通过 MOSFET 的准静态模型快速的求出大致的电路各变量波形<sup>[11]</sup>, 选择(缩放)的规则为选择电流、表面势、表面电流密度其中一个变量的直流分量数量级作为参考值, 其他的变量按照直流分量与参考值的比率进行(缩放).

### 4 迭代求解算法

#### 4.1 谐波平衡方程的 Newton 迭代求解

设未知量为  $X = [U_1, V_s, U_2]^T$ , 则式(10)的 Newton 迭代公式为

$$X^{p+1} = X^p - J^{-1} G(X^p) \quad (11)$$

上标  $p$  表示第  $p$  次迭代值,  $J$  是  $G(\#)$  的 Jacobian 矩阵. 计算时先把频域量  $X = [U_1, V_s, U_2]^T$  变化到时域得到  $u_1$ 、 $u_2$  和  $v_s$ , 再计算相应的每一个函数项, 然后变化到频域. 对于 Jacobian 矩阵的计算, 设  $I$  是一个关于频域变量  $V$  的函数,  $I = I(V)$ . 这个函数不能写出频域表达式, 从而需要变换到时域计算, 则  $I = Fi(F^{-1}V)$ . 例如, 对所有时间点  $[t_0, t_1, \dots, t_N]$ ,  $I$  关于  $V$  的 Jacobian 矩阵是一个大小  $2M+1$  的稀疏矩阵<sup>[9]</sup>

$$\frac{\partial I}{\partial V} = F \text{diag} \left[ \left[ \frac{\partial I(t_0)}{\partial v}, \frac{\partial I(t_1)}{\partial v}, \dots, \frac{\partial I(t_N)}{\partial v} \right] \right] F^{-1} \quad (12)$$

$$V_{dd} - RF i_d(u_{1,L}, u_{1,L-1}) - v_d(u_{1,L}) = 0 \quad (8)$$

$$V_{dd} - RF i_d(u_{2,L}, u_{2,L-1}) - v_d(u_{2,L}) = 0 \quad (8)$$

$$F(i_s(u_{1,0}, u_{1,1}) + i_s(u_{2,0}, u_{2,1})) - I_s = 0 \quad (9)$$

#### 4.2 改进收敛特性

对于 Newton 迭代方法, 获得一个好的初始值是十分重要的. 假设初始状态下沟道内各点具有与源端同样的表面势分布, 初始状态下漏端的电压  $v_d = V_{dd}$ , 栅极激励为 LO 的直流电平, 通过 MOSFET 的准静态模型, 我们可以算出漏端表面势的直流分量, 即

$$U_0 = f(v_d, v_{gb}, 0) | v_d = V_{dd} \quad (13)$$

再由 LO 的基波, 我们可以估算漏端表面势在 LO 基波频率处的频率分量, 即

$$U_{X_{LO}} = f(v_d, |v_{gb}|) | v_d = V_{dd} \quad (14)$$

同理, 源端电压  $V_s$  的初始值, 也可以通过解基于准静态模型的电路方程粗略得到.

为了进一步改善收敛性, 降低迭代收敛对初值的敏感度, 还可以采用阻尼 Newton 方法. Newton 迭代在解附近具有良好的收敛特性, 因此, 阻尼因子可以随迭代逐渐缩小, 设初始的时候阻尼因子  $C = 1 - G$ ,  $0 < G < 1$ , 则第  $p$  次迭代时  $C = 1 - G^p$ , 即

$$X^{p+1} = X^p - (1 - G^p) J^{-1} + G(X_p) \quad (15)$$

其中  $K$  是正实数.

