

多用户环境下定位精度的克拉美罗下限 与时延估计算法

王 巍,熊瑾煜,朱中梁
(西南电子电信技术研究所重点实验室,四川成都 610041)

摘 要: 本文针对码分多址(CDMA)系统,推导了基于到达时间(TOA)的移动台定位所具有的估计精度下限,给出了定位估计精度下限推导的具体步骤和下限表达式,分析了该下限所具有的物理意义,得到了定位精度下限与用户数无关的结论.同时,提出了在长码扩频条件下能够抑制多址干扰(MUI)的时延估计算法,进一步说明了精度下限的物理含义.最后在仿真的基础上对估计下限和新算法的性能进行了讨论.

关键词: 码分多址;多址干扰;定位;信号到达时间;时延估计;克拉美罗下限

中图分类号: TN929.53 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2005)01-0131-04

Cramer-Rao Low Bound for Location and Time Delay Estimation Algorithm in Multi-User Environments

WANG Wei, XIONG Jin-yu, ZHU Zhong-liang

(National Key Lab of Southwest Inst of Electron & Telecom Techn, Chengdu, Sichuan 610041, China)

Abstract: In this paper, the Cramer-Rao low bound (CRLB) for mobile station location based on time of arrival (TOA) in CDMA system is obtained. The detailed deduction and the expression of CRLB are showed and the physical interpretation is discussed. From the CRLB, the conclusion that the CRLB for location is not related with user's numbers is obtained. A new time delay estimation algorithm which can restrain multi-user interferes (MUI) is raised. The method explains the CRLB more sufficiently. The paper discusses some numerical examples based on simulation experiments.

Key words: CDMA; MUI; location; TOA; time delay estimation; CRLB

1 引言

1996年,美国FCC明确要求各移动通信运营商为移动用户提供E-911服务^[1],因此多个基站利用移动台无线信号到达时刻(TOA)进行定位的方式在近年来受到了广泛关注^[2-3].

CDMA移动通信系统具有典型的多址干扰特性.研究多用户条件下移动台定位估计精度的下限对于实际的CDMA定位系统具有一定的理论价值.CRLB是无偏估计的误差方差的下限^[4],推导多址干扰环境下的CRLB可以有效地反映理论上的定位精度.同时,当前国内的CDMA移动通信系统都采用长码扩频方式(扩频序列周期超过调制符号的长度),研究该方式下能够抑制多址干扰的时延估计算法也是切合实际的.

本文分析了在多址干扰条件下基于TOA技术估计目标移动台位置精度的CRLB,给出了一个闭式解.在此解的基础上探讨了它的物理含义,并进行仿真给出数字上的论证.同时,提出了一种可以适用于长码扩频系统的时延估计算法,该算法是对CRLB的进一步阐述.

2 信号及系统模型

考虑K个用户的通信系统.系统通过B个基站接收的上行信号对目标用户进行定位.每个基站接收到的信号为单径视距传输(LOS)信号

第k个用户发射的信号为

$$S_k(t) = \sqrt{2P_k} \sum_m d_{k,m} a_{k,m}(t - mT_b) \cos(\omega_c t + \phi_{k,m}) \quad (1)$$

其中, P_k 为发送功率; $d_{k,m}$ 表示第 m 个调制符号,其周期为 T_b ; $a_{k,m}(t)$ 为第 k 个用户第 m 个符号的扩频码,其码片周期为 T_c ; $\phi_{k,m}$ 为相位.

第 b (1 ≤ b ≤ B) 个基站接收到的信号可以表示为:

$$\begin{aligned} r_b(t) &= \sum_{k=1}^K \left[A_{k,b} \sum_m d_{k,m} a_{k,m}(t - mT_b - \tau_{k,b}) \right] + n_b(t) \\ &= \sum_{k=1}^K [A_{k,b} p_k(t - \tau_{k,b})] + n_b(t) \\ &= \sum_{k=1}^K S_{k,b}(t - \tau_{k,b}) + n_b(t) \end{aligned} \quad (2)$$

收稿日期:2004-04-23;修回日期:2004-10-14

其中, $A_{k,b}$ 表示观测时间内的复振幅; $a_{k,m}(t)$ 为第 k 个用户的第 m 个符号的扩频序列; $\tau_{k,b}$ 为用户 k 的信号到基站 b 的时延; $n_b(t)$ 是复高斯白噪声, 功率谱密度为 $N_{b,0}/2$; $p_k(t)$ 表示调制后的扩频信号; $S_{k,b}$ 表示基站 b 接收到的用户 k 的数据.

