

# 基于时域过采样的 OFDM 频偏校正体制

王亚莉, 吕浚哲, 王育民

(西安电子科技大学 综合业务网国家重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 本文提出了一种新的适用于 OFDM 调制体制的频偏估计算法, 这种算法建立在时域信号两倍过采样的基础上. 它对过采样后产生的奇、偶序列做 FFT 变换, 利用奇、偶序列所产生频域序列在不同子载波处的相关性, 首先估计出整数频偏(是指最接近归一化频偏的整数部分), 进行校正, 然后通过跟踪环路完成小数频偏跟踪(是指归一化频偏的绝对值小于 0.5 的部分). 这种算法不依赖于信道, 所以同样适用于频率选择性衰落信道, 仿真证明, 所提出的算法在衰落信道情况下, 仍能纠正较大的频偏.

关键词: OFDM; 频偏估计; 过采样; 频率同步; 移动信道

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 04-0710-04

## A Carrier Synchronization Technique for OFDM Based on Time Oversampling

WANG Ya2li, LV Jun2zhe, WANG Yu2min

(National Key Lab on Integrated Service Network, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: This paper presents a new frequency offset correction technique for OFDM receivers, which is based on time oversampling. The proposed technique uses the correlation property of frequency domain sequences corresponding to odd and even sequences. It estimates integer frequency offset first, then it uses the tracking loop to track the fraction frequency offset. This technique doesn't depend on the channel, so it adapts to multipath fading channel. Simulation demonstrates that proposed method can still correct large frequency offset under multipath fading channel.

Key words: OFDM (orthogonal frequency division multiplexing); frequency offset estimation; oversampling; frequency synchronization; mobile channel

### 1 概述

OFDM 是一种多载波传输技术<sup>[1]</sup>, 由于它能够在频率选择性衰落信道中以高速率传输数据, 所以正越来越受到人们的瞩目. 众所周知, 由多路时延扩展引起的频率选择性衰落会产生符号间干扰 (ISI), 从而使系统传输速率有一个上限. 但是在 OFDM 系统中, 通过在连续发送的符号间插入保护间隔, 符号间干扰就可以完全取消, 从而在 OFDM 系统中就不需要复杂的均衡措施了.

但是, OFDM 系统对频偏非常敏感. 由信道的多普勒扩展或发送接收端振荡器不稳定引起的频偏会破坏子载波间的正交性, 所产生的子载波间干扰会引起系统性能严重的下降. 尤其当子载波数目较多时, 系统所能容忍的频偏范围就很小了. 因此精确的频偏校正措施对于正确解调 OFDM 信号很重要. 目前为止, 已经有很多文献讨论了 OFDM 系统中的频偏校正方法<sup>[2-5]</sup>. 文献[2]利用完全相同的两帧进行频偏估计, 但它的估计范围为子载波间隔的一半; 文献[3]利用时域相关进行小数频偏估计, 利用频域相关进行整数频偏估计; 文献[4]利用空子载波进行频偏估计, 因此必须要有空子载波, 降低了频带利用率; 文献[5]提出了一种适用于 WLAN 的频偏估计算法.

本文提出了一种新的频偏估计方法, 这种方法不需要任

何导频信号, 可实现小数及整数频偏估计, 因此具有较大的频偏跟踪范围.

### 2 系统模型

假设 OFDM 系统有  $N$  个子信道, 则发送的一帧 OFDM 信号为:

$$x_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (1)$$

其中  $X_k$  表示信息序列在第  $k$  个子信道的频域星座映射点. 由于保护间隔的作用, 信号通过信道的线性卷积可用循环卷积代替, 假设  $E$  表示接收信号的相对频偏(实际频偏与子载波间隔的比),  $T_s$  表示接收端采样周期, 则接收信号可表示为:

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k H_k e^{j\frac{2\pi(k+E)n}{N}} + w_n \quad n=0, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中  $w_n$  是方差为  $R_n^2$  的高斯白噪声样本值,  $H_k$  为第  $k$  个子载波处的信道频率响应.

