

电磁问题中统一的电路模型及路与场的相互作用

梁昌洪, 李 龙, 郑家骏

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西西安 710071)

摘 要: 电磁问题中有一大一类是研究天线和散射理论, 即由封闭电路系统向空间开放系统的能量转换. 本文给出了激励源和加载网络统一的普遍电路模型; 并具体给出了广义矩阵型 Ohm s 定律, 使路和场的相互作用统一于其中. 文中指出源和加载网络作为路对场有耦合作用, 从而会影响近场与辐射方向图.

关键词: 统一电路模型; 广义矩阵型 Ohm s 定律; 路与场的相互作用

中图分类号: TN711.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-0902-04

The Unified Circuit Model and Interaction of Circuits and Fields in Electromagnetic Problems

LIANG Changzhong, LI Long, ZHENG Jiajun

(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: An analysis of the antenna and scattering theory is an important part in the electromagnetic problems, which describes the energy transformation from a closed circuit system to an open space system. This paper presents a general circuit model unifying the exciting sources and loaded networks. Furthermore, the interaction of circuits and fields is unified in the generalized matrix Ohm s law that is given in this paper. It is shown that the sources or load networks, as the circuits, produce coupling to the antenna or scattering bodies so they affect the near fields and radiated pattern.

Key words: unified circuit model; generalized matrix Ohm s law; interaction of circuits and fields

1 引言

天线和散射是电磁问题研究的主要领域之一. 尽管近年来各种新的数值分析方法层出不穷, 但矩量法 (MoM) 依然是实际上应用最广泛的方法之一.

经典的天线问题可以分解成两个方面: 已知激励求天线电流, 称之为内问题; 而已知电流求外场称之为外问题. R F Harrington 对于天线矩量法的主要贡献是^[1,2]:

(1) 把内问题和外问题统一起来. 即把天线离散各段的电流 I 和相应的激励电压 V 用矩阵型 Ohm s 定律联系起来

$$ZI = V \quad (1)$$

式中, Z 是导体、媒质和空间的固有特性, 与激励无关, 称之为阻抗矩阵.

(2) 把天线问题和散射问题统一起来. 他认为天线是激励在导体上的散射体, 而散射体则是激励在导体外的导体.

只需将入射电场 E^i 在散射体第 m 个单元上的反应定义为相应的广义电压, 即

$$V_m = \int w_m \cdot E^i \quad (2)$$

则散射体完全可以看作天线. 其中 w_m 是第 m 个单元上的选

配函数, 而 3, 4 表示内积.

(3) 提出了广义网络思想. 即电磁相互作用在数学上表现为阻抗或导纳矩阵的对角元素 (自作用) 和非对角元素 (互作用).

值得指出: R F Harrington 采用矩量法计算的多种基本天线 (即单馈电激励) 都采用理想馈源, 也就是只考虑馈电电压 V_0 . 这种模型取得了与实际相当吻合的结果. 所以, 它似乎隐含着—层意思: 馈源网络是内问题, 它不影响外场. 然而加载阻抗 Z_L 又影响天线的各项性能. 因此, 如何解释其中的原由, 研究馈电网络与加载网络的统一, 路与场的统一, 将会对天线阵设计、复杂系统的电磁兼容有着深刻的意义.

2 统一电路模型

天线和散射问题在最一般意义上可以说是路问题与场问题的统一. 内部的激励电路通过天线或散射体向外部辐射. 以这一观点看问题, 理想的矩阵型 Ohm s 定律可以画成图 1. 其中, 左半部激励 V 表示路问题; 而右半部 Z 则反映场问题. 中间联系的电流 I 正是理想情况下场问题与路问题的统一.

现在, 我们将建立普遍的激励源模型. 设第 i 个单元有激

励网络并不失一般性. 源模型假定:

(1) 激励源认为是点馈型的. 即激励源将不影响原来第 i 段的自阻抗 Z_{ii} 以及其它各段的互阻抗 Z_{ij} .

