

双臂六自由度空间机器人广义雅可比矩阵的推导

郭 琦, 洪炳[✉], 吴 葳

(哈尔滨工业大学计算机科学与工程学院, 智能机器人研究室, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 本文建立了双臂六自由度空间机器人的运动学模型, 基于此模型, 推导出描述机械手末端运动速度与各关节运动速度关系的广义雅可比矩阵(GM). 较现有的其他推导 GM 方法相比, 导出的 GM 求解公式显式、易求, 可直接对 GM 表达式中各参数赋值, 求出 GM. 本文的建模方法适合采用分解运动速度(RMRC)控制方法. 计算机仿真中, 给出了基于 RMRC 控制方法, 利用本文导出的 GM 求解公式实现了对机械臂的运动控制.

关键词: 双臂六自由度; 空间机器人; 广义雅可比矩阵

中图分类号: TP39; TP242. 3

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2005) 02-0322-05

The Deduction of Generalized Jacobian Matrix for the Dual-Arm Six Degree of Freedom Space Robot

GUO Qi, HONG Bing-rong, WU Wei

(Dept. of Computer Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This paper builds a kinematics model of the dual-arm six degree of freedom space robot, and deduces the generalized Jacobian matrix which describes the relationship between the motion rate of manipulator end and the rotation rate of joints based on this model. The deducted generalized Jacobian matrix is more simple in its model and demands less work in computation than those deducted by other methods. The formula of the generalized Jacobian matrix is explicit and is easy to solve. We can obtain the generalized Jacobian matrix only if we substitute the parameters of the space robot into the deducted formula of the generalized Jacobian matrix. The method of building the model fits to adopt the resolved motion rate control. This paper gives the simulation to control the dual-arm six degree of freedom space robot based on the resolved motion rate control method.

Key words: dual-arm six degree of freedom; space robot; generalized Jacobian matrix

1 引言

目前, 空间机器人的建模主要有以下四种方法: (I) 日本的 Y Umetani 和 K Yoshida 将线动量守恒和角动量守恒方程与系统特征方程结合起来, 提出反映 FFSR 微分运动学的广义雅可比矩阵(GM)^[1]. GM 是一种比较成熟的建模方法, 它的计算量比较小. (II) 美国的 Z Vafa 和 S Dubowsky 提出了虚拟机械手(VM)的概念来描述 FFSR 几何结构^[2]. 用 VM 的方法描述空间机器人比较简单, 但它的缺点是基于 VM 建模的空间机器人, 无法对冗余机器人进行姿态控制. (III) E Papadopoulos 和 S Dubowsky 提出的基于拉格朗日方程的动力学模型. 这种建模方法反映了机器人的动力学特性. 但由于动力学方程中通常包括二阶微分方程, 建模必须做大量的计算. (IV) S K Saha 提出了一个新的通用建模方法, 他将动量方程改写为机器人上任意一点(此点称为 PB)的速度的函数. 这种建模方法具有如下特点: (1) 能得到以任意点的速度描述的动量方程的通用

表示方法; (2) 若将 PB 点选为系统质心, 则与 Y Yokokohji 等人的建模方法一致. 若将此点选为末端执行器则与 K Tsuchiya 的建模方法相同, 这种方法的缺点是计算量较大.

本文采用基于第一种方法的建模方法, 它的优点在于模型比较简单, 计算量小, 在此基础上开发其他的控制算法也比较简单. 但 Y Umetani 只推导了单臂二自由度空间机器人的 GM, 而本文推导了双臂六自由度空间机器人的 GM, 它较现有的其他推导 GM 的方法^[5, 6]相比, 不同之处在于, 将线动量守恒和角动量守恒方程与系统的特征方程结合起来, 导出了反映微分运动学的 GM, 且导出的 GM 求解公式是一个显式的方程表达式, 可直接对表达式中各参数赋值求出 GM, 是一个值得推广的新的研究成果. 而文献[5]是把整个系统看成由一个关节两个连杆组成的系统, 再将其研究结果用于推导多臂空间机器人的 GM, 计算量大, 且需采用分解运动加速度控制(RMAC)方法对机器人进行控制. 文献[6]推导出了多个自由飞行空间机器人(FFSR)协调操作的 GM, 尽管能用于单个

FFSR 的 GM 推导,但只能推导单臂空间机器人的 GM. 由于本文的建模方法是采用基于 GM 的建模方法,因此适合采用分解运动速度控制(RMRC)方法. 计算机仿真中,本文给出了基于 RMRC 控制方法,利用本文导出的 GM 求解公式实现了对机械臂的运动控制.