令  $E = E_i + E_r$ ,  $E_i$  表示最接近  $E$  的整数称作整数频偏,  $-0.5 < E_r < 0.5$  表示相对频偏的小数部分, 称作小数频偏. 对接收信号作 FFT 可得:

$$Y_k = X_{((k-E_i)_N)} H_{((k-E_i)_N)} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi E_r n}{N}} + \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq ((k-E_i)_N)}}^{N-1} X_m H_m \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi(m-k+E_i+E_r)n}{N}} + W_k \quad (3)$$

上式中  $W_k$  表示  $w_n$  的傅立叶变换,  $(\cdot)_N$  表示模  $N$  的操作. 由式(3)可知整数频偏对信号的影响仅仅是使子载波的信号发生循环移位, 而不产生任何的载波间干扰 (ICI), 因而不会引起信噪比的下降; 小数频偏不仅使有用信号发生幅度衰落和相位旋转, 还会产生严重的载波间干扰 (即式(3)中第二部分所表示的成分), 因此会引起信噪比的下降, 从而使系统抗误码性能下降. 综上所述, 在整数频偏与小数频偏同时存在的条件下, 第  $k$  个子信道发送的信号  $X_k$  会产生  $E_1$  的循环移位, 并会遭受由  $E_1$  引起的符号衰落, 相位旋转和子信道间干扰. 因此正确的估计频偏, 并对接收信号加以校正是正确解调的关键.

### 3 本文提出的方法

#### 3.1 捕获算法

捕获算法的目的是估计并校正接收信号中的整数频偏, 使初始频偏  $|E_1| < 0.5$ , 以利于 3.2 部分的小数频偏跟踪算法有效的运行. 本算法是建立在时域信号两倍过采样的基础上的, 在下面的讨论中, 令  $\{y_n^o\}, \{y_n^e\}$  分别表示过采样时间序列的偶时间序列和奇时间序列, 则它们可分别表示为:

$$y_n^e = \sum_{k=0}^{N-1} X_k H_k e^{j\frac{2\pi(k+E_1)n}{N}} \quad n=0, \dots, N-1 \quad (4)$$

$$y_n^o = \sum_{k=0}^{N-1} X_k H_k e^{j\frac{2\pi(k+E_1)(n+\frac{1}{2})}{N}} \quad n=0, \dots, N-1 \quad (5)$$

为了简便, 式(5)、(6)中没有写高斯白噪声, 对两式分别作 FFT 可得:

$$Y_k^e = X_{((k-E_1)_N)} H_{((k-E_1)_N)} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi E_1 n}{N}} + \sum_{m=0}^{N-1} X_m H_m \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi(m-k+E_1)n}{N}} \quad (6)$$

$$Y_k^o = X_{((k-E_1)_N)} H_{((k-E_1)_N)} e^{j\frac{2\pi((k-E_1)_N+E_1)}{2N}} e^{j\frac{2\pi E_1}{2N}} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi E_1 n}{N}} + \sum_{m=0}^{N-1} X_m H_m e^{j\frac{2\pi(m+E_1)}{2N}} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\frac{2\pi(m-k+E_1)n}{N}} \quad (7)$$

由式(6)、(7)可得:

$$Y_k^o = Y_k^e e^{j\frac{2\pi(((k-E_1)_N+E_1)}{2N})} e^{j\frac{2\pi E_1}{2N}} + n(k) \quad (8)$$

上式中  $n(k)$  表示第  $k$  个子载波处的高斯白噪声和子载波间干扰的影响, 可将其看作服从高斯白噪声分布. 式(8)中, 由于  $\frac{2\pi E_1}{N} \ll 1$ , 因此  $e^{j\frac{2\pi E_1}{N}} \approx 1$ , 将此式代入式(8), 并整理得:

$$e^{j\frac{2\pi(((k-E_1)_N+E_1)}{2N})} = \frac{Y_k^o - n(k)}{Y_k^e} \quad (9)$$

令  $e^{j\frac{2\pi(((k-E_1)_N+E_1)}{2N})} = e^{j\frac{2\pi(\phi_k)}{N}}$ , 通过计算发现, 随着  $E_1$  的不同, 当  $k$  取  $0, 1, \dots, N-1$  时,  $\phi_k$  的变化服从一定的规律变化, 即若  $0 \leq E_1 \leq N-1$ ,  $\phi_k$  随  $k$  变化规律为: 当  $0 \leq k \leq E_1 - 1$  时,  $\phi_k = -\frac{2\pi}{N}(N-k)$ ; 当  $E_1 \leq k \leq N-1$  时,  $\phi_k = \frac{2\pi}{N}k$ . 若  $-(N-1) \leq E_1 \leq 0$ ,  $\phi_k$  随  $k$  变化规律为: 当  $0 \leq k \leq N-1+E_1$  时,  $\phi_k = \frac{2\pi}{N}k$ ; 当  $N+E_1$