#### 4.3 计算流程

基于 MOSFET PDE 模型求解双频激励系统稳态相应的 Newton 谐波平衡方法归纳如下:

(1) 选择谐波截取方式, 给定时间采样电数目  $N$  和谐波选取方案  $P = (P_1, P_2)$ , 构造逆 Fourier 算子  $F^{-1}$ , 计算 Fourier 算子  $F$ ;

(2) 通过 MOSFET 的准静态模型计算晶体管漏端表面势直流分量  $U_L|_{f=0}$ , LO 频率分量  $U_L|_{f=f_{LO}}$  以及源端电压的直流成份  $V_s|_{f=0}$  和 LO 频率分量  $V_s|_{f=f_{LO}}$ , 并令初始状态下沟道内各点具有与源端同样的表面势分布; 同时均衡各变量直流分量得到谐波平衡方程/ 缩放因子;

(3) 由式(10)计算谐波平衡方程数值  $G^k(U_1^k, U_2^k, V_s^k)$ ;

(4) 由 4.1 节方法计算 Jacobian 矩阵  $J^k$ ;

(5) 据式(15)更新变量数值  $X^{k+1}$ , 从中得到  $U_1^{k+1}$ ,  $U_2^{k+1}$ ,  $V_s^{k+1}$ ;

(6) 重复上述式(3)至式(5)步, 直至  $G^k(U_1^k, U_2^k, V_s^k) < \text{Norm}$ , 并且两次迭代间变量相对误差  $\max(|X^{k+1} - X^k| / |X^k|) < \text{Error}$ , 其中  $\text{Norm}$ ,  $\text{Error}$  均为给定的误差容限.

### 5 计算实例

我们将提出的算法用于求解图 2 所示的单平衡混频器。设电流源馈入的中频信号为  $i_s = 0.1 \sin 2\pi f_{IF}t + 1(\text{mA})$ , LO 幅度 1V, MOSFET 的沟道划分为 8 段, 则  $h = 0.0625 \text{Lm}$ , 时间采样数  $N = 3(2M + 1)$ , 模拟平台为 PC (Intel Pentium4, 1.8GHz, 256Mb)。

实验显示, 算法具有比较好的收敛特性, 在前述初始值的选择方法下, 具有较大的收敛域。以上变频器为例, 设  $f_{IF} =$

1MHz,  $f_{LO} = 1\text{GHz}$ , 设 Error 是两次迭代之间未知量最大的一个变化量, Norm =  $\|G(X)\|$  是谐波平衡方程的模, 双频激励的基本频率选择三角形截取,  $P_1 = P_{LO}, P_2 = P_{IF}$ , 令  $P = (P_1, P_2)$ 。若取  $G = 0.9, K = 1.67$ , 则对于双频激励  $P_1 \in \{4, 18, 16\}, P_2 \in \{4, 5, 6, 7, 8\}$  均能够收敛, 图 3 显示了误差随迭代次数逐步收敛的过程。计算中, Jacobian 矩阵只有在 Error 或 Norm 增大的时候才重新计算。若选择较小的阻尼因子, 则收敛能力下降。HP 截取方法的收敛情况与三角形截取相似, 而矩形截取方法则显示出较为苛刻的收敛要求。

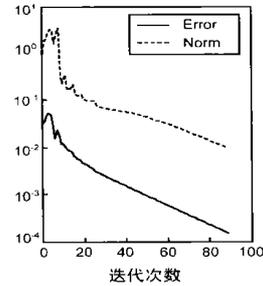


图 3 迭代收敛情况

瞬态模拟和选取  $P = (16, 7)$  三角形截取时的输出电压频

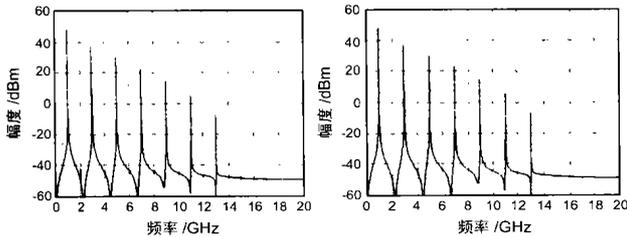


图 5  $P = (7, 5)$  时矩形截取 (左)、三角形截取 (中) 和 HP 截取 (右) 的输出电压频谱

表 1 不同谐波截取方案迭代的步数和计算时间

谐波选取	迭代次数/ 计算时间(秒)		
	矩形截取	三角形截取	HP 截取( $P_3$ )
$P = (4, 3)$	87/ 49	83/ 18	90/ 37(4)
$P = (4, 5)$	-	89/ 35	89/ 80(6)
$P = (7, 5)$	98/ 542	93/ 120	93/ 170(4)
$P = (8, 7)$	-	98/ 291	99/ 438(5)
$P = (16, 7)$	-	90/ 2046	83/ 4654(6)