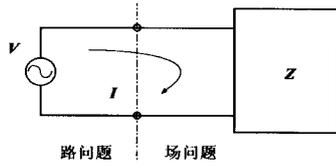


图1 理想矩阵型 Ohm s 定律

(2) 作为内部电路与外部天线的连接点将保持电流连续性, 即

$$i_j = ic_j \tag{3}$$

(3) 根据戴文宁定理, 任何线性单端口均可等效为电压 V_i 和内阻 Z_{si} .

把上述情况用图 2 表示出来.

十分明显, 当 $Z_s = 0$ 的特殊情况, 问题即退化为理想激励源 V_i 也就是 R F Harrington 在矩量法中给出的源模型. 在这里所提出的一般路模型只需 $V_i - Z_{si}I_i$ 代替原来理想模型的 V_i , 其余一切相同. 因此, 很容易导出广义矩阵型 Ohm s 定律

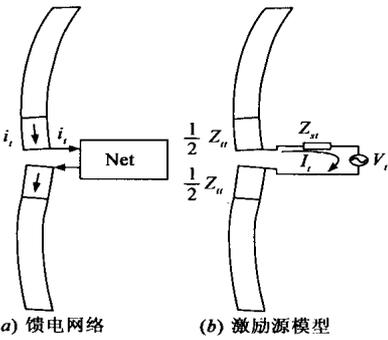


图2 激励源模型

$$ZI = V - Z_s I \tag{4}$$

其中 Z_s 称之为路内阻抗矩阵. 特别指出: 在一般意义上 Z_s 可以不是对角型的, 也就是说路内部的各激励点允许有相互耦合.

广义矩阵型 Ohm s 定律如图 3 所示. 我们又一次看到: 图的左半部激励 V 和内阻 Z_s 表示一般路问题; 而右半部 Z 则反映场问题. 中间联系的电流 I 给出普遍情况下场问题与路问题的统一.

(1) 如果把激励电压为零的各单元看作为天线加载段; 而把 Z_s 为零的各单元看作是理想源. 那么广义矩阵型 Ohm s 定律把各种激励和加载情况统一起来. 换句话说, 图 3 的左半部给出了统一的电路模型.

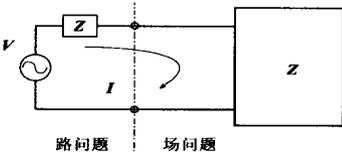


图3 广义矩阵型 Ohm s 定律

(2) 通过源网络或加载网络把路问题转化为场问题, 电磁波以外场形式向空间辐射. 换句话说, 广义矩阵型 Ohm s 定律是路和场的进一步统一.

3 两个定理

本文进一步给出两个定理.

定理 1 单馈点激励源(或单加载阻抗), 其内阻值 Z_{si} 不

影响电流和外场的相对分布.

证明 单馈点激励源的广义矩阵型 Ohm s 定律可写为

$$\begin{cases} Z_{11}I_{1+} + Z_{1i}I_{i+} + Z_{1n}I_n = 0 \\ \dots, \dots, \dots \\ Z_{i1}I_{1+} + (Z_{ii} + Z_{si})I_{i+} + Z_{in}I_n = V_i \\ \dots, \dots, \dots \\ Z_{n1}I_{1+} + Z_{ni}I_{i+} + Z_{nn}I_n = 0 \end{cases} \tag{5}$$

在上式中排除第 i 个方程, 重新建立 $(n-1) \times (n-1)$ 阶矩阵方程

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{1,i-1} & Z_{1,i+1} & Z_{1,n} \\ s & s & s & s \\ Z_{i-1,1} & Z_{i-1,i-1} & Z_{i-1,i+1} & Z_{i-1,n} \\ Z_{i+1,1} & Z_{i+1,i-1} & Z_{i+1,i+1} & Z_{i+1,n} \\ s & s & s & s \\ Z_{n,1} & Z_{n,i-1} & Z_{n,i+1} & Z_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ s \\ I_{i-1} \\ I_{i+1} \\ s \\ I_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{1,i} \\ s \\ Z_{i-1,i} \\ Z_{i+1,i} \\ s \\ Z_{n,i} \end{bmatrix} I_i \tag{6}$$