2 FFSR 的模型及参数定义

FFSR 包括机器人的本体和本体上搭载的两只机械手. 这两只机械手可有相同数目或不同数目的自由度. 本文做如下假设: (1) 空间机器人左、右臂关节均为转动关节. (2) 空间机器人系统包括 $n+m$ 个关节和 $n+m+1$ 个连杆. 其中每个关节都具有一个转动自由度,并且该关节的速度是可控的,而机器人本体的位置和姿态是不受控的. (3) 初始时刻,机器人位置和姿态是已知的. (4) 假设机械手在运动过程中严格遵守动量守恒定律、力平衡和动量平衡定律. (5) 系统全部由刚体构成. 图中及公式推导中的符号定义如下:

I : 惯性坐标系.

0: 机器人本体坐标系.

${}^l_i \begin{pmatrix} r \\ j \end{pmatrix}$: 左(右)臂连杆 $i(j)$ 坐标系. 其中 $i=1, 2, \dots, n(j=1, 2, \dots, m)$, 当 $i=n$ 时为左臂末端连杆坐标系, 当 $j=m$ 时为右臂末端连杆坐标系. $u_i^l(u_j^r)$: 左(右)臂连杆 $i(j)$ 坐标系中与 z 轴方向一致的单位向量, 它为左(右)臂关节 $i(j)$ 的旋转轴.

$m_i^l(m_j^r)$: 左(右)臂连杆 $i(j)$ 的质量.

W : 系统的总质量.

${}^l_{r_i}({}^r_{r_j})$: R^3 : 左(右)臂连杆 $i(j)$ 的质心在惯性坐标系中的位置向量.

${}^l_{P_i}({}^r_{P_j})$: R^3 : 左(右)臂末端效应器在惯性坐标系中的位置向量.

${}^i_{a_i}({}^j_{a_j})$: R^3 : 在左(右)臂连杆坐标系 $i(j)$ 中, 从关节 $i(j)$ 指向连杆 $i(j)$ 质心的位置向量.

${}^i_{b_i}({}^j_{b_j})$: R^3 : 在左(右)臂连杆坐标系 $i(j)$ 中, 从连杆 $i(j)$ 质心指向关节 $i+1(j+1)$ 位置向量.

${}^i_{l_i}({}^j_{l_j})$: R^3 : 在左(右)臂连杆坐标系 $i(j)$ 中, 从关节 $i(j)$ 指向关节 $i+1(j+1)$ 的位置向量.

${}^i_{I_i}({}^j_{I_j})$: R^3 : 在左(右)臂连杆坐标系 $i(j)$ 中, 连杆 $i(j)$ 相对其质心的惯性矩阵. 它为一个常数矩阵.

${}^l_{A_i}({}^r_{A_j})$: $R^{3 \times 3}$: 左(右)臂连杆坐标系 $i(j)$ 到惯性坐标系的旋转矩阵.

$\phi_i(\phi_j)$: 左(右)臂关节 $i(j)$ 的旋转角.

θ, ψ : 机器人本体的姿态角.

上面定义的 ${}^l_i \begin{pmatrix} r \\ j \end{pmatrix}$ 坐标系固定于左(右)臂关节 $i(j)$, 其 z 轴与关节 $i(j)$ 的转动轴一致. 0 固定于机器人本体质心.

3 运动学方程及广义雅可比矩阵推导

双臂六自由度空间机器人的模型如图 1 所示, 该机器人包括机器人本体和对称的左臂和右臂组成, 每一臂又包括三个转动关节.