注:  $G = 0.9, K = 1.67, \text{Norm} = 0.01$ , 节省的 Jacobian 计算模式

HB 方法的计算量与所选择的函数的频率在算法上没有直接联系, 因此, 算法的计算量对混频器 LO 频率和输入信号频率倍数不敏感。本振频率  $f_{LO}$  与中频频率  $f_{IF}$  相差十倍至一百万倍情况下三角形截取方式  $P = (4, 4)$  模拟所花费的计算量见表 2。结果显示, 在不同的本振频率与中频频率倍数下, 计

谱如图 4 所示, 它表明瞬态模拟方法得到的频谱和本文方法得到的频谱相符。

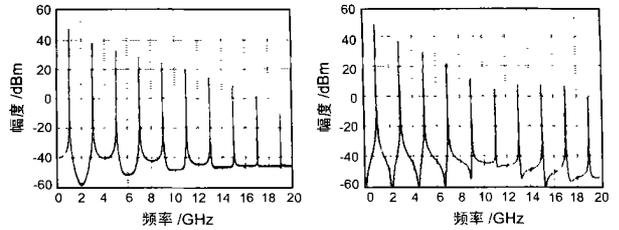


图 4 三角形截取下瞬态 (左),  $P = (16, 7)$  (右) 输出电压频谱

在不同截取方法下, 不同谐波选取方案的迭代步数和计算时间由于谐波数目的差异不尽相同, 表 1 显示了这种差别。矩形截取和 HP 截取的计算量高于三角形截取是显而易见的。由于一般情况下, 器件的高阶非线性特性随阶数的上升而减弱, 从而由于器件非线性特性引起的高阶谐波也随着阶数的上升而逐渐减小。故选择三角形谐波截取既可以满足精度要求, 又可节省许多计算时间。图 5 显示了不同截取方式下  $P = (7, 5)$  时的模拟结果, 结果显示, 本例中输出的谐波成份, 矩形截取和三角形截取得到的频谱差别不大, 而後者的时间花费却只有前者的 1/5; 加入 4 阶 LO 高阶谐波的 HP 截取方法的到频谱与  $P = (16, 7)$  三角形截取得到的大信号频谱相似, 而前者的时间花费仅仅只有後者的 1/12。

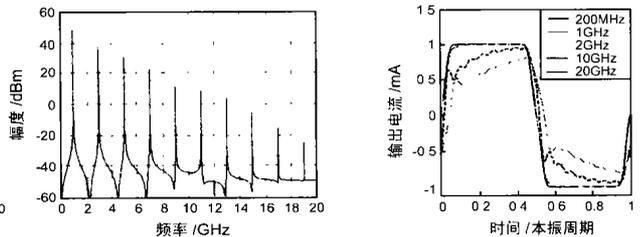


图 6 不同 LO 频率一个载波周期内输出波形

算时间的花费变化不大, 而瞬态方法面对频率相差一百万倍的情况是束手无策的。

表 2 不同频差三角形截取下的迭代步数和计算时间

$f_{LO} : f_{IF} (f_{LO} = \text{GHz})$	迭代次数	计算时间(秒)
10	81	66.0
100	78	63.4
1000	78	63.3
10,000	78	63.8
100,000+	77	71.3
1,000,000+	78	71.9

注:  $P = (4, 4), G = 0.9, K = 1.67, \text{Norm} = 0.01$ , 完全 Jacobian 计算模式, 时间采样数  $N = 4(2M + 1) +$  时间采样数  $N = 5(2M + 1)$

工作于 GHz 频段的 MOSFET 混频器将体现出与低频所不同的特性。采用 PDE 模型描述的 MOSFET 不仅可以反映出器

件的亚域值特性,而且还可以反映出器件的分布特性.图6是LO频率从200MHz变化到20GHz情况下第一个载波周期内的输出信号的波形.从图中我们看到,数GHz情况下的输出波形与百兆Hz情况下的输出波形十分不同.随着频率的上升,输出电压波形幅度被压缩,波形变化速率趋缓.这意味着MOSFET沟道电流超过偏置电流,显示出明显的充放电过程.特别需要指出的是,在基于MOSFET的PDE模型的混频器例子中并没有明显地包含电容,这些效应完全源于MOSFET的分布特性,具有可靠的器件物理基础.