3 多址干扰条件下定位估计精度的 CRLB

CRLB 是对未知参量进行无偏估计时误差方差的下限. 若移动台坐标为 (x_k, y_k) , 不失一般性, 假设第一个移动台为目标移动台. 令

$$\phi = [x_k, y_k]^T \quad (3)$$

$$k_{b,k} = \frac{1}{c} \sqrt{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2} \quad (4)$$

其中, (x_b, y_b) 为第 b 个基站的坐标, c 为光速.

基站 b 接收到的观测数据其条件概率密度函数可以表示为

$$p(r_b/\phi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^N \exp \left\{ - \frac{1}{N_{b,0}} \left| \sum_{k=1}^K S_{k,b}(t - \tau_{k,b}) \right|^2 \right\} \quad (5)$$

其中, σ^2 是观测时间 $[0, T]$ 上观测信号的方差, 它与时延无关. 式(5)的对数形式为

$$\ln p(r_b/\phi) = C_0 - \frac{1}{N_{b,0}} \int_0^T \left| \sum_{k=1}^K S_{k,b}(t - \tau_{k,b}) \right|^2 dt \quad (6)$$

其中, C_0 为常数.

对式(6)求其偏导

$$\frac{\partial \ln p(r_b/\phi)}{\partial x_k} = \frac{2}{cN_{b,0}} \frac{(x_b - x_k)}{\sqrt{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2}} \cdot \int_0^T \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial S_{k,b}(t - \tau_{k,b})}{\partial \tau_{k,b}} \cdot n_b(t) \right\} dt \quad (7)$$

$$\frac{\partial \ln p(r_b/\phi)}{\partial y_k} = \frac{2}{cN_{b,0}} \frac{(y_b - y_k)}{\sqrt{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2}} \cdot \int_0^T \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial S_{k,b}(t - \tau_{k,b})}{\partial \tau_{k,b}} \cdot n_b(t) \right\} dt \quad (8)$$

考虑观测数据 $\operatorname{Re} v = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_B(t)]^T$, 其条件概率密度函数可以表示为

$$p(\operatorname{Re} v/\phi) = \prod_{b=1}^B p(r_b/\phi) \quad (9)$$

根据式(6)~(9), 经过推导可以得到 Fisher 信息矩阵为

$$J = \operatorname{diag}(j_1, j_2, \dots, j_K) \quad (10)$$

其中

$$j_k = \begin{bmatrix} \ddot{J}_{x,x}^k & \ddot{J}_{x,y}^k \\ \ddot{J}_{x,y}^k & \ddot{J}_{y,y}^k \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\ddot{J}_{x,x}^k = \sum_{b=1}^B R_{b,k} \frac{(x_b - x_k)^2}{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2} \quad (12)$$

$$\ddot{J}_{x,y}^k = \ddot{J}_{y,x}^k = \sum_{b=1}^B R_{b,k} \frac{(x_b - x_k)(y_b - y_k)}{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2} \quad (13)$$

$$\ddot{J}_{y,y}^k = \sum_{b=1}^B R_{b,k} \frac{(y_b - y_k)^2}{(x_b - x_k)^2 + (y_b - y_k)^2} \quad (14)$$

$$k = \frac{8}{c^2} \frac{2}{k}, \quad \frac{2}{k} = \frac{\int_0^T |P_k(f)|^2 df}{\int_0^T |p_k(t)|^2 dt} \quad (15)$$

$$R_{b,k} = \frac{\int_0^T |A_{k,b} p_k(t)|^2 dt}{N_{b,0}} \quad (16)$$

其中, $P_k(f)$ 为 $p_k(t)$ 的频谱函数.