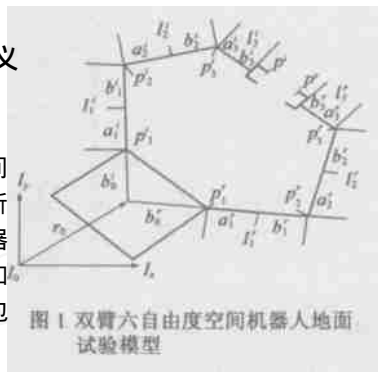


图 1 双臂六自由度空间机器人地面试验模型

对于一个双臂空间机器人系统, 它的系统质心可表示为:

$$m_0^l r_0 + \sum_{i=1}^n m_i^l r_i + \sum_{i=1}^m m_i^r r_i = {}^l r_G \left(m_0 + \sum_{i=1}^n m_i^l + \sum_{i=1}^m m_i^r \right) \quad (1)$$

式中 ${}^l r_G$ R^3 为惯性坐标系中系统质心的位置向量, m_0 为机器人本体的质量, ${}^l r_0$ 为惯性坐标系中本体质心的位置向量.

由于系统满足线动量和角动量守恒定律, 其形式如下:

$$m_0^l \dot{r}_0 + \sum_{i=1}^n m_i^l \dot{r}_i + \sum_{i=1}^m m_i^r \dot{r}_i = 0 \quad (2)$$

$${}^l I_0 {}^l \dot{\omega}_0 + m_0 {}^l r_0 \times {}^l \dot{\omega}_0 + \sum_{i=1}^n ({}^l I_i {}^l \dot{\omega}_i + m_i^l {}^l r_i \times {}^l \dot{\omega}_i) + \sum_{i=1}^m ({}^l I_i {}^l \dot{\omega}_i + m_i^r {}^l r_i \times {}^l \dot{\omega}_i) = 0 \quad (3)$$

选取系统质心作为惯性系原点, 根据系统质心不变原理, 该机器人的系统质心为:

$$m_0 {}^l r_0 + \sum_{i=1}^n m_i^l r_i + \sum_{i=1}^m m_i^r r_i = 0 \quad (4)$$

又由各连杆的几何关系可得:

$$r_i^r - r_{i-1}^r = {}^i a_i^r + {}^{i-1} b_{i-1}^r \quad (5)$$

$$r_i^l - r_{i-1}^l = {}^i a_i^l + {}^{i-1} b_{i-1}^l \quad (6)$$

该机器人系统的特征方程为:

$$P^r = r_0 + {}^0 b_0^r + \sum_{i=1}^3 {}^i l_i^r \quad (7)$$

$$P^l = r_0 + {}^0 b_0^l + \sum_{i=1}^3 {}^i l_i^l \quad (8)$$

系统的总质量为:

$$W = m_0 + \sum_{i=1}^3 m_i^r + \sum_{i=1}^3 m_i^l \quad (9)$$

由式(4)至式(9)可得:

$$P^r = \begin{bmatrix} p_x^r \\ p_y^r \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^7 k_i^r \begin{bmatrix} C_i \\ S_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$P^l = \begin{bmatrix} p_x^l \\ p_y^l \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^7 k_i^l \begin{bmatrix} C_i \\ S_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, k_i^r, k_i^l 为与质量和长度有关的常数. 将公式(10)和(11)对时间微分后联立, 可得到下式:

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{p}^r \\ \dot{p}^l \end{bmatrix} = J_S \dot{\Phi}_S + J_M \dot{\Phi}_M \quad (12)$$

其中

$$J_S = \begin{bmatrix} 7 & & & & & & \\ - & k_i^r S_i & & & & & \\ & i=0 & & & & & \\ 7 & & k_i^r C_i & & & & \\ & i=0 & & & & & \\ - & k_i^l S_i & & & & & \\ & i=0 & & & & & \\ 7 & & k_i^l C_i & & & & \\ & i=0 & & & & & \end{bmatrix}$$