$\leq k \leq N-1$  时,  $\phi_k =$

$-\frac{2\pi}{2N}(N-k)$ . 图 1 给出了  $E_1 = -55$  时的  $\phi_k \sim k$  的变化趋势图, 由图可见对任意  $k$ , 可取

的  $\phi_k = \frac{2\pi}{2N}k$  或者  $\phi_k =$

$-\frac{2\pi}{2N}(N-k)$ . 实际中

由于  $E_1$  和高斯白噪声

的影响, 会使  $\phi_k$  发生变化, 因此我们对计算获得的  $\phi_k$  做如下修正:

(1) 当  $N/4 \leq k \leq 3N/4$  时, 这些影响可看作是在正确相位

处的相位抖动, 因此

$$\phi_k = \begin{cases} \frac{2\pi}{2N}k, & |\phi_k - \frac{2\pi}{2N}k| < |\phi_k + \frac{2\pi}{2N}(N-k)| \\ -\frac{2\pi}{2N}(N-k), & |\phi_k - \frac{2\pi}{2N}k| > |\phi_k + \frac{2\pi}{2N}(N-k)| \end{cases} \quad (10)$$

当  $0 \leq k \leq N/4$  和  $3N/4 \leq k \leq N-1$  时, 这些影响会使相位发生突跳, 因此

$$\phi_k = \begin{cases} \frac{2\pi}{2N}k, & ||\phi_k| - \frac{2\pi}{2N}k| < ||\phi_k| - \frac{2\pi}{2N}(N-k)| \\ -\frac{2\pi}{2N}(N-k), & ||\phi_k| - \frac{2\pi}{2N}k| > ||\phi_k| - \frac{2\pi}{2N}(N-k)| \end{cases} \quad (11)$$

我们将此时获得的

$\phi_k$  符号与表 1 比较,

从中选择最为相似的一

组, 其所对应的  $E_1$

即为我们估计出的频

偏. 表一为  $E_1$  取不同

值时,  $\phi_k$  随不同对应

的符号. 在实际中, 为

了进一步减小噪声的

影响,  $\phi_k, k=0, 1, 2,$

$N-1$  可由  $L$  帧数据的对应  $\phi_k$

求平均获得, 对其进行修正后,

再与表一比较以获得  $E_1$  的估计.

图 2, 图 3 分别给出了高斯白

噪声和小数频偏存在情况下  $\phi_k \sim k$

变化图以及修正后  $\phi_k \sim k$  的

变化图.

表 1  $E_1$  取不同值时,  $\{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_{N-1}\}$  的符号图

$E_1$	$\phi_0$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\dots$	$\phi_{N-3}$	$\phi_{N-2}$	$\phi_{N-1}$
$N-1$	-	-	-	-	-	-	+
s	s	s	s	s	s	s	s
2	-	-	+	+	+	+	+
1	-	+	+	+	+	+	+
0	+	+	+	+	+	+	+
-1	+	+	+	+	+	+	-
-2	+	+	+	+	+	-	-
s	s	s	s	s	s	s	s
$-(N-1)$	+	-	-	-	-	-	-