$$\text{定义} \quad \tan \tau_{b,k} = \frac{y_b - y_k}{x_b - x_k} \quad (17)$$

由 Fisher 信息矩阵可得

$$E(|\hat{x}_k - x_k|^2) + E(|\hat{y}_k - y_k|^2) = \frac{R_{b,k}}{\sum_{b=1}^B R_{b1,k} R_{b2,k} \cos^2 \tau_{b1,k} \sin^2 \tau_{b2,k} \sin^2(\tau_{b2,k} - \tau_{b1,k})} \quad (18)$$

式(18)描述了多用户环境下移动台定位估计精度的 CRLB. 该式的物理含义可以理解如下: 在 CDMA 系统中, 定位精度下限与目标用户以外的用户以及用户数目无关, 应当存在完全抑制多址干扰的定位算法, 这个结论非常重要, 它说明在多用户环境下, 对目标的定位与单用户时的定位精度下限是一样的. 进一步, 如果采用 TOA 或 TDOA 方式, 那么在 CDMA 系统中时延估计精度下限与用户数无关; 定位精度下限受信噪比、扩频信号的有效带宽的影响, 可以证明, 当信噪比越高、有效带宽越大定位精度下限值也就越小; 定位精度下限与基站和目标用户的位置分布有关, 如果两个基站和目标用户在同一直线上, 则下限值会显著增大. 下面提出一种能充分抑制多址干扰的时延估计算法. 该算法的估计结果应用到定位算法中将有利于克服多址干扰, 提高定位精度. 同时说明完全抑制多址干扰的定位算法是可能存在的.

4 长码扩频多用户时延估计算法

基于 TOA 或 TDOA 的定位体制中, 定位系统通常是估计目标信号到达基站的时延或时延差, 然后利用基站坐标、目标坐标之间的几何关系建立方程, 最后求解. 通常几何关系是确定的, 它由基站位置和目标位置所决定; CDMA 系统中, 时延或时延差的估计精度与噪声和多址干扰有关, 从式(18)可以看出, 定位估计精度下限与多址干扰无关, 所以时延或时延差的估计精度下限也与多址干扰无关. 因此, 基于 TOA 或 TDOA 的定位体制中, 与多址干扰无关的定位算法其核心是可以抑制多址干扰的时延或时延差估计算法. 在此前提下, 本文提出了 CDMA 多用户时延估计算法. 在实际的码分多址通信系统中, 不同用户的数据通常都是使用不同的长码序列来扩频, 如 IS-95、CDMA2000 等. 针对此种情况, 提出一种新的时延估计算法, 它可以抑制多用户干扰, 实现对特定用户的时延估计.

图 1 给出了接收机的前端. 对任一基站接收的信号进行采样, 过采样因子为 Q , 即 $T_q = T_c/Q$. 一个符号时间内采集的信号可以写成矢量

$$R_b(i) = [r_b(iLQ), \dots, r_b((i+1)LQ-1)] \quad (19)$$

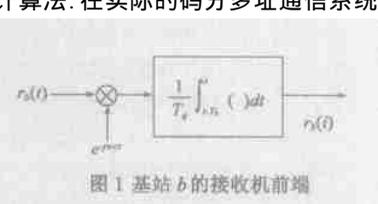


图 1 基站 b 的接收机前端

其中, L 为扩频因子.

为推导方便起见, 式(2)中的扩频序列以方波形式来表现. 矢量 R 可以表示为

$$R_b(i) = \sum_{k=1}^K [d_k(i-1) a_{k,b}(i-1, k, b) + d_k(i) a_{k,b}(i, k, b)] + n(i) \quad (20)$$

其中

$$a_{k,b}(i, k, b) = (1 - \frac{k-b}{T_q}) us(C_{k,i}, p_{k,b}) + \frac{k-b}{T_q} us(C_{k,i}, p_{k,b} + 1) \quad (21)$$

$$a_{k,b}(i, k, b) = (1 - \frac{k-b}{T_q}) ds(C_{k,i}, p_{k,b}) + \frac{k-b}{T_q} ds(C_{k,i}, p_{k,b} + 1) \quad (22)$$

$$C_{k,i} = [c_{k,i}(1), c_{k,i}(2), \dots, c_{k,i}(LQ)]^T \quad (23)$$

$$c_{k,i}(n) = \frac{A_{k,b}}{T_q} \int_{(n-1)T_q}^{nT_q} a_{k,i}(t) dt \quad (24)$$