$J_M =$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 6 & 6 & 6 \\ - & k_i^r S_i - & k_i^r S_i - & k_i^r S_i - & k_i^r S_i - & k_i^r S_i - \\ i=1 & i=2 & i=3 & i=3+1 & i=3+2 & i=3+3 \\ 3 & 3 & 3 & 6 & 6 & 6 \\ k_i^r C_i & k_i^r C_i & k_i^r C_i & k_i^r C_i & k_i^r C_i & k_i^r C_i \\ i=1 & i=2 & i=3 & i=3+1 & i=3+2 & i=3+3 \\ 3 & 3 & 3 & 6 & 6 & 6 \\ - & k_i^l S_i - & k_i^l S_i - & k_i^l S_i - & k_i^l S_i - & k_i^l S_i - \\ i=1 & i=2 & i=3 & i=3+1 & i=3+2 & i=3+3 \\ 3 & 3 & 3 & 6 & 6 & 6 \\ k_i^l C_i & k_i^l C_i & k_i^l C_i & k_i^l C_i & k_i^l C_i & k_i^l C_i \\ i=1 & i=2 & i=3 & i=3+1 & i=3+2 & i=3+3 \end{bmatrix}$$

这里, $J_S \in R^{4 \times 1}$, $J_M \in R^{4 \times 6}$

由式(5)和式(6)可得:

$$r_1^r = r_0 + b_0^r + a_1^r \quad (13a)$$

$$r_2^r = r_0 + b_0^r + l_1^r + a_2^r \quad (13b)$$

$$r_3^r = r_0 + b_0^r + l_1^r + l_2^r + a_3^r \quad (13c)$$

$$r_1^l = r_0 + b_0^l + a_1^l \quad (13d)$$

$$r_2^l = r_0 + b_0^l + l_1^l + a_2^l \quad (13e)$$

$$r_3^l = r_0 + b_0^l + l_1^l + l_2^l + a_3^l \quad (13f)$$

将式(13a)至(13f)代入式(4)中,可以得到下式:

$$r_0 = \begin{bmatrix} 7 \\ k=0 \end{bmatrix} X_{0k} \begin{bmatrix} C_k \\ S_k \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$r_i^r = \begin{bmatrix} 7 \\ k=0 \end{bmatrix} Y_{ik} \begin{bmatrix} C_k \\ S_k \end{bmatrix}, (i=1, 2, 3) \quad (14b)$$

$$r_i^l = \begin{bmatrix} 7 \\ k=0 \end{bmatrix} Z_{ik} \begin{bmatrix} C_k \\ S_k \end{bmatrix}, (i=1, 2, 3) \quad (14c)$$

其中, X_{0k} 、 Y_{ik} 和 Z_{ik} 为与质量和长度有关的常数. 将式(14a)~(14c)微分求出 \dot{r}_0 、 \dot{r}_i^r 、 \dot{r}_i^l 后,再由式(14a)~(14c)可得:

$$\begin{aligned} r_0 \times \dot{r}_0 &= H_{00} \dot{\phi}_0 + H_{M01} \dot{\phi}_1^r + H_{M02} \dot{\phi}_2^r + H_{M03} \dot{\phi}_3^r + H_{M04} \dot{\phi}_1^l \\ &+ H_{M05} \dot{\phi}_2^l + H_{M06} \dot{\phi}_3^l \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} r_i^r \times \dot{r}_i^r &= H_{si}^r \dot{\phi}_0 + H_{Mi1}^r \dot{\phi}_1^r + H_{Mi2}^r \dot{\phi}_2^r + H_{Mi3}^r \dot{\phi}_3^r + H_{Mi4}^r \dot{\phi}_1^l \\ &+ H_{Mi5}^r \dot{\phi}_2^l + H_{Mi6}^r \dot{\phi}_3^l \end{aligned} \quad (15b)$$

$$\begin{aligned} r_i^l \times \dot{r}_i^l &= H_{si}^l \dot{\phi}_0 + H_{Mi1}^l \dot{\phi}_1^r + H_{Mi2}^l \dot{\phi}_2^r + H_{Mi3}^l \dot{\phi}_3^r + H_{Mi4}^l \dot{\phi}_1^l \\ &+ H_{Mi5}^l \dot{\phi}_2^l + H_{Mi6}^l \dot{\phi}_3^l \end{aligned} \quad (15c)$$