还可写出其紧凑形式

$$Z_R I_R = - Z_i I_i \tag{7}$$

其中,

$$I_R = [I_1, \dots, I_{i-1}, I_{i+1}, \dots, I_n]^T \tag{8}$$

$$Z_i = [Z_{1i}, \dots, Z_{i-1,i}, Z_{i+1,i}, \dots, Z_{ni}]^T \tag{9}$$

$$Z_R = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{1,i-1} & Z_{1,i+1} & Z_{1,n} \\ s & s & s & s \\ Z_{i-1,1} & Z_{i-1,i-1} & Z_{i-1,i+1} & Z_{i-1,n} \\ Z_{i+1,1} & Z_{i+1,i-1} & Z_{i+1,i+1} & Z_{i+1,n} \\ s & s & s & s \\ Z_{n,1} & Z_{n,i-1} & Z_{n,i+1} & Z_{n,n} \end{bmatrix} \tag{10}$$

则很容易得到

$$I_R = - Z_R^{-1} Z_i I_i \tag{11}$$

且总电流为

$$I = \begin{bmatrix} I_R \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - Z_R^{-1} Z_i \\ 1 \end{bmatrix} I_i \tag{12}$$

即电流与 I_i 成正比, 且 $[Z_R]$ 和 $[Z_i]$ 与电源内阻 Z_{si} 无关.

换句话说, 单馈点激励源的电流和外场的相对分布, 在满足矩量法的假设条件下与内阻(进一步即馈源网络)无关. 这就是为什么长期以来, R F Harrington 在矩量法计算单馈点激励时, 只要引进理想源, 即可得到与实际吻合的根本原因. 在这种情况下, 激励源网络(或者说路对场)的影响并不显现.

为了作进一步深入讨论, 如果我们再假设在第 i 单元和第 j 单元均分别有激励电源 V_i 和 V_j , 以及相应内阻 Z_{si} 和 Z_{sj} . 则类似讨论可知

$$Z_R I_R = - Z_i I_i - Z_j I_j \tag{13}$$

其中, 矩阵 $[Z_R]$ 是去掉第 i 行, i 列和第 j 行, j 列的 $(n-2) \times (n-2)$ 阶矩阵. 且总电流为

$$I = \begin{bmatrix} Z_R^{-1} Z_i & - Z_R^{-1} Z_j \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} \tag{14}$$

随着 I_i 和 I_j 的自由选择, I_R 乃至 I 的相对分布发生了变化, 于是外场也变化了. 双口以上激励(或加载), 端电流的相互交叉可以起到调整场分布的作用.

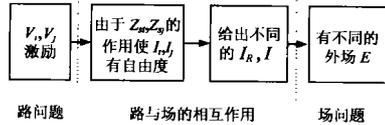


图 4 路与场的相互作用

图 4 给出了路和场的相互作用概念.

具体地说, 电路激励中 Z_{si} 和 Z_{sj} 与场固有特性阻抗矩阵 Z 的相互作用, 影响电路 I 乃至影响外场 E .

定理 2 (分块矩阵定理)

定义 $Z^T = Z + Z_s$ (15)

则广义矩阵型 Ohm's 定律又可写成

$$Z^T I = V \quad (16)$$

把 N 端口天线分成两部分: 即激励区域 I (V 不为零的区域) 和非激励区域(包括加载和未加载, 即 V 为零的区域). 这时又把 Z^T 写成分块矩阵形式, 即

$$Z^T = \begin{bmatrix} Z_{N,N}^T & Z_{N,0}^T \\ Z_{0,N}^T & Z_{0,0}^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

广义矩阵型 Ohm's 定律为

$$\begin{bmatrix} Z_{N,N}^T & Z_{N,0}^T \\ Z_{0,N}^T & Z_{0,0}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_N \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_I \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

则电流解可以写成

$$I = \begin{bmatrix} I_N \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_{N,N}^T - Z_{N,0}^T (Z_{0,0}^T)^{-1} Z_{0,N}^T)^{-1} \\ - (Z_{0,0}^T)^{-1} Z_{0,N}^T (Z_{N,N}^T - Z_{N,0}^T (Z_{0,0}^T)^{-1} Z_{0,N}^T)^{-1} \end{bmatrix} V_I \quad (19)$$

双矩阵分块矩阵法如图 5 所示.

