

光子晶体光纤的有效面积

任国斌^{1,2}, 王 智¹, 娄淑琴¹, 简水生¹

(11 北京交通大学光波所, 北京 100044; 21 河北大学物理科学与技术学院, 河北保定 071002)

摘 要: 本文应用光子晶体光纤(PCF)的本地正交函数模型和 Maxwell 方程的比例性质分析了 PCF 有效模场面积, 给出了三角格子与四方格子 PCF 的数值结果, 得到了归一化有效面积与归一化波长及光纤结构的关系。

关键词: 光子晶体光纤; 正交函数; 有效面积

中图分类号: TN9291.11 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2004)05-0723-04

The Effective Area of Photonic Crystal Fiber

REN Guo^{1,2}, WANG Zhi¹, LOU Shu¹qin¹, JIAN Shu¹sheng¹

(11 Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

21 Physics and Technology College, Hebei University, Baoding, Hebei 071002, China)

Abstract: The effective area of Photonic crystal fiber (PCF) is discussed in this paper. With the scaling properties of Maxwell's equations, the relation between normalized wavelength and normalized effective area of PCF can provide a general map of the effective area. We give numerical results for triangular and square lattice PCF.

Key words: photonic crystal fiber; orthogonal functions; effective area

1 引言

光子晶体光纤(PCF)自问世以来^[1], 由于其具有新颖的传输特性受到了广泛的关注. 与传统光纤相比, PCF 的包层由未掺杂的 SiO₂ 和周期性排列于其中的沿轴向均匀的圆空气孔构成, 可以看作是二维光子晶体. PCF 的芯层可以由高折射率材料(SiO₂)或低折射率材料(空气)构成. 由此引出了两种导模机制^[2]: 全内反射导模(Total internal reflection)和光子带隙导模(Photonic bandgap).

应用 PCF 的- 无尽单模- 特性实现大有效面积 PCF, 可用于高功率传输、光纤激光器^[3]. 设计 PCF 结构参量, 实现色散平坦、色散位移、双零色散等各种色散管理光纤. 利用 PCF 的芯层与包层的较高的折射率差可将光功率更强地限制在芯层以研究非线性效应. 由于 PCF 所具有的独特光学传输特性, 目前光子晶体光纤已广泛应用于光通信与光电子学的前沿研究, 如基于 PCF 的偏振控制器、传感器、模场匹配器、滤波器、集成光路以及各种有源器件等^[4,5].

光纤的有效模场面积是光纤设计中的重要参量, 它决定了光纤的非线性系数 C. 对于研究相关的非线性效应如自相位调制(SPM), 交叉相位调制(XPM), 三次谐波产生(3HG), 四波混频(FWM), 受激 Raman 散射(SRS)和 Brillouin 散射(SBS)等有重要意义. 另外有效模场面积还与光纤的宏弯损耗, 数值孔径, 融接损耗等有关. 因此研究光子晶体光纤的有效模场面

积与结构参量的关系, 对于研究 PCF 中的非线性效应, 损耗以及不同光纤之间的耦合等特性具有重要的意义.

对于传统光纤, 要实现较小或较大的有效模场面积, 需要对光纤的折射率分布作非常复杂的设计, 对工艺的要求较高. 标准的 PCF 制作方法是石英的管棒的反复堆积拉丝, 这种制作方法可以使很容易地设计 PCF 的结构参量如孔距 +、孔径孔距比 d/+、根据需要进行极高或极低的模场有效面积, 同时保持单模特性. 本文应用光子晶体光纤的本地正交函数模型^[6]详细分析了 PCF 有效模场面积与光纤结构参量的关系.