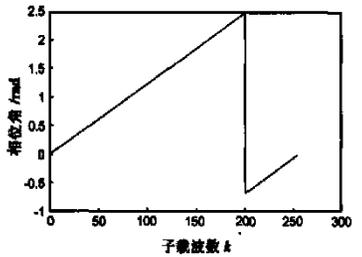


图 1  $E_1 = -55$  时的  $\phi_k \sim k$  变化趋势图

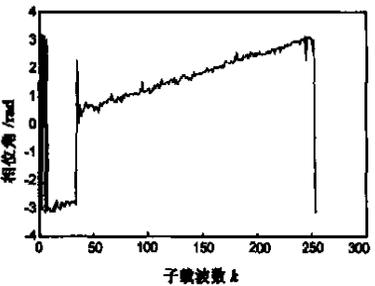


图 2 信噪比 20dB,  $L=10, E_1=35.5$  时相位修正后的  $\phi_k \sim k$  变化趋势图

312 跟踪算法

小数频偏跟踪阶段的目的是将小数频偏  $E_f$  减小为零. 通过 3.1 捕获算法后,  $E_f = 0$ , 则式(8)可写为:

$$Y_k^0 = Y_k^c e^{j\frac{2\pi k}{2N} e^{j\frac{2\pi E_f}{2N}} + n(k)} \quad (10)$$

采用最大似然估计可得目标函数如下:

$$L(E_f) = \text{real} \left( \sum_{k=0}^{N-1} Y_k^c Y_k^0 e^{j\frac{2\pi k}{2N} e^{j\frac{2\pi E_f}{2N}}} \right) \quad (11)$$

上式和下式中  $\text{real}(\#)$  和  $\text{imag}(\#)$  分别表示取括号中数的实数部分和虚数部分. 令  $C = \sum_{k=0}^{N-1} Y_k^c Y_k^0 e^{j\frac{2\pi k}{2N}}$ , 式(11)对  $E_f$  求导, 可得误差信号如下:

$$e_{E_f} = \frac{d(L(E_f))}{dE_f} = -\text{imag}(C) \quad (12)$$

求出的误差信号通过环路滤波器后控制频率校正因子的生成, 具体的频率跟踪校正框图如下图所示:

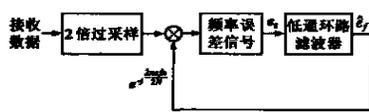


图4 频率跟踪框图

4 仿真及讨论

在这一部分, 我们通过仿真鉴别所提出的算法的性能. 我们用 simulink 建立了实时仿真系统. 仿真参数如下: FFT 长度 256, 采样周期  $T_s = 0.2\text{ns}$ , 调制方式为 QPSK, 循环前缀长度, 所提出的算法性能分别在 Gaussian 白噪声信道和多径衰落信道下进行了仿真. 采用的多径信道模型为: 8 条相互独立的路径构成, 延迟为  $(0, 4T_s, 8T_s, 12T_s, 16T_s, 20T_s, 24T_s, 28T_s)$ . 其功率分布满足最后一条路径比第一条路径的功率下降 20dB, 多普勒频移为 40Hz. 采用的二阶数字环路滤波器的归一化带宽为 0.001.

我们定义捕获过程结束后, 剩余频偏大于 0.5 的概率为失败概率, 用失败概率评估捕获算法的性能, 一般情况下捕获失败概率小于 0.001 就能满足需要. 图 5 给出了高斯白噪声信道情况下,  $L=1, L=10$  时捕获失败概率随信噪比变化趋势.

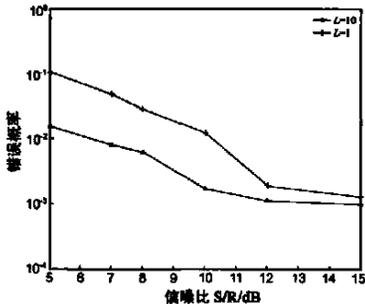


图5 高斯白噪声信道中, 失败概率随信噪比变化趋势

图 6 给出了移动信道情况下,  $L=10, L=30$  时捕获失败概率随信噪比变化趋势. 由两图我们可以看出对任一给定的  $L$ , 捕

获失败概率随信噪比的增加而减小; 对任一给定的信噪比, 捕获失败概率随  $L$  的增加而减小. 在实际使用中, 应针对所用的信道和信噪比选定所需的  $L$  值, 以使捕获失败概率小于 0.001.