## 6 小结

本文从谐波平衡思想出发,探讨了准周期稳态响应的Fourier算子及其运算规则,给出在空间离散MOSFET PDE方程的基本方法,构造了包括电流、表面势和沟道电流密度等变量的混合MOSFET的谐波平衡方程.以阻尼Newton迭代算法为基础并引入缩放原理,采取恰当的谐波截取方式以及运用MOSFET准静态模型计算初始值以进一步改善算法的收敛特性等技术,得到了求解混合谐波平衡方程的有效算法.计算实例显示本文提出方法于瞬态模拟得到的结果相符,而本文算法受频差变化影响很小,具有较好的收敛特性,能有效处理瞬态方法无能为力的大频差问题.

## 参考文献:

- [ 1 ] O Wing, Tan Jun, Lai Jinmei, Ren Junyan, Zhang Qianling. Iterative solution of ODE/PDE systems for RF circuit simulation [ A ]. 2002 IEEE International Symposium on Circuits and Systems [ C ]. Scottsdale, Arizona, USA: IEEE, 2002. (IV) 317- 320.
- [ 2 ] Wu Xinyu, Lai Jinmei, O Wing. Periodic steady state solution of coupled PDE/ODE system for CMOS RF circuit simulation [ A ]. Proceedings of 1st IEEE International Conference of Communications, Circuits and Systems and West Sino Expositions [ C ]. Chengdu: IEEE, 2002. (II) 1339- 1342.
- [ 3 ] Xinyu Wu, Zaiman Chen, Jinmei Lai, Qianling Zhang, Omar Wing, Junyan Ren. Periodic steady state analysis of coupled ODE/PDE systems for MOS RF autonomous circuit simulation [ A ]. Proceedings of the ASP2DAC 2003 [ C ]. Kitakyushu, Japan: ASP2DAC, 2003. 885- 890.

- [ 4 ] Y Tsividis. Operation and Modeling of the MOS Transistor (2<sup>nd</sup> edition) [ M ]. USA: McGraw-Hill, 1999.
- [ 5 ] Troyanovsky. Frequency domain algorithms for simulating large signal distortion in semiconductor devices [ D ]. USA: Stanford University, Ph. D. Thesis, 1997.
- [ 6 ] M Nakhla, J Vlach. A piecewise harmonic balance technique for determination of periodic response of nonlinear systems [ J ]. IEEE Trans, 1976, CAS- 23(2): 85- 91.
- [ 7 ] Akio Ushida, Leon O Chua. Frequency domain analysis of nonlinear circuit driven by multitone signals [ J ]. IEEE Trans, 1984, CAS31(9): 765- 779.
- [ 8 ] Ken Kundert. Simulation of nonlinear circuit in the frequency domain [ J ]. IEEE Trans, 1986, CAD25(4): 521- 535.
- [ 9 ] Ken Kundert, B. Sorkin, Alberto Sangiovanni-Vincentelli. Apply harmonic balance to a CMOS periodic circuit [ J ]. IEEE Trans, 1988, MIT236(2): 366- 378.
- [ 10 ] Y Thodesen, K Kundert. Parametric harmonic balance [ A ]. IEEE MTT2S International Microwave Symposium Digest [ C ]. San Francisco, CA, USA: IEEE, June 1996. 1361- 1364.

## 作者简介:



武新宇 男, 1979年2月生于云南省昆明市, 2001年在复旦大学电子工程系获学士学位, 现为复旦大学微电子系专用集成电路和系统国家重点实验室硕士研究生, 主要研究方向为集成电路设计及其设计方法学研究.

来金梅 女, 1965年生于浙江省杭州市, 1998年获上海交通大学博士学位, 主要研究方向为集成电路设计及其设计方法学研究.