2 本地正交函数模型

假设折射率导模 PCF(图 1)沿纵向(z 方向)均匀, 其模式电场可以写成:

$$E(x, y, z) = [e_x(x, y) + e_z(x, y)] e^{j\beta z} e^{-\alpha z} \quad (1)$$

其中 A 为 PCF 的衰减系数, $e_x(x, y) = e_x^x + e_y^y$, $e_z(x, y)$ 分别是电场的横向分量与纵向分量. 本文不考虑光纤衰减, 即 $A=0$. 将模式电场的表达式(1)代入矢量波动方程, 可得到横向模式电场 $e_x(x, y)$ 、 $e_y(x, y)$ 的耦合波动方程^[7], 若不考虑两偏振模的耦合过程, 将得到:

$$\begin{cases} (\nabla_x^2 - B_x^2 + k^2 n^2) e_x = -\frac{5}{5x} \left[e_x \frac{5 \ln n^2}{5x} \right] \\ (\nabla_y^2 - B_y^2 + k^2 n^2) e_y = -\frac{5}{5y} \left[e_y \frac{5 \ln n^2}{5y} \right] \end{cases} \quad (2)$$

其中 B_x, B_y 是分别沿 x, y 方向的两个偏振模式的传输常数, $n^2 = n^2(x, y)$ 是横向折射率分布, $k = 2P/K$, 是真空波数, $\tau^2 = 5^2/5x^2 + 5^2/5y^2$.

为了解方程(2), 将电场和横向折射率分布用正交函数展开. 由基模的对称性, 选取 Hermite-Gaussian 函数将模式电场展开, 即:

$$e_x(x, y) = \sum_{a,b=0}^{F-1} E_{ab}^x W_a(x) W_b(y) \quad (3)$$

$$e_y(x, y) = \sum_{a,b=0}^{F-1} E_{ab}^y W_a(x) W_b(y)$$

其中, F 为展开式的项数, $W(s)$ ($i = a, b, s = x, y$) 是正交归一化 Hermite-Gaussian 函数, 定义为:

$$W(s) = \frac{2^{-i} p^{-1/4}}{\sqrt{(2i)! X}} \exp\left[-\frac{s^2}{2X^2}\right] H_{2i}(s/X) \quad (4)$$

其中 $H_{2i}(s/X)$ 是 $2i$ 阶 Hermite 函数, X 为特征宽度.

用叠加方法^[6] 将 PCF 的横向折射率 n^2 和 $\ln n^2$ 表示为:

$$n^2(x, y) = \sum_{a,b=0}^{P-1} P_{ab} \cos \frac{2Pax}{l_x} \cos \frac{2Pby}{l_y}$$

$$+ \sum_{a,b=0}^{D-1} D_{ab} \cos \frac{2Pax}{ml_x} \cos \frac{2Pby}{ml_y}$$

$$\ln n^2(x, y) = \sum_{a,b=0}^{P-1} P_{ab}^h \cos \frac{2Pax}{l_x} \cos \frac{2Pby}{l_y}$$

$$+ \sum_{a,b=0}^{D-1} D_{ab}^h \cos \frac{2Pax}{ml_x} \cos \frac{2Pby}{ml_y} \quad (5)$$

其中 $P_{ab}, D_{ab}, P_{ab}^h, D_{ab}^h$ 分别为两种周期性结构 PC1 和 PC2 的展开式系数, P, D 为展开式项数, l_x, l_y 分别是周期性折射率分布在 x, y 两个方向上的周期长度.

将式(3)代入式(2), 可得两个偏振模的特征方程:

$$e_x: \sum_{c,d=0}^F E_{cd}^x [I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)x}] = B_x^2 E_{ab}^x \quad (6)$$

$$e_y: \sum_{c,d=0}^F E_{cd}^y [I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)y}] = B_y^2 E_{ab}^y$$

其中:

$$I_{abcd}^{(1)} = \int_0^1 \int_0^1 W_a(x) W_b(y) \tau^2 [W_c(x) W_d(y)] dx dy$$

$$I_{abcd}^{(2)} = \int_0^1 \int_0^1 n^2 W_a(x) W_b(y) W_c(x) W_d(y) dx dy \quad (7)$$

$$I_{abcd}^{(3)x} = \int_0^1 \int_0^1 W_a(x) W_b(y) \frac{5}{5x} [W_c(x) W_d(y) \frac{5 \ln n^2}{5x}] dx dy$$

$$I_{abcd}^{(3)y} = \int_0^1 \int_0^1 W_a(x) W_b(y) \frac{5}{5y} [W_c(x) W_d(y) \frac{5 \ln n^2}{5y}] dx dy$$

将折射率的展开式(5)代入上式, 并利用 Hermite-Gauss 函数的递推关系和积分公式, 式(7)可以写成解析形式. 这是提高计算速度的关键因素之一, 也是正交函数法的主要优点.