其中 $k, b = p_{k,b} * T_q + k, b$ 为整数且 $0 < k, b < T_q$; $us(\dots)$ 为上移操作符; $ds(\dots)$ 为下移操作符.

$$us([b_1, \dots, b_N], q) = [b_{N+1-q}, \dots, b_N, 0, \dots, 0]^T \quad (25)$$

$$ds([b_1, \dots, b_N], q) = [0, \dots, 0, b_1, \dots, b_{N-q}]^T \quad (26)$$

接收的矢量信号 $R_b(i)$ 可表示为

$$R_b(i) = G_{b,i} F_i + n(i) \quad (27)$$

其中

$$G_{b,i} = [a_{1,b}(i-1, 1, b), a_{1,b}(i, 1, b), \dots, a_{K,b}(i-1, K, b), a_{K,b}(i, K, b)] \quad (28)$$

$$F_i = [Z_1^T(i), Z_2^T(i), \dots, Z_K^T(i)]^T \quad (29)$$

$$Z_k(i) = [d_k(i-1) \quad d_k(i)]^T, 1 \leq k \leq K \quad (30)$$

在估计特定用户 k_0 (这里假定 $k_0 = 1$) 的时延前, 首先做下列假设

- (1) 在观测时区内, 特定用户发送全 1 数据, 即 $d_1(m) = 1, m = 0, \dots, M-1$;
- (2) 各个干扰用户发送的是均值为 0 互不相关的二进制随机序列, 即 $E[d_k(m) d_{k'}(m+D)] = 0$ 且 $E[d_k(m)] = 0, k \neq 1$;
- (3) 噪声为零均值、相互独立的随机矢量, 它与数据以及信道衰落都是互不相关的.

以上三点假设在实际中也是可行. 如 IS-95 的反向接入和反向业务信道都存在时间较长的导引帧, 而且反向接入信道采用了随机接入协议.

由式(27), 相关矩阵可以表示为

$$Corr(i, D) = E[R_b(i) R_b^H(i+D)] = G_{b,i} F_i F_{i+D}^H G_{b,i+D}^H = G_{b,i} U(D) G_{b,i+D}^H \quad (31)$$

其中, $Corr(i, D)$ 为第 i 次观测数据与第 $i+D$ 次观测数据的相关函数, 矩阵 $U(D)$ 为 $2K \times 2K$ 大小的方阵, 它是由 K^2 个 2×2 的小方阵构成, 每个小方阵定义为

$$u_{k,k'}(D) = E[Z_k(i) Z_{k'}^H(i+D)] \quad (32)$$

式(32)所代表的小方阵其中每个元素可以表示为

$$[u_{k,k'}(D)]_{11} = E[d_k(i-1) d_{k'}(i+D-1)] \quad (33a)$$

$$[u_{k,k'}(D)]_{12} = E[d_k(i-1) d_{k'}(i+D)] \quad (33b)$$

$$[u_{k,k'}(D)]_{21} = E[d_k(i) d_{k'}(i+D-1)] \quad (33c)$$

$$[u_{k,k'}(D)]_{22} = E[d_k(i) d_{k'}(i+D)] \quad (33d)$$

式(32)的值显然与 k, k' 以及时间差 D 有关, 可以证明当 $D > 1$ 时才可以有效地抑制其他用户的干扰, 下面根据已有的假设条件分情况对式(32)进行讨论.

当 $D > 1$ 时, 若 $k = k' = 1$, 由假设(1)可得

$$u_{k,k'}(D) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

若 $k \neq k'$ 且 $k = 1$, 由假设条件(1)和条件(2)可得 $u_{k,k'}(D) = 0$; 若 $k, k' \neq 1$, 由假设条件(2)可得 $u_{k,k'}(D) = 0$.

因此, 当 $D > 1$ 时, 矩阵 $U(D)$ 仅包含一个非零矩阵. 差分相关矩阵可以简化为

$$Corr(i, D) = G_{b,i} \begin{bmatrix} u_{1,1}(D) & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} G_{b,i}^T = [a_{k,b}(i, 1, b) + a_{k,b}(i, 1, b)]^T UCode(i, 1, b) UCode^T(i, 1, b) \quad (35)$$

本文将 $UCode(i, k, b)$ 称为接收端 b 的第 k 个用户其第 i 个接收矢量的用户延迟特征码; 若 $k, b = 0$, 则称为用户特征码. 在实际中可以通过系统的同步信道获得 i 矢量的特征码.