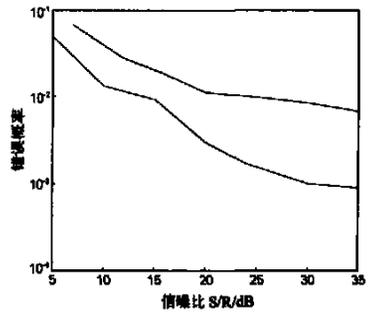


图6 移动多径信道中, 失败概率随信噪比变化趋势

接着, 我们给出了频率跟踪性能, 频率跟踪性能是通过环路滤波器输出端的信号给出的. 图 7、图 8 中分别给出了初始频偏  $E_f = 0.5$ , 归一化滤波器带宽 0.001 时, 在 Gaussian 白噪声和移动多径信道中的跟踪性能. 之所以选择  $E_f = 0.5$  是因为经过捕获过程后, 0.5 是可能出现的最大频偏. 由两图可见经过频率跟踪后, 频率误差能控制在 0.05 之内, 而这个误差产生的子载波间干扰是可以忽略的, 可通过频域均衡加以校正.

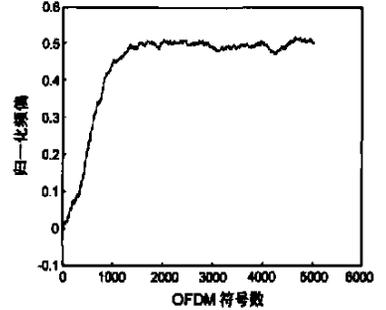


图7 高斯白噪声信道中, 信噪比 20dB 时频偏跟踪性能

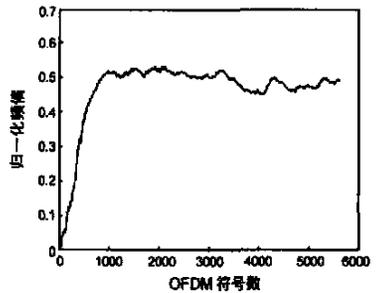


图8 移动多径信道中, 信噪比 25dB 时的频偏跟踪性能

5 结论

本文提出了一种适用于 OFDM 调制体制的频偏估计算法. 这个算法由捕获算法和跟踪算法构成. 捕获算法的目的是估计并校正接收信号中的整数频偏, 使初始频偏  $|E_i| < 0.5$ ; 而跟踪算法进一步使频率误差趋近于零. 仿真证明, 所提出的算法能有效的适用于高斯信道和移动衰落信道.

参考文献:

[1] J A Bingham. Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come[J]. IEEE Commun Mag, May 1990, 28: 5- 14.  
[2] P H Moose. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction[J]. IEEE Trans Commun, Oct, 1994, COM - 42: 2908- 2914.  
[3] T M Schmidl, D C Cox. Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J]. IEEE Trans Commun, Dec. 1997, COM- 45: 1613- 1621.

- [ 4 ] Xiaoli Ma, Cihan Tepedelenlioglu. Non-data-aided carrier offset estimators for OFDM with NULL subcarriers: identifiability, algorithms and performance[ J]. IEEE Journal on selected areas in commun, Dec. 2001, 19(12): 2504- 2515.
- [ 5 ] Jian Li, Guoqing Liu, Georgios B Giannakis. Carrier frequency offset estimation for OFDMbased WLANs[ J]. IEEE signal processing letters, March, 2001, 8(3): 80- 82.
- [ 6 ] Y S Lim, J H Lee. An efficient carrier frequency offset estimation scheme for an OFDM system[ A]. Proc of VTC 2000Fall[ C]. Boston, September 2000.

#### 作者简介:

王亚莉 女, 1973 年 10 月出生于陕西宝鸡, 1995 年毕业于西安电子科技大学通信工程专业, 获学士学位, 2000 年毕业于西安电子科技大学, 获工学硕士学位. 目前正在攻读西安电子科技大学博士学位, 研究方向为 OFDM 中的关键技术, 包括各种符号同步及频率同步算法. E-mail: kristian2000@21cn.com

王育民 男, 1936 年 2 月出生于北京, 现任西安电子科技大学教授、博导、中国电子学会和中国通信学会会士、中国电子学会信息论学会委员、中国自然科学研究会会员、IEEE 高级会员, 曾任全国高等学校通信和信息工程专业教学指导委员会主任, 陕西省电子学会副理事长、学术委员会主任, 长期从事通信、信息论、编码、密码理论与应用的教学和研究工作.