证明 利用矩阵方程(18)写出

$$\begin{cases} Z_{N,N}^T I_N + Z_{N,0}^T I_0 = V_I \\ Z_{0,N}^T I_N + Z_{0,0}^T I_0 = 0 \end{cases} \quad (20)$$

由式(20)中第二式可知

$$I_0 = - (Z_{0,0}^T)^{-1} Z_{0,N}^T I_N \quad (21)$$

代入式(20)中第一式有

$$(Z_{N,N}^T - Z_{N,0}^T (Z_{0,0}^T)^{-1} Z_{0,N}^T) I_N = V_N \quad (22)$$

容易给出电流解结果式(19).

在问题中, 当激励端口和非激励端口相等, 均为 $N/2$ 时, 计算量最小. 特别需要指出: 式(22)与 RF Harrington 在多馈与多载研究中给出的输入阻抗矩阵^[1,2]

$$Z_{in} = Z_{11} - Z_{12}(Z_{22} + Z_L)^{-1} Z_{21} \quad (23)$$

含义完全不同. 按文献[1, 2], 要求把所研究的天线分成三个区域: 理想馈源 a 区域, 加载 b 区域和内部 c 区域, 如图 6 所示.

这时研究的重心在于分析区域 a 与区域 b 的关系. 三区域分块矩阵可具体写成

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

又可进一步得到

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ba} & Z_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{ac} \\ Z_{bc} \end{bmatrix} I_c = \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z_{ca} & Z_{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} + [Z_{cc}] I_c = 0 \end{cases} \quad (25)$$

由式(25)第二式可知

$$I_c = - [Z_{cc}]^{-1} [Z_{ca} \quad Z_{cb}] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \quad (26)$$

再代入式(25)第一式, 则外部(也即 a 和 b)端口方程为

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} - Z_{ac} Z_{cc}^{-1} Z_{ca} & Z_{ab} - Z_{ac} Z_{cc}^{-1} Z_{cb} \\ Z_{ba} - Z_{bc} Z_{cc}^{-1} Z_{ca} & Z_{bb} - Z_{bc} Z_{cc}^{-1} Z_{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

于是, 与文献[1, 2]的对应关系为

$$\begin{cases} Z_{11} = Z_{aa} - Z_{ac} Z_{cc}^{-1} Z_{ca} \\ Z_{12} = Z_{ab} - Z_{ac} Z_{cc}^{-1} Z_{cb} \\ Z_{21} = Z_{ba} - Z_{bc} Z_{cc}^{-1} Z_{ca} \\ Z_{22} = Z_{bb} - Z_{bc} Z_{cc}^{-1} Z_{cb} \end{cases} \quad (28)$$

换句话说, RF Harrington 采用的(三个区域)分块矩阵法, 至少要两次求逆. 而定理 2 直接一次求逆即可.

4 路与场的相互作用

在以往的天线阵列研究、复杂系统电磁兼容问题中都没有充分考虑路与场的相互作用. 特别是激励源网络对于天线电流、近场和辐射方向图的影响.

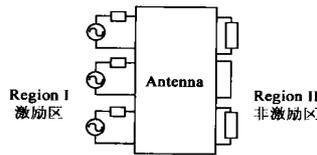


图 5 双分块矩阵法

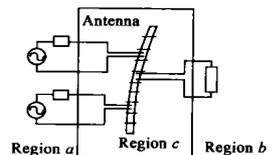


图 6 三区域分块矩阵法

作为例子, 本文只研究双天线系统情况, 如图 7 所示. 十分清楚, 在研究的模型中天线 1 为激励天线 $V=1$ 伏, 源内阻为 Z_s , 而天线 2 为加载天线, 加载阻抗也为 Z_s . 为简单起见, 两根天线的长度、半径和 Z_s 均相同. 所研究的指标是天线电流、外场方向图和近场值. 其中, $2L=2m$, $a=0.015m$, $d=3m$, $f=75MHz$. 我们分两种情况讨论:

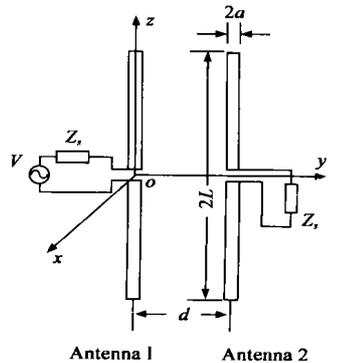


图 7 双天线系统

Case 1: 天线 1 激励且内阻为 Z_s , 天线 2 终端短路;

从图中可见, 正如文中定理 1 所述, 单馈电加载激励, 其内阻值不影响电流和外场的相对分布.

Case 2: 天线 1 激励且内阻为 Z_s , 天线 2 终端加载阻抗 Z_s .

由上面例子可以看出, 双加载情况下, 路和场的相互作用和相

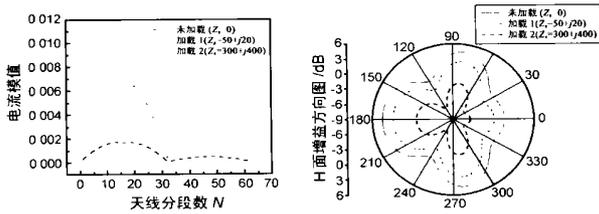


图 8 单馈电加载天线上的电流模值和 H 面增益方向图

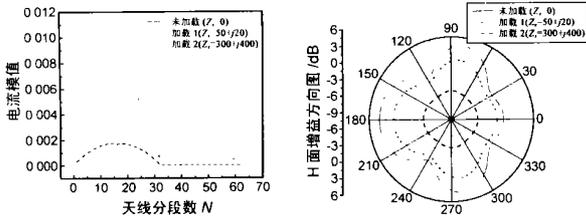


图 9 双加载天线上的电流模值和 H 面增益方向图
互耦将会使天线电流、近场和辐射方向图发生变化。当阵列中天线数的增加会使这种效应更为显著。表 1 给出了在加载前后输入阻抗以及近场观察点 (1m, 1.5m, 0) 处的 E_z 分量场的值。

表 1 Case2 时在 (1m, 1.5m, 0) 处的近场值, 频率 $f=75\text{MHz}$

天线不加载	$Z_{in} = 94.731380 + j51.562547(8)$ $E_z = 0.295582 + j0.222465$
天线加载阻抗 $50 + j20(8)$	$Z_{in} = 144.41769 + j68.476748(8)$ $E_z = 0.169534 + j0.164089$
天线加载阻抗 $300 + j400(8)$	$Z_{in} = 394.82105 + j443.92975(8)$ $E_z = 0.0512513 + j0.0257967$

5 结论

矩量法处理天线和电磁散射问题时,内问题 和外问题统一处理;天线和散射体统一概念;自作用和相互作用统一于矩阵网络。由于这些统一使矩量法概念简单,并集中反映在矩阵型 Ohm's 定律之中。

本文在此基础上提出了统一的电路模型,把源网络和加载网络统一起来;同时又把路和场统一于广义矩阵型 Ohm's 定律中。更加便于研究路和场的相互作用。

这一思想尽管在本文中以矩量法为例做出阐述,实际上还可以推广到其它计算方法中去,进一步工作正在继续之中。

参考文献:

- [1] R F Harrington. Field Computation by Moment Method[M]. New York: Macmillan Company, 1968.
- [2] 王尔杰,肖良勇,林焯森,等译. 计算电磁场的矩量法[M]. 北京: 国防工业出版社. 1981.
- [3] R F Harrington. Reactively controlled directive arrays[J]. IEEE Trans. on AP, 1978, 26(3): 390-395.

作者简介:

梁昌洪 男, 1943 年 12 月出生于上海, 现为西安电子科技大学教授, 博士生导师, 并任中国电子学会微波学会副主任委员、中国电子学会会士、IEEE Senior member 等职, 2003 年荣获首届全国教学名师奖, 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面。

李 龙 男, 1977 年 1 月出生于贵州安顺, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、光子带隙等方面的研究工作。