当 $D = 1$ 时, 若 $k = k' = 1$, 则有

$$u_{k,k'}(D) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \Phi \end{bmatrix} \quad (36)$$

显然不能完全抑制其他干扰用户的影响.

从式(35)和式(36)可以看出, 当 $D > 1$ 时, 相关矩阵 $Corr(i)$ 只与用户 1 (所关心的用户) 的信道参数和它的扩频码有关, 而其他用户发射的信号无关, 即其他干扰用户的影响被抑制了. 说明该算法除了可以适用于长码扩频环境, 而且可以起到抑制多址干扰的作用.

为了估计用户 1 的时延, 可以用已知的用户特征码与式(35)的用户延迟特征码进行相关, 再利用峰值检测技术得到用户 1 的时延. 具体过程可用下式表示

$$\hat{\Delta}_{k,b} = \arg \max_{\Delta} \frac{|UCode^T(i, \Delta) Corr(i, D) UCode(i, \Delta)|}{UCode(i, \Delta)^2} \quad (37)$$

5 仿真和分析

为了较好地衡量新算法的性能, 这里将其平均定位误差与经典相关算法的误差进行比较. 并给出不同情况下 CRLB 的状态和趋势.

仿真条件如下: 载波频率为 800MHz; 码片速率为 1.2288cps; 采样率为 19.6608MHz; 干扰用户到达各个接收端的功率相同, 在每个接收端处的功率由多址干扰的大小决定; 各个接收端噪声的功率由信噪比决定, 且各个接收端的信噪比相同; 目标用户的调制符号为全 1, 其他干扰用户的调制符号为均值为 0 的 ± 1 序列且互不相关; 采用长码扩频方式, 不同的长码序列由长码掩码决定; 接收端总数 $B = 3$, 其坐标分别为 (3, 2)、(4, 2, 3, 3)、(5, 1, 0, 8); 在对比仿真中, 目标位置固定且为 (3, 3, 1, 5); 定位算法采用 Taylor 展开算法^[5]; 时延估计的

峰值检测中没有进行插值计算;每次实验的仿真次数为 1000.

在以下仿真中,A 代表本文的时延估计算法;B 代表经典相关时延估计算法;C 代表 CRLB;SNR 表示信噪比;dL 表示调制符号数量;userNum 表示当前用户数目;L 表示扩频增益.

图 2 给出了用户数为 8、符号长度为 50、多址干扰为 15dB 时,A、B 和 C 的平均定位误差随扩频增益以及信噪比不同时的大小;图 3 给出了用户数为 8、扩频增益为 64、多址干扰为 15dB 时,A、B 和 C 的平均定位误差随符号长度以及信噪比不同时的大小;图 4 给出了用户数为 8、扩频增益为 64、信噪比为 0dB 时,A、B 和 C 的估计误差随符号长度以及多址干扰不同时的大小;图 5 给出了扩频增益为 64、符号长度为 50、信噪比为 0dB 时,A、B 和 C 的估计误差随用户数目以及多址干扰不同时的大小;图 6 给出了扩频增益为 64、信噪比为 0dB、多址干扰为 15dB 时,A、B 和 C 的估计误差随符号长度和用户数不同时的大小;图 7 给出了符号长度为 50、信噪比为 0dB、多址干扰为 15dB 时,A、B 和 C 的平均定位误差随扩频增益和用户数不同时的大小.

从图 2~图 7 可以看出,A 和 B 的平均定位误差通常都随着信噪比、用户数以及多址干扰的增加而增大;而随着扩频增益、符号长度的增加而减小.A 的平均定位误差通常小于 B 的平均定位误差.当扩频增益或符号长度较小时,A 的定位误差趋势较 B 的平缓;当扩频增益或符号长度增大到一定数量时,二者的误差都会迅速降低.当多址干扰较大时,A 较 B 具有较为明显的精度优势;当多址干扰小于一定值(13dB)时,A 的曲线较 B 的平缓.信噪比对两种算法的影响基本上相同.当用户数目增加时,A 的性能较 B 的要好一些.