由式(6), 将两个偏振模的特征方程简写为:

$$M^S V^S = B^S V^S \quad (8)$$

$$M^S = I^{(1)} + k^2 I^{(2)} + I^{(3)s}, s = x, y$$

其中 M^S 是一个四维向量. 将 M^S 转化为二维矩阵, 式(8)就成为矩阵的本征值问题. 矩阵 M^S 的特征值有 F^2 个, 大部分没有物理意义, 可以根据 PCF 中模式的传输常数 $B; n_c < B/k$

$< n_{SiO_2}$ 来确定 PCF 中模式的传输常数 B , 其中 n_{SiO_2} 是工作波长位置纯石英折射率, n_c 是光子晶体包层等效折射率^[8]. 利用与传输常数对应的特征向量即可根据电场展开式(3)得到模式电场分布.

3 PCF 的有效模场面积

3.1 有效模场面积 A_{eff}

光纤有效面积的定义为:

$$A_{eff} = \frac{\int |Q^+|^2 |E(x, y)|^2 dx dy}{\int |Q^+|^2 |E(x, y)|^4 dx dy} \quad (9)$$

我们只考虑 PCF 的基模, 将式(3)带入上式, 利用 Hermite-Gauss 函数的递推关系和积分公式, 可以将式(9)写成解析形式:

$$A_{eff} = \frac{2[P \sum_{a_1, a_2=0}^{F-1} E_{a_1, a_2}^2]^2}{\sum_{a_1, a_2, a_3, a_4=0}^{F-1} E_{a_1, b_1} E_{a_2, b_2} E_{a_3, b_3} E_{a_4, b_4} \sqrt{N} F_{a\#} F_{b\#}} \quad (10)$$

其中:

$$N = (2a_1)! (2a_2)! (2a_3)! (2a_4)! (2b_1)! (2b_2)! (2b_3)! (2b_4)! \quad (11)$$

$$F_s = \sum_{t_1=0}^{\min(2s_1, 2s_2)} \frac{1}{t_1! (2s_1 - t_1)! (2s_2 - t_1)!}$$

$$\# \sum_{t_2=0}^{\min(2s_3, 2s_4)} \frac{(-1)^{J_s} \#(J_s)}{t_2! (2s_3 - t_2)! (2s_4 - t_2)!} \quad (12)$$

$$J_s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 - t_1 - t_2, (s = a, b) \quad (13)$$

$\#(J_s)$ 为 $\#$ 函数. 这样通过求解矢量波动方程得到模式电场的展开式系数 E_{ab} , 将其代入(10)即可求得模式场的有效模场面积 A_{eff} .

3.1.2 Maxwell 方程的比例性质 (Scaling properties)

在不考虑材料色散的情况下, Maxwell 方程经变换可得^[9]:

$$\nabla \cdot \left[\frac{1}{E(r)} \nabla H(r) \right] = \left[\frac{X}{c} \right]^2 H(r) \quad (14)$$

如果空间介电常数 E 的分布放大一个比例系数 $S: E(r) = E(r/s)$, 对方程(14)作变换: $rc = sr, \tau c = \tau/s$, 将其转化为:

$$s \tau c \nabla \cdot \left[\frac{1}{E(r/s)} s \tau c \nabla H(r/s) \right] = \left[\frac{X}{c} \right]^2 H(r/s) \quad (15)$$