而在式(15a)~(15c)中,有:

$$\begin{aligned} H_{Si}^r &= \begin{bmatrix} 7 \\ k=0 \end{bmatrix} Q_{ik}^2 + 2 \begin{bmatrix} 6 \\ k=0 \end{bmatrix} S_{kj}^i \\ H_{S0} &= \begin{bmatrix} 7 \\ k=0 \end{bmatrix} X_{0k}^2 + 2 \begin{bmatrix} 6 \\ k=0 \end{bmatrix} S_{kj}^i \\ H_{M01} &= \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} (X_{0j}^2 + 0_j) + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} jk + \begin{bmatrix} 12 \\ j=1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 13 \\ j=1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23 \\ j=1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$H_{Mi1}^r = \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} (Q_{ij}^2 + S_{0j}^i) + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} S_{jk}^i + S_{12}^i + S_{13}^i + S_{23}^i$$

$$H_{M02} = \begin{bmatrix} 3 \\ j=2 \end{bmatrix} (X_{0j}^2 + 0_j) + \begin{bmatrix} 3 \\ j=2 \end{bmatrix} jk + \begin{bmatrix} 12 \\ j=2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 13 \\ j=2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23 \\ j=2 \end{bmatrix}$$

$$H_{Mi2}^r = \begin{bmatrix} 3 \\ j=2 \end{bmatrix} (Q_{ij}^2 + S_{0j}^i) + \begin{bmatrix} 3 \\ j=2 \end{bmatrix} S_{jk}^i + S_{12}^i + S_{13}^i + S_{23}^i$$

$$H_{M03} = X_{03}^2 + \begin{bmatrix} 2 \\ j=0 \end{bmatrix} (\beta_3 + 3j)$$

$$H_{Mi3}^r = Q_{i3}^2 + \begin{bmatrix} 2 \\ j=0 \end{bmatrix} S_{j3}^i + \begin{bmatrix} 2 \\ j=4 \end{bmatrix} S_{3j}^i$$

$$H_{M04} = \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} (X_{0j}^2 + 0_j) + \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} jk + \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} k = \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} j = k+1$$

$$H_{Mi4}^r = \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} (Q_{ij}^2 + S_{0j}^i) + \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} S_{jk}^i + \begin{bmatrix} 6 \\ j=4 \end{bmatrix} S_{kj}^i$$

$$H_{M05} = \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} (X_{0j}^2 + 0_j) + \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} jk + \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} k = \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} j = k+1$$

$$H_{Mi5}^r = \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} (Q_{ij}^2 + S_{0j}^i) + \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} S_{jk}^i + \begin{bmatrix} 6 \\ j=5 \end{bmatrix} S_{kj}^i$$

$$H_{M06} = X_{06}^2 + \begin{bmatrix} 5 \\ j=0 \end{bmatrix} j_6 + \begin{bmatrix} 67 \\ j=0 \end{bmatrix}$$

$$H_{Mi6}^r = Q_{i6}^2 + \begin{bmatrix} 5 \\ j=0 \end{bmatrix} S_{j6}^i + S_{67}^i$$

上面各式中,当 $i=1, 2, 3$ 时:

$H_j^r = H_j^r$, $Q_j = Y_j$; S_{kj}^i 一对应于右臂符号;当 $i=4, 5, 6$ 时: $H_j^l = H_j^l$, $Q_j = Z_j$; S_{kj}^i 一对应于左臂符号.

将式(15a)~(15c)代入角动量守恒定律,即

$$\begin{aligned} I_0 \dot{\phi}_0 + m_0 r_0 \times \dot{r}_0 + \sum_{i=1}^3 (I_i^r \dot{r}_i^r + m_i^r r_i^r \times \dot{r}_i^r) \\ + \sum_{i=1}^3 (I_i^l \dot{r}_i^l + m_i^l r_i^l \times \dot{r}_i^l) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