6 结论

本文推导了 CDMA 系统多用户条件下的定位估计精度的下限,给出了闭解表达式.提出了一种长码扩频环境中能够抑制多址干扰的时延估计算法,通过仿真证明了算法的有效性.

参考文献:

[1] Reed J H, et al. An overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service [J]. IEEE Communication Magazine, April 1998. 30 - 37.

[2] Caffery J J Jr, Stuber GL. Overview of radiolocation in CDMA cellular systems [J]. IEEE Communication Magazine, April 1998. 38 - 45.

[3] Christopher D, Malcolm M. Positioning GSM telephones [J]. IEEE Communication Magazine, April 1998. 46 - 59.

[4] C R Rao. Linear Statistical Inference and Its Applications [M]. John Wiley & Sons, Inc, 1965.

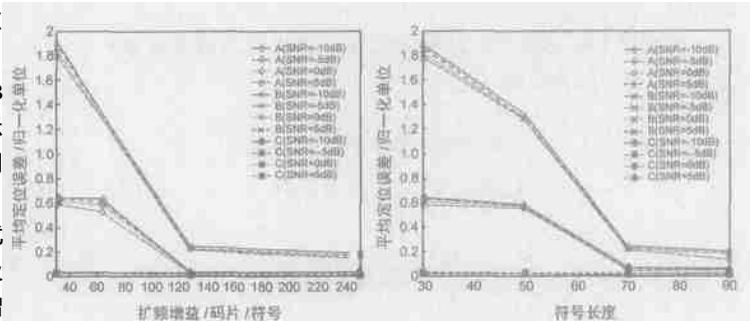


图 2 扩频增益与信噪比不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

图 3 符号长度与信噪比不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

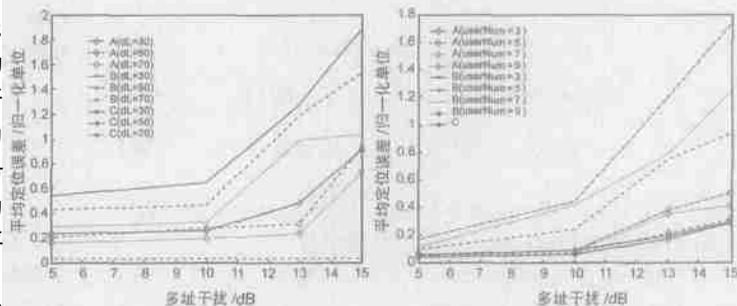


图 4 多址干扰与符号长度不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

图 5 多址干扰与用户数不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

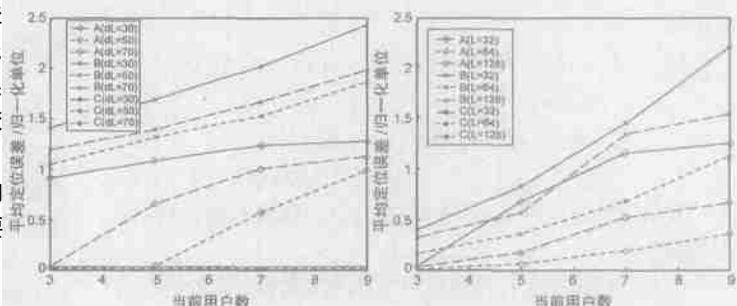


图 6 用户数与符号长度不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

图 7 用户数与扩频增益不同时,A、B 和 C 平均定位误差的大小

[5] W H Foy. Position-location solutions by Taylor-series estimation [J]. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-12, Mar, 1976. 187 - 194.

作者简介:

王 巍 男,1976 生于安徽省淮北,西南电子电信技术研究所博士研究生,主要研究方向为移动通信. E-mail: wangweibjie @yahoo. com. cn.

熊瑾煜 男,1975 生于江西省南昌,西南电子电信技术研究所博士研究生,主要研究方向为移动通信.

朱中梁 男,1936 生于江西省南昌,中科院院士,西南电子电信技术研究所研究员,主要研究方向为通信系统、网络安全.