由于 $H(r/s) = E(r)$, 方程两边除以 s 后得:

$$\tau c \nabla \cdot \left[\frac{1}{E(r)} \tau c \nabla H(r/s) \right] = \left[\frac{X}{sc} \right]^2 H(r/s) \quad (16)$$

而上式与式(14)相同, 因此当空间介电常数 E 的分布放大一个比例系数 S , 模场 H 也

放大一个比例系数 $S: H_c(r) = H(r/s)$, 相应的频率为 $X = X/s$, 或波长 $K = sK$. 也就是说, 如果已知一种介电结构的场分布, 当这种介电结构的尺度整体放大 S 倍时, 要得到新结构的模场分布, 只需要相应的波

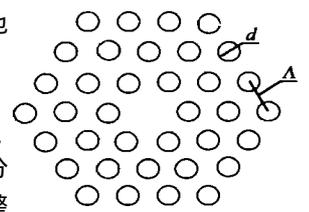


图 1 三角格子 PCF 横截面示意图

长及模场分布也放大 S 倍, 此时式(16) 仍然成立. Maxwell 方程的比例性质可以简化分析 PCF 有效面积的过程.

31.3 三角格子光子晶体光纤的有效面积

图 1 为空气孔呈三角结构排列的全内反射光子晶体光纤的横截面示意图. 图中 PCF 的中心区域的空气孔被石英基质材料代替而形成导模区域(即 PCF 的纤芯). 通常用参量孔距 + 和孔径孔距比 d/+ 来表征 PCF 的结构.

利用本地正交函数模型, 我们求得三角格子 PCF 的基模模场强度的分布, 如图 2. 选取的结构参量为: += 21.3Lm, d/+ = 0.12. 工作波长为 1550nm. 图 2(b) 中同时显示了空气孔在 PCF 横截面上的分布(图中的小圆). 图 2 显示有较多的光功率分布在光子晶体

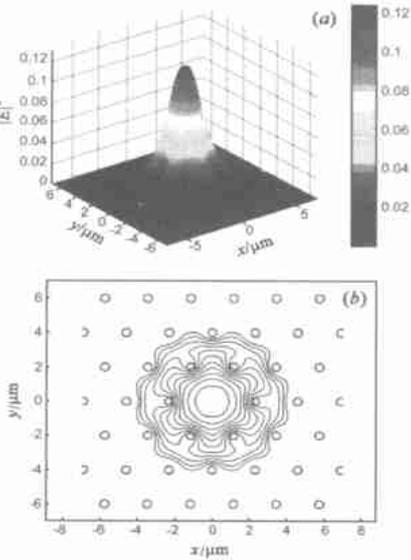


图 2 三角格子 PCF 的基模模场强度 |E|^2 分布 (a) 强度三维分布; (b) 模场等高线, 间距为 1dB. PCF 的结构参量为: += 21.3Lm, d/+ = 0.12. 工作波长 1550nm

包层区, 这是因为包层区的空气孔较小的缘故. 由于三角格子 PCF 具有六重旋转对称性, 在理论上其基模是简并的^[10]. 因此方程(6)中的 Ex, Ey 两个偏振态的模式折射率差从一个方面反应了数值分析的精度, 计算中我们得到的模式折射率差一般在 10⁻⁵量级, 从而显示此算法具有较高的精度. 周期性空气孔对电场起到了很强的限制作用, 从等高线图上可以看到, 横向场绕过空气孔位置, 沿空气孔之间的石英区域向外扩展, 场型能清晰地反映六角对称的折射率分布.

应用式(10) 并忽略材料色散(取 SiO₂ 折射率为 1.444023), 得到三角格子 PCF 的基模模场有效面积与波长的关系(图 3). 特定结构的 PCF 的有效面积随波长的增加而增大. 对于相同的结构参量 +, 空气孔的相对大小 d/+ 较波长对有效面积的影响更大, 如图 3(a). 对于相同的 d/+, 有效面积随孔距 + 的增大而增大, 如图 3(b). 通过设计 PCF 的结构参量 + 和 d/+, 可以得到极大或极小有效面积的 PCF 应用于高能传输, 光纤激光器或研究非线性.