可得

$$I_S \dot{\phi}_S + I_M \dot{\phi}_M = 0 \quad (17)$$

这里

$$\begin{aligned} I_S &= I_0 + m_0 H_{S0} + \sum_{i=1}^3 m_i^r H_{Si}^r + \sum_{i=1}^3 m_i^l H_{Si}^l \\ I_M &= [I_{M1}^r, I_{M2}^r, I_{M3}^r, I_{M1}^l, I_{M2}^l, I_{M3}^l] \\ I_{Mi}^r &= \begin{bmatrix} 3 \\ j=i \end{bmatrix} I_j^r + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_j^r H_{Mji}^r + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_j^l H_{Mji}^l + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_0 H_{M0j} \\ I_{Mi}^l &= \begin{bmatrix} 3 \\ j=i \end{bmatrix} I_j^l + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_j^r H_{Mj(i+3)}^r + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_j^l H_{Mj(i+3)}^l + \begin{bmatrix} 3 \\ j=1 \end{bmatrix} m_0 H_{M0(j+3)}^l, \end{aligned} \quad (i=1, 2, 3)$$

将式(17)代入式(12)中,可以得到下式:

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{P}^r \\ \dot{P}^l \end{bmatrix} = (J_M - J_S I_S^{-1} I_M) \dot{\phi}_M = J^* \dot{\phi}_M \quad (18)$$

其中, $J^* \in R^{4 \times 6}$ 是双臂六自由度空间机器人的GM,它描述了机械手末端速度与各关节角速度关系. 当 J^* 广义逆不存在时,机器人处在奇异位置. 若 $J^* = BC$ 是 J^* 的最大秩分解,则

$$(J^*)^+ = C^T (CC^T)^{-1} (B^T B)^{-1} \quad (19)$$

4 计算机仿真

利用本文给出的双臂六自由度空间机器人GM求导公

式,采用 RMRC 的控制方法,实现对机械臂的运动控制.若已知末端执行器的期望速度 \dot{P} ,利用式(18),可求出关节变量 ϕ_M ,从而对机器人实现伺服控制.该机器人的模型参数如表 1 所示,机器人的初始状态取为: $\phi_1 = 1/4$, $\phi_2 = 1/2$, $\phi_3 = 1/4$, $\phi_4 = 3/4$, $\phi_5 = -1/2$, $\phi_6 = -1/4$.图 2 为 $t \in [0, 10]s$,末端执行器的速度为 $\dot{P} = [0.02, 0.03, 0, 0]^T$ 时,对机器人实现 RMRC 控制过程;图 3 为本体姿态角变化曲线;图 4 为本体质心变化曲线.

由于空间微重力环境下,机器人的基座不固定,机械手的运动会对本体产生反作用力和力矩,引起本体的位置和姿态的改变,从图 3、图 4 中,可看出当机械臂运动时,本体姿态和位置的变化.

表 1 双臂六自由度空间机器人模型参数表

连杆号 i	a_i^r/m	b_i^r/m	l_i^r/m	m_i^r/kg	I_i^r/kgm^2
0		0.5	0.5	5	0.208
1($c=r=l$)	0.2	0.2	0.4	0.5	0.0067
2($c=r=l$)	0.2	0.2	0.4	0.5	0.0067
3($c=r=l$)	0.063	0.063	0.126	0.2	0.0003

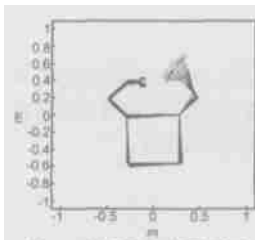


图 2 对机器人实现伺服控制过程

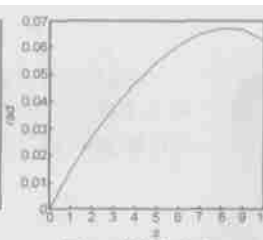


图 3 本体姿态角变化曲线

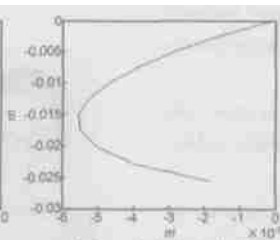


图 4 本体中心位置变化曲线

5 结论

本文推导了双臂六自由度空间机器人的广义雅可比矩阵,它较现有的其他推导 GM 方法相比,导出的 GM 求解公式显式、易求,可直接对 GM 表达式的各参数赋值,求出 GM,是一个值得推广的新的研究成果.计算机仿真中,给出了基于本文推导的 GM 公式,利用 RMRC 控制方法,实现了对双臂六自由度空间机器人机械臂的运动控制.