考虑 Maxwell 方程的比例性质(Scaling properties), 在 PCF 结构参量 d/+ 保持不变的情况下, 若 + 变化, 相当于 PCF 的尺度发生变化, 假定 + 变为 S+, 那么波长变为 Kc = sK 时对应的模式场放大 S 倍, 有效模场面积变为 S²A_{eff}, 我们可以用归一化波长 K/+, 归一化有效面积 A = A_{eff}/A_{cell} 来研究 PCF 的有效面积, 其中 A_{cell} 为 PCF 的元胞面积. 对三角格子 PCF A_{cell} = 3^{1/2}+²/2.

应用此比例性质, 图 3(b) 可以用一条曲线表示, 我们的计算结果与理论分析一致. 图 4 为相对孔径 d/+ 不同的三角格子 PCF 的归一化有效面积 A 与归一化波长 K/+ 的关系. 它可以为我们设计特定有效面积的 PCF 提供参考.

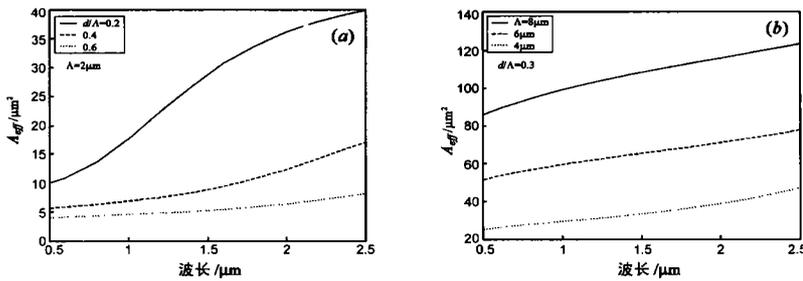


图 3 三角格子 PCF 的基模模场有效面积 (a) 结构参量 += 2Lm, d/+ = 0.12, 0.4, 0.6; (b) 结构参量 d/+ = 0.13, += 4Lm, 6Lm, 8Lm

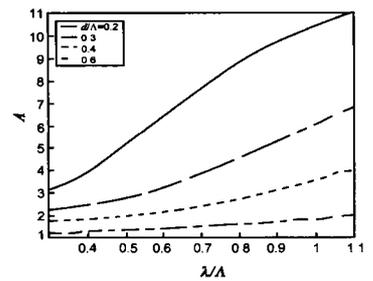


图 4 三角格子 PCF 的归一化波长 K/+ 与归一化有效面积 A 的关系

31.4 四方格子光子晶体光纤的有效面积

对于四方格子 PCF, 我们仍用孔距 + 和孔径孔距比 d/+ 来表征其结构. 图 5 为四方格子 PCF 的基模模场分布. 图中结构参量的选取与图 2 相同, 这里只是 PCF 包层中空气孔的排列方式不同, 如图 5(b) 中的小圆. Ex, Ey 两个偏振态的模式折射率差在 10⁻⁶量级.

图 6 为相对孔径 d/+ 不同的四方格子 PCF 的归一化有效面积 A 与归一化波长 K/+ 的关系. 这里 A = A_{eff}/A_{cell}, A_{cell} = +². PCF 的有效模场面积随包层区空气孔的增大而减小, 并

且都随波长的增加而增大. 比较图 6 与图 4, 这两组曲线非常相似, 只是大小略有不同, 四方格子 PCF 在相同结构参量时比三角格子 PCF 的有效面积略大. 这是因为在相同的结构参量 +, d/+ 下, 由于排列方式不同, 四方格子 PCF 的包层区较三角格子 PCF 的包层区在单位面积内包含有较少的空气孔, 因此其有效折射率较高, 使光功率较多的分部于 PCF 的包层区, 导致了较大的有效模场面积. 这个结论可以使我们通过选择 PCF 包层区空气孔的排列方式, 实现 PCF 的极高或极低的有效模场面积.