附 表

$$\begin{aligned}
 k_0^r &= \frac{(m_0 + m_1^l + m_2^l + m_3^l) b_0^r}{W} \\
 k_1^r &= \frac{m_1^r b_1^r + (m_0 + m_1^l + m_2^l + m_3^l) l_1^r}{W} \\
 k_2^r &= \frac{m_2^r b_2^r + (m_0 + m_1^r + m_1^l + m_2^l + m_3^l) l_2^r}{W} \\
 k_3^r &= \frac{m_3^r b_3^r + (m_0 + m_1^r + m_2^r + m_1^l + m_2^l + m_3^l) l_3^r}{W} \\
 k_4^r &= -\frac{m_1^l a_1^l + (m_2^l + m_3^l) l_1^l}{W} \\
 k_5^r &= -\frac{m_2^l a_2^l + m_3^l l_2^l}{W}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_1^l &= -\frac{m_1^r a_1^r + (m_2^r + m_3^r) l_1^r}{W} \\
 k_7^r &= -\frac{(m_1^l + m_2^l + m_3^l) b_0^l}{W} \\
 k_6^r &= -\frac{m_3^l a_3^l}{W} \\
 k_4^l &= \frac{(m_0 + m_1^r + m_2^r + m_3^r) l_1^l + m_1^l b_1^l}{W} \\
 k_2^l &= -\frac{m_2^r a_2^r + m_3^r l_2^r}{W} \\
 k_0^l &= -\frac{(m_1^r + m_2^r + m_3^r) b_0^r}{W} \\
 k_5^l &= \frac{(m_0 + m_1^r + m_2^r + m_3^r + m_1^l) l_2^l + m_2^l b_2^l}{W} \\
 k_3^l &= -\frac{m_3^r a_3^r}{W} \quad k_7^l = \frac{(m_0 + m_1^r + m_2^r + m_3^r) b_0^l}{W} \\
 k_6^l &= \frac{(m_0 + m_1^r + m_2^r + m_3^r + m_1^l + m_2^l) l_3^l + m_3^l b_3^l}{W}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_i &= \cos \left(\phi_0 + \sum_{k=1}^i \phi_k - \frac{\pi}{4} \right) \\
 S_i &= \sin \left(\phi_0 + \sum_{k=1}^i \phi_k - \frac{\pi}{4} \right), (0 \leq i \leq 3) \\
 C_i &= \cos \left(\phi_0 + \sum_{k=4}^i \phi_k - \frac{\pi}{4} \right) \\
 S_i &= \sin \left(\phi_0 + \sum_{k=4}^i \phi_k - \frac{\pi}{4} \right), (4 \leq i \leq 6) \\
 C_i &= \cos \left(\phi_0 + \frac{\pi}{4} \right) \quad S_i = \sin \left(\phi_0 + \frac{\pi}{4} \right), (i = 7) \\
 o_j &= X_{00} X_{0j} \cos \left(\sum_{k=1}^j \phi_k^r \right) \quad (j = 1, 2, 3), \\
 z_3 &= X_{02} X_{03} \cos(\phi_3^r)
 \end{aligned}$$

$$S_{0j}^i = Q_{i0} Q_{ij} \cos \left(\sum_{k=1}^j \phi_k^i \right), (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$$

$$\begin{aligned}
 o_j &= -X_{00} X_{0j} \sin \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^r - \frac{\pi}{4} \right), \\
 j_7 &= -X_{0j} X_{07} \cos \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^r - \frac{\pi}{4} \right), (j = 4, 5, 6) \\
 S_{0j}^i &= -Q_{i0} Q_{ij} \sin \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^i - \frac{\pi}{4} \right), (i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6) \\
 i_j &= X_{01} X_{0j} \cos \left(\sum_{k=2}^j \phi_k^r \right), (j = 2, 3) \\
 S_{1j}^i &= Q_{i1} Q_{ij} \cos \left(\sum_{k=2}^j \phi_k^i \right), (i = 1, 2, 3; j = 2, 3) \\
 i_j &= -X_{01} X_{0j} \sin \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^r - \frac{\pi}{4} \right), (j = 4, 5, 6) \\
 S_{1j}^i &= -Q_{i1} Q_{ij} \sin \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^i - \frac{\pi}{4} \right), (i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6) \\
 S_{07}^i &= Q_{i0} Q_{i7} \sin(\phi_7^i), S_{17}^i = Q_{i1} Q_{i7} \sin(\phi_7^i) \\
 S_{23}^i &= Q_{i2} Q_{i3} \cos(\phi_3^i), (i = 1, 2, 3) \\
 o_7 &= X_{00} X_{07} \sin(\phi_7^r), \quad i_7 = X_{01} X_{07} \sin(\phi_7^r) \\
 z_j &= -X_{02} X_{0j} \sin \left(\sum_{k=4}^j \phi_k^r - \frac{\pi}{4} - \phi_3^r \right), (j = 4, 5, 6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{2j}^i &= -Q_{12}Q_{ij}\sin\left(\sum_{k=4}^j\phi_{k-3} - \phi_1 - \phi_2\right), (i=1,2,3; j=4,5,6) \\
27 &= X_{02}X_{07}\sin\left(\sum_{k=1}^2\phi_k\right), S_{27}^i = Q_{12}Q_{17}\sin\left(\sum_{k=1}^2\phi_k\right), (i=1,2,3) \\
3j &= -X_{03}X_{0j}\sin\left(\sum_{k=4}^j\phi_{k-3} - \sum_{k=1}^3\phi_k\right), (j=4,5,6) \\
S_{3j}^i &= -Q_{13}Q_{ij}\sin\left(\sum_{k=4}^j\phi_{k-3} - \sum_{k=1}^3\phi_k\right), (i=1,2,3; j=4,5,6) \\
37 &= X_{03}X_{07}\sin\left(\sum_{k=1}^3\phi_k\right), 56 = X_{05}X_{06}\cos(\phi_3) \\
S_{37}^i &= Q_{13}Q_{17}\sin\left(\sum_{k=1}^3\phi_k\right), S_{56}^i = Q_{15}Q_{16}\cos(\phi_3), (i=1,2,3) \\
4j &= X_{04}X_{0j}\cos\left(\sum_{k=5}^j\phi_{k-3}\right), (j=5,6) \\
S_{4j}^i &= Q_{14}Q_{ij}\cos\left(\sum_{k=5}^j\phi_{k-3}\right), (i=1,2,3; j=5,6) \\
S_{57}^i &= Q_{15}Q_{17}\cos\left(\sum_{k=4}^j\phi_{k-3}\right), (i=1,2,3; j=4,5,6)
\end{aligned}$$

参考文献:

- [1] Umetani Y, Yoshida K. Resolved motion rate control of space manipulator with generalized Jacobian matrix[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1989, 5(3): 303 - 314.
- [2] Vafa Z, Dubowsky S. On the dynamics of manipulators in space using the virtual manipulator[J]. Proc of IEEE Int Conf On Robotics and Automation, 1987. 579 - 585.
- [3] Papadopoulos E, Dubowsky S. On the nature of control algorithms for free-floating space manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 7(6): 750 - 758.

- [4] Saha S K. Aunified approach to space robot kinematics[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(3): 401 - 405.
- [5] Yokokohji Y, Toyoshima T, Yoshikawa T. Efficient computation algorithms for trajectory control of free-flying space robots with multiple arms[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1993, 9(5): 571 - 580.
- [6] 柳长安, 洪炳镭. 多个自由飞行空间机器人协调操作运动规划[J]. 宇航学报, 2001, 22(2): 26 - 31.
Liu Changan, Hong Bingrong. Motion planning of coordinated manipulation for a team of free-flying space robots[J]. JOURNAL OF ASTRONAUTICS, 2001, 22(2): 26 - 31.

作者简介:



郭琦 女, 1964 年出生, 哈尔滨工业大学讲师, 在职博士生, 主要研究方向: 智能机器人、虚拟现实、空间机器人、机器人足球等。E-mail: shenzuochun@163.com.



洪炳镭 男, 1937 年出生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能机器人, 信息决策与智能控制, 虚拟现实人机接口技术等。