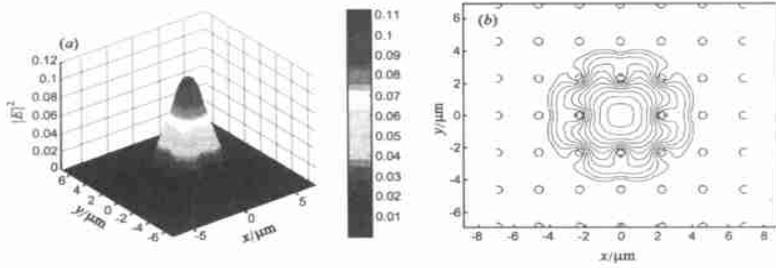


图 5 四方格子 PCF 的基模场分布 (a) 强度三维分布; (b) 场等高线, 间距为 1dB.
PCF 的结构参量为: $a = 2.3\lambda_m$, $d/a = 0.2$. 工作波长 1550nm

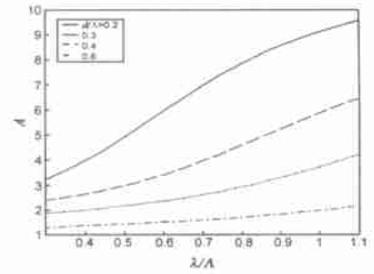


图 6 四方格子 PCF 的归一化波长 $k_0 a$ 与归一化有效面积 A 的关系

4 结论

本文利用本地正交函数模型, 讨论了三角格子和四方格子 PCF 的有效面积. 分析结果表明特定结构的 PCF 的有效面积随波长的增加而增大. 对于相同的结构参量 a , 空气孔的相对大小 d/a 较波长对有效面积的影响更大. 为了方便地描述 PCF 的有效模场面积, 我们利用 Maxwell 方程的比例性质, 得到了 PCF 的归一化波长与归一化有效面积 A 的定量关系. 本文结果显示了通过调节 PCF 结构参量, 可以根据需要设计模场有效面积, 实现极高或极低的非线性.

参考文献:

- [1] J C Night, T A Birk, et al. All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding [J]. Opt. Lett, 1996, 21(19): 1547- 1549.
- [2] J C Night, P St Russell. New way to guide light [J]. Science, 2002, 296: 276- 277.
- [3] W J Wadsworth, R M Percival, et al. High power air-clad photonic crystal fibre laser [J]. Opt. Express, 2003, 11(1): 48- 53.
- [4] B J Eggleton, P S Westbrook, et al. Grating resonances in air-silica microstructured optical fibers [J]. Opt. Lett, 1999, 24(21): 1460- 1462.
- [5] G Kakarantzas, A Ortigas-Blanch, et al. Structural rocking filters in highly birefringent photonic crystal fiber [J]. Opt. Lett, 2003, 28(3): 158- 160.

- [6] Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin, Jian Shuisheng. Novel supercell lattice method for the photonic crystal fibers [J]. Opt. Express, 2003, 11(9): 980- 991.
- [7] A W Snyder. Optical Waveguide Theory [M]. New York: Chapman and Hall, 1983.
- [8] T A Birk, J C Night, et al. Endlessly single-mode photonic crystal fiber [J]. Opt. Lett, 1997, 22(13): 961- 963.
- [9] J D Joannopoulos, R D Meade, J N Winn. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light [M]. New York: Princeton university press, 1995.
- [10] Ren Guobin, W Zhi, L Shuqin, J Shuisheng. Mode classification and degeneracy in photonic crystal fibers [J]. Opt. Express, 2003, 11(11): 1310- 1321.

作者简介:



任国斌 男, 1973 年 1 月出生于河北献县, 在读博士, 主要从事非线性光纤光学、新型光纤和光子晶体光纤的研究工作.

王 智 男, 1971 年 11 月出生于湖北蕲春, 北方交通大学副教授, 主要从事光纤通信、非线性光纤光学、新型光纤和光纤工艺的